

Compitino I MQ. Dicembre 2011

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

Esercizio I

Sia data una particella di spin uno con Hamiltoniana $H = \frac{\epsilon}{\hbar} (S_x S_y + S_y S_x)$. Al tempo $t = 0$ una misura di S_z dà \hbar . Determinare

- la probabilità relative a una misura di S_x al tempo t
- il valor medio di S_z al tempo t
- verificare che il risultato ottenuto al punto precedente soddisfa il teorema di Ehrenfest

Esercizio II

Sia data una particella in un potenziale armonico anisotropo

$$V(x, y, z) = \frac{m\omega^2}{2}(x^2 + y^2 + 4z^2)$$

- Determinare la degenerazione dei primi 4 livelli
- Determinare il più generale stato con energia $3\hbar\omega$ e valor medi $\langle x^2 \rangle = \frac{\hbar}{m\omega}$, $\langle xy \rangle = -\frac{\hbar}{2m\omega}$
- Determinare come cambiano i livelli energetici quando si aggiunge all'Hamiltoniana il termine μL_z . Qual è il minimo valore di μ per cui lo stato fondamentale cessa di essere non degenero e quale degenerazione acquista?

Esercizio III

Sia data una particella di massa m in tre dimensioni nel potenziale centrale

$$V(x, y, z) = -\frac{\hbar^2 \gamma}{2mL} \delta(r - L)$$

- Per quali valori di γ esiste almeno uno stato legato con $l = 0$?
- Come varia l'energia dello stato legato al variare di γ ?
- Determinare la funzione d'onda nel caso limite in cui l'energia dello stato legato tende a zero.