

Soluzione Es. n°1

Caduta libera da fermo: $h = \frac{1}{2} g t^2$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2.47 \text{ s}$$

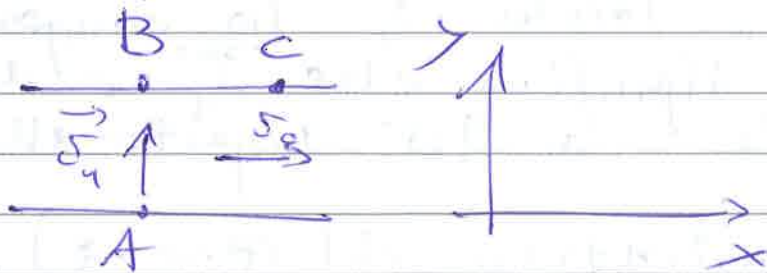
$$v_f = g t = 24.2 \text{ m/s}$$

Soluzione Es. n°2

Le velocità si compongono vettorialmente:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$$

Scegliamo x lungo il fiume e y ortogonale al fiume.

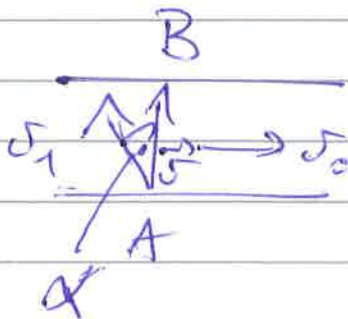


Con a) $v_x = v_1$ $v_y = v_0$

$$\Delta t = \frac{\overline{AB}}{v_1} = \frac{145 \text{ m}}{2.0 \text{ m/s}} = 72.5 \text{ s}$$

$$\overline{BC} = v_0 \Delta t = 0.8 \text{ m/s} \cdot 72.5 \text{ s} = 58 \text{ m}$$

- b) La ~~componente~~ risultante delle composizioni di $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_0$ deve essere diretta da A a B.



— cioè la componente v_y deve essere in modulo uguale a v_0 :

$$v_1 \sin \alpha = v_0$$

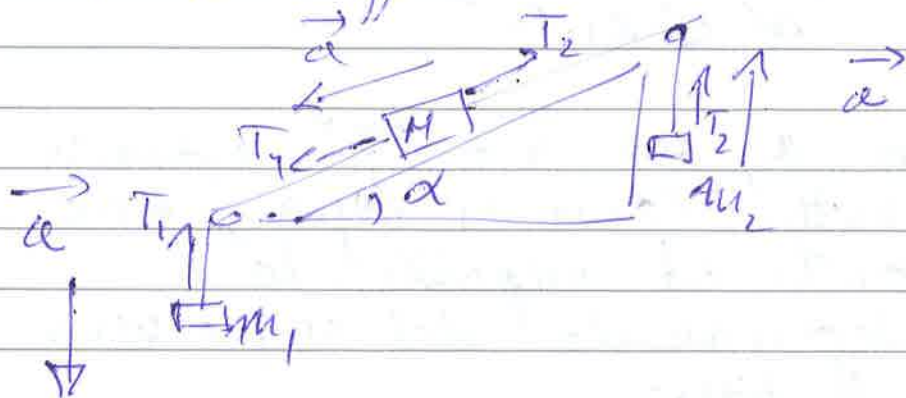
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{v_0}{v_1}\right) \approx 23.5^\circ$$

- c) ~~La~~ Il tempo di attraversamento è minimo quando la componente lungo y della velocità $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$ è massima. Poiché $\vec{v}_0$ ha componente y nulla, ciò significa che $\vec{v}_1$ è diretto lungo y , ossia a 90° rispetto alla ~~via~~ x . Questa è la situazione del caso a). Il tempo di attraversamento, già calcolato in a), è dunque ~~il~~

$$\Delta t = 72.5 \text{ s}$$

Soluzione Es. n° 3

Il sistema si muove solidalmente e tutte le masse hanno accelerazioni comuni in modulo ma con direzioni e verso differenti.



