

Compitino I di MQ. Dicembre 2010

Risolvere due dei seguenti esercizi (tempo: due ore)

Esercizio I

Dato un elettrone nello stato 2p di un atomo di idrogeno con funzione d'onda a $t = 0$

$$\psi(x, 0) = c_1\psi_{211} + c_2\psi_{21-1} \quad c_1, c_2 \in \mathbb{C}, \quad |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1 \quad (1)$$

dove ψ_{nlm} sono le autofunzioni corrispondenti ai numeri quantici n, l, m ,

- determinare la probabilità che, a tempo t , una misura di L_z dia 0 se a $t = 0$ è stato acceso un campo magnetico nella direzione x . Ignorare i termini quadratici nel campo magnetico.
- determinare quanto più possibile i coefficienti c_1 e c_2 sapendo che il valor medio di L_z è zero e che una misura di L_x a $t = 0$ darebbe risultato $+\hbar$ con probabilità $1/4$.

Esercizio II

Una particella è soggetta al potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ V_0 > 0 & x > 0 \end{cases} \quad (2)$$

a cui viene aggiunto un potenziale deltiforme $\frac{\gamma\hbar^2}{2m}\delta(x)$ centrato in $x = 0$ ($\gamma > 0$). Determinare i coefficienti di riflessione R e trasmissione T per $0 < E < V_0$ e per $E > V_0$ e il valore limite di T per $E \rightarrow \infty$.

Esercizio III

Due particelle (non identiche) di spin $1/2$ si trovano in uno stato di momento angolare **totale** uno e proiezione lungo l'asse z uguale a zero. Le particelle, di diverso momento magnetico, sono soggette a un campo magnetico costante nella direzione z

$$H = \mu_1 B S_z^{(1)} + \mu_2 B S_z^{(2)} \quad (3)$$

Determinare a tempo t

- la probabilità che il momento angolare totale sia zero
- i possibili risultati e le probabilità di una misura simultanea delle componenti dello spin lungo l'asse x delle due particelle.
- i possibili risultati e le probabilità di una misura della componente dello spin lungo l'asse x della prima particella.