

## Compitino II di MQ. Gennaio 2010

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

### Esercizio I

Dato un oscillatore armonico con potenziale

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega^2 (x^2 + y^2 + z^2) \quad (1)$$

perturbato dal termine  $\lambda xy$ , determinare

- la correzione ad ordine  $O(\lambda^2)$  all'energia dello stato fondamentale
- la correzione ad ordine  $O(\lambda)$  dell'energia del primo stato eccitato

Confrontare col risultato esatto.

**Facoltativo:** Calcolare il valor medio di  $\vec{x}$  nel nuovo stato fondamentale ad ordine  $O(\lambda)$

### Esercizio II

Un sistema a tre livelli con energie  $E_1 = \hbar\delta$ ,  $E_2 = 2\hbar\delta$ ,  $E_3 = 3\hbar\delta$  è inizialmente nello stato con energia  $E_1$ . Viene accesa a  $t = 0$  e per un tempo  $T$  una perturbazione che accoppia i tre livelli. L'Hamiltoniana totale sia data da

$$H = \begin{pmatrix} \hbar\delta & Ae^{i\omega t} & 0 \\ Ae^{-i\omega t} & 2\hbar\delta & Ae^{i\omega t} \\ 0 & Ae^{-i\omega t} & 3\hbar\delta \end{pmatrix} \quad A > 0 \quad (2)$$

Calcolare con la teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo la probabilità che a tempo  $T$  il sistema si trovi nello stato con energia  $E_2$  e in quello con energia  $E_3$ .

**Facoltativo:** sapreste risolvere il problema in maniera esatta?

### Esercizio III

Due particelle identiche di spin  $1/2$  interagiscono attraverso il potenziale

$$V(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|)\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2,$$

dove  $V(r) = e^{-\mu^2 r^2}$ . Assumendo che le particelle non siano polarizzate, calcolare in approssimazione di Born

- le sezione d'urto  $d\sigma$
- la probabilità (in dipendenza dalla direzione) che gli spin delle particelle dopo l'urto siano allineati

Esaminare il risultato nel limite di basse energie.