Eq. del moto per le tre masse, assumendo verso il basso per il corpo m_1

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1 \\ M a = M g \sin \alpha + T_1 - T_2 \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \end{cases}$$

Da cui

$$\begin{cases} T_1 = m_1 g - m_1 a \\ T_2 = m_2 g + m_2 a \\ M a = M g \sin \alpha + m_1 g - m_1 a - m_2 g + m_2 a \end{cases}$$

$$a = \left(\frac{M \sin \alpha + m_1 - m_2}{M + m_1 + m_2} \right) g = 1.31 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = m_1 (g - a) = 2 \text{ kg} \cdot 8.5 \text{ m/s}^2 = 17.0 \text{ N}$$

Soluzione Es. n° 4

- Per $F = 0$ la condizione di equilibrio statico richiede

$$mg \sin \alpha = f_s \leq \mu_s mg \cos \alpha$$

$$\text{cioè } \tan \alpha \leq \mu_s, \quad \alpha \leq 21.5^\circ$$

- Dunque il caso a) con $\alpha = 35^\circ$ richiede che la forza F sia diretta come



in figura, affinché aiuti a impedire lo scorrimento del corpo verso il basso.

Se il modulo della forza è troppo intenso si ha però scorrimento verso l'alto.

Si hanno dunque i due casi estremi:

$$F^{\min} : F \cos \alpha = mg \sin \alpha - \mu_s N$$

$$F^{\max} : F \cos \alpha = mg \sin \alpha + \mu_s N$$

$$\text{con } N = \mu_s (F \sin \alpha + mg \cos \alpha)$$

Le componenti di F e del peso lungo il piano sono cioè (per questi angoli) sempre discordi, mentre l'attrito concorda a F per $F^{\min}$ e discorda per $F^{\max}$.

qs. relazioni hanno soluzione (per $\alpha = 35^\circ$)

$$F^{\min} = \left(\frac{\sin \alpha - \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu_s \sin \alpha} \right) mg = 0.24 mg$$

$$F^{\max} = \left(\frac{\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha} \right) mg = 1.53 mg$$

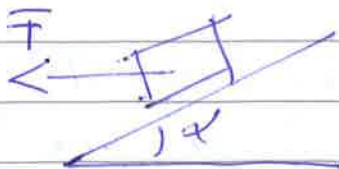
b) La soluzione trovata è valida, per tutti gli α per cui $F^{\min}$ e $F^{\max}$ sono positivi. Soluzioni negative non sono accettabili, perché F nel problema rappresenta il modulo della forza, assunta con direzione orizzontale e verso dx.

Discutiamo dunque qs. ulteriori casi -

b1) - $F^{\min} \geq 0$ richiede

$$\sin \alpha - \mu_s \cos \alpha \geq 0, \text{ ossia } \mu_s \geq 21.5^\circ$$

Per angoli inferiori, il corpo può essere in condizioni statiche anche per forza rivolta verso sx. In questo caso



$$N = mg \cos \alpha - F \sin \alpha$$

$$F \cos \alpha + mg \sin \alpha \leq \mu_s N$$

Cioè le comp. di F e del peso sono concordi tra loro e discordi dall'attrito.

Da queste relazioni si trova

$$F^{sx} \leq \left(\frac{\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu_s \sin \alpha} \right) mg$$

La forza deve essere compresa tra questo valore, diretta verso sx , e una forza verso dx data dalla soluzione precedente, per F^{max} :

$$F^{dx} \leq \left(\frac{\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha} \right) mg$$

Nel caso limite in cui $\alpha = 0$, il modulo di F è identico sia che essa sia rivolta verso sx , sia verso dx :

$$F^{sx} = F^{dx} = \mu_s mg$$

Qd risultato coincide con la condizione di equilibrio statico per un corpo su un piano orizzontale con attrito.

b2) - $F^{\max}$ è negativo quando $\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha < 0$

Si noti che per $\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha = 0$ (ossia $\tan \alpha = \frac{1}{\mu_s}$, $\alpha = 68.5^\circ$), $F^{\max} = \infty$

Dunque per $\alpha \geq 68.5^\circ$, l'equilibrio statico si ottiene per qualunque valore di F (verso dx) t.e. $F \geq F^{\min}$

Al limite $\alpha = 90^\circ$

$$F^{\min} = \frac{\sin(90^\circ) - \mu_s \cos(90^\circ)}{\cos(90^\circ) + \mu_s \sin(90^\circ)} mg$$

$$= \frac{1}{\mu_s} mg$$

Consistente con l'analisi del diagramma;



$$f_s = mg \leq \mu_s F$$

$$F \geq \frac{mg}{\mu_s}$$