

## Compitino I di MQ. Dicembre 2012

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

### Esercizio I

Sia dato lo stato di un oscillatore armonico isotropo in tre dimensioni descritto a  $t = 0$  dalla funzione d'onda

$$\psi(x, y, z) = Cze^{-\frac{m\omega}{2\hbar}(x^2+y^2+z^2)}.$$

- Sia accenda a  $t = 0$  un campo magnetico costante nella direzione  $x$ . Determinare, trascurando i termini quadratici nel campo, la probabilità per  $L_z$  a tempo  $t$ .
- Determinare i valor medi di  $x^2, y^2, x^4, y^4$  a  $t = 0$ .
- **Facoltativo:** Determinare la funzione d'onda dello stato con energia  $\frac{9}{2}\hbar\omega$  e  $L_z = 2\hbar$ . Qual è il valore di  $l$  in questo stato?

### Esercizio II

Data una particella in una buca sferica impenetrabile di raggio  $R$  e soggetta al potenziale

$$V(x, y, z) = -\frac{\hbar^2\mu}{2m}\delta\left(r - \frac{R}{2}\right) \quad (1)$$

Determinare per quali valori di  $\mu > 0$  esiste almeno uno stato legato di energia negativa con  $l = 0$ .

### Esercizio III

Siano date due particelle (non identiche) di spin  $1/2$ . A  $t = 0$  lo spin della prima punti nella direzione positiva dell'asse  $x$  e quello della seconda nella direzione positiva dell'asse  $y$ . Le due particelle interagiscono con l'Hamiltoniana

$$H = \frac{A}{\hbar}\vec{S}^1 \cdot \vec{S}^2 \quad (2)$$

Determinare

- il valor medio dell'energia a  $t = 0$
- la probabilità per la proiezione lungo l'asse  $z$  dello spin della prima particella ( $S_z^1$ ) a tempo  $t$ .