Guida alle soluzioni – CompitinoII_2010

<u>Esercizio 1.</u>

a) Procedere attraverso questi passaggi
1. Si analizzino le forze esterne agenti sul sistema durante l'urto e si riconosca che almeno una delle forze esterne non è trascurabile rispetto alla forza interna impulsiva (quale?).
2. Di conseguenza la conservazione della quantità di moto NON può essere invocata nell'analisi dell'urto.
3. Si valutino i momenti delle forze esterne durante l'urto in riferimento ad un polo posto in O (punto fisso nel problema) e si stabilisca che è possibile invocare la conservazione del momento angolare.
4. Si scrivano il momento angolare totale (rispetto al polo in O) del sistema prima dell'urto e dopo l'urto (con $v_B = \omega_B L$ dopo l'urto) e si eguaglino per trovare v_B dopo l'urto.

b) Dopo l'urto si può invocare la conservazione dell'energia meccanica per mettere in relazione v_B e v_B'. Si scrivano energia cinetica e potenziale come somma di termini per gli elementi che costituiscono il sistema, e si sfrutti la relazione tra la velocità angolare e la velocità del punto B.

<u>Esercizio 2.</u>

a) La parte a) può essere risolta in due modi. Per consolidare le conoscenze si consiglia di provare entrambi i metodi e verificare che le soluzioni coincidano. A volte può essere più comodo risolvere con il metodo 1, a volte con il metodo 2.

<u>Metodo 1 (Equazioni del moto):</u>
1. Si scriva l'equazione del moto per il centro di massa (CdM) sotto l'azione delle forze esterne.
2. Si scriva l'equazione del moto rotazionale con polo nell'asse del cilindro.
3. Le equazioni non sono indipendenti. Poiché il moto è di puro rotolamento, l'accelerazione del CdM nella prima equazione è legata all'accelerazione angolare nella seconda equazione ($\alpha = a/R$).
4. Si sfrutti questa relazione per eliminare la forza di attrito statico e scrivere un'equazione in cui compaiono solo le forze elastiche e l'accelerazione del CdM.
5. Si confronti l'equazione trovata con l'equazione dell'oscillatore armonico semplice, si individui la frequenza propria e il periodo di oscillazione

<u>Metodo 2 (Conservazione dell'energia e analogia con punto materiale):</u>
1. La forza di attrito statico non compie lavoro, le forze elastiche sono conservative. L'energia meccanica ($E_m = E_k+E_p$) è costante del moto.
2. Si scrivano, nel sistema di laboratorio, i termini di E_k come somma del moto del CdM e del moto attorno al CdM e si esprima tutto in termini di velocità del CdM, ricordando che il nel moto di puro rotolamento $v = \omega R$.
3. Si scriva l'energia potenziale totale (somma delle energie potenziali dovute a ciascuna forza viva) in riferimento alla condizione di molla rilassata.
4. Si confronti il risultato con l'energia meccanica di un oscillatore armonico semplice e si individuino la massa equivalente a la costante elastica del punto materiale equivalente al sistema in analisi.
5. Il periodo di oscillazione consegue.

b) La forza di attrito statico è in modulo $f_s \leq \mu_s N$ e il minimo coefficiente di attrito corrisponde alla condizione $\mu_s = f_s/N$. Il valore di f_s per il caso descritto si può ottenere dalla soluzione del moto, con condizioni iniziali x_0 = 5 cm e v_0=0 e ricordando che a = ω^2x (in modulo) e f_s e a sono proporzionali nel caso di puro rotolamento (con coefficiente di proporzionalità dato dall'equazione di dinamica rotazionale)

Esercizio 3.

1. Si scrivano le equazioni di dinamica traslazionale per i corpi di massa M1 e M2, individuando le forze che agiscono su di essi (inclusa la forza peso, implicitamente assunta dal testo).
2. Si scriva l'equazione dinamica rotazionale per il disco, con polo nel perno.
3. Si accoppino le equazioni, ~~ricordando che la tensione della fune è comune alle tre equazioni~~, le accelerazioni lineari di M1 e M2 sono comuni, e l'accelerazione angolare del disco è accoppiata all'accelerazione lineare dei blocchi dalla condizione di rotolamento senza strisciamento
4. Si risolva l'equazione trovata per l'accelerazione

Esercizio 4.

Parte a)

1. Scrivere l'energia potenziale per un punto materiale nel punto P come integrale (somma) dell'energie potenziali dE_p associate all'interazione della massa in P con tutti i punti materiali (infinitesimi) della terra con cavità. In simboli:
$$E_p = \int_{Terra\ con\ cavità} dE_p$$

2. Aggiungere e togliere il contributo della massa che riempirebbe la cavità, se la cavità non ci fosse:
$$E_p = \int_{Terra\ con\ cavità} dE_p + \int_{cavità} dE_p - \int_{cavità} dE_p$$

   e usare la proprietà associativa della somma:
$$E_p = \int_{Terra} dE_p - \int_{cavità} dE_p$$

3. Il primo termine è l'energia potenziale dovuta alla terra (senza cavità), il secondo è l'energia potenziale cambiata di segno di una sfera omogenea di densità pari a quella della terra. L'energia potenziale, e la forza gravitazionale, di una sfera omogenea è identica a quella dovuta a un punto materiale nel centro della sfera. Dunque la forza in P è la somma (vettoriale) della forza peso e della forza (in verso opposto) dovuta alla massa della "non-cavità".
4. L'accelerazione è F/m, che dà g per il peso e $GM_c/(d+R)^2$ per la cavità (con versi opposti)

Parte b)

1. Il raggio della terra è a tutti gli effetti infinito, in confronto al raggio della cavità, e la forza peso sempre verticale. La componente orizzontale dell'accelerazione è dovuta solo al contributo della cavità.
2. Scrivere in forma vettoriale il contributo associato alla cavità e isolare la componente orizzontale, usando la trigonometria.