

Tema d'esame di MQ seconda parte. Prova I

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

Esercizio I

Una particella di spin uno ha Hamiltoniana

$$H_0 = \frac{\epsilon}{\hbar^2} S_z^2 = \epsilon \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

ed è perturbata da un campo magnetico nella direzione x .

- Trovare le correzioni per l'energia al II ordine nella perturbazione
- Confrontare col risultato esatto

Esercizio II

Siano date due particelle identiche di spin 1/2 confinate su un cerchio di raggio R in un piano e soggette a un campo magnetico perpendicolare al piano stesso

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2mR^2} \frac{d^2}{d\phi_1^2} - \frac{\hbar^2}{2mR^2} \frac{d^2}{d\phi_2^2} + i\beta \left(\frac{d}{d\phi_1} + \frac{d}{d\phi_2} \right) \quad (2)$$

con $\beta < \frac{\hbar^2}{2mR^2}$. Determinare lo stato fondamentale e il primo livello eccitato e la rispettiva degenerazione. Determinare la correzione all'energia al I ordine dovuta a una perturbazione $V = \lambda\delta(\phi_1 - \phi_2)$.

Esercizio III

Calcolare la sezione d'urto differenziale a bassa energia dovuta a una buca sferica $V(r) = -V_0$, $r < a$, $V(r) = 0$, $r > a$

- col metodo delle onde parziali
- col metodo di Born

Confrontare i risultati per $2mV_0a^2/\hbar^2 \ll 1$.

Tema d'esame di MQ seconda parte. Prova II

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

Esercizio I

Il positronio è uno stato legato composto da un elettrone e un positrone (di uguale massa e carica opposta). Tenendo conto dell'interazione iperfina $A \vec{S}_e \cdot \vec{S}_p$ determinare l'effetto di un campo magnetico debole sul livello $n = 1$ al primo ordine della teoria delle perturbazioni. Confrontare il risultato con la soluzione esatta per campo magnetico di intensità arbitraria.

Esercizio II

Un oscillatore armonico tridimensionale è posto in un campo elettrico rotante nel piano (x, y)

$$V = -qE(x \cos t + y \sin t) \quad (1)$$

calcolare la probabilità che il sistema esegua la transizione dallo stato fondamentale al primo stato eccitato in un tempo t .

Facoltativo: Calcolare, al II ordine in teoria delle perturbazioni, la probabilità associata alla transizione dallo stato fondamentale al secondo stato eccitato in un tempo t (non calcolare gli integrali).

Esercizio III

Sia dato il potenziale $V(r) = -\lambda\delta(r - a)$ con $\lambda > 0$. Calcolare la sezione d'urto in onda s. Per potenziali che ammettono stati legati esiste un fenomeno di scattering risonante: la sezione d'urto cresce quando l'energia della particella incidente è circa uguale a quella di uno stato legato (ovviamente questa condizione può essere verificata solo se l'energia della particella incidente, che è positiva, e l'energia dello stato legato, che è negativa, sono entrambe vicine allo zero). Per verificare questo fenomeno

- studiare l'andamento della sezione d'urto a basse energie al variare di λ e trovare i valori per cui diverge.
- studiare gli stati legati del sistema e il loro comportamento in vicinanza dei valori per cui la sezione d'urto diverge.

Tema d'esame di MQ seconda parte. Prova III

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

Esercizio I

Sia dato un rotatore sferico $H_0 = \frac{1}{2I} \vec{L}^2$ posto in un campo elettrico costante che perturba l'Hamiltoniana con $V = E \cos \theta$. Determinare

- le correzioni al I ordine in E dell'energia degli stati
- la correzione dell'energia dello stato fondamentale al II ordine in E
- senza calcolare gli integrali dire come vengono modificati i livelli del primo stato eccitato al II ordine in E . Esiste ancora qualche degenerazione?
- **facoltativo:** il valor medio di \vec{L} nel nuovo stato fondamentale al I ordine in E

Esercizio II

Considerare l'effetto su un atomo di idrogeno nello stato fondamentale di un debole campo magnetico tenendo conto della struttura iperfina

$$A \vec{S}_e \cdot \vec{S}_p \quad (4)$$

e ricordando che il momento magnetico del protone è trascurabile rispetto a quello dell'elettrone. Determinare le regole di selezione per le transizioni $S = 1 \rightarrow S = 0$ dovute ad ulteriore radiazione incidente tenendo conto che la transizione sarà di dipolo magnetico $H_I \sim (\vec{L} + 2\vec{S}_e) \cdot \vec{B}$. Determinare la polarizzazione della luce emessa nelle transizioni possibili.

Esercizio III

Si consideri lo scattering di due neutroni che interagiscono col potenziale $V = V_0 \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$, $r < a$; $V = 0$, $r > a$. Determinare la sezione d'urto differenziale in approssimazione di Born (somando sugli stati finali) nel caso

- di particelle inizialmente non polarizzate
- di particelle in uno stato di tripletto