

Tema d'esame di Elementi di MQ. Giugno 2009

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

Esercizio I

Sia data la barriera di potenziale monodimensionale

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{\hbar^2}{2m}\gamma\delta(x) & x < a \\ +\infty & x > a \end{cases}$$

con γ e a positivi.

- Si determinino i valori di a per cui esiste uno stato legato. Per questi valori:
- Si calcoli la probabilità che una particella nello stato legato si trovi nella regione $0 < x < a$

Esercizio II

Sia data una particella libera in tre dimensioni descritta a $t = 0$ dalla funzione d'onda

$$\psi(\vec{x}) = f(r)(r + z)$$

con Hamiltoniana $H = \mu B L_y$

- determinare la funzione d'onda al tempo t .
- determinare i possibili risultati e le probabilità di una misura di \vec{L}^2 , di L_z e di L_x
- determinare i valori medi di L_z e di L_x .

Esercizio III

Sia dato un sistema a due livelli descritto dalla Hamiltoniana

$$H = \hbar\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{1+i}{\sqrt{2}} \\ \frac{1-i}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

Sapendo che al tempo $t = 0$ lo stato del sistema è descritto dal vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

- determinare la probabilità che al tempo t il sistema si trovi nello stato $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

- calcolare il valor medio e le probabilità dei risultati di una misura dell'osservabile $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ al tempo t
- verificare che il risultato precedente soddisfa il teorema di Ehrenfest.