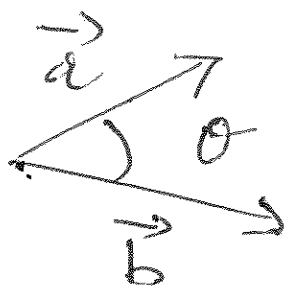


Prodotto scalare: $\vec{a} \cdot \vec{b} \stackrel{\text{def}}{=} ab \cos \theta$



$\swarrow$ modulo di a
 $\searrow$ modulo di b
 $\searrow$ angolo compreso

il risultato è una grandezza scalare con unità di misura definite dal prodotto delle unità di a e b .

Proprietà:

- È invariante per rototranslazioni: i moduli dei vettori e l'angolo ~~tra~~ (direzioni relative) sono ~~tra~~ proprietà invarianti
- È commutativo $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

L'operazione definita è consistente con le proprietà geometriche introdotte nell'algebra dei vettori ~~alle~~ operazioni di somma e differenza:

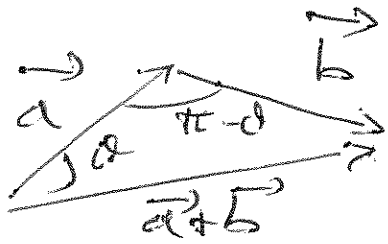
$$* \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$$

Prodotto scalare di un vettore per se stesso dà il modulo quadro del vettore

$$* \quad |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = a^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + b^2$$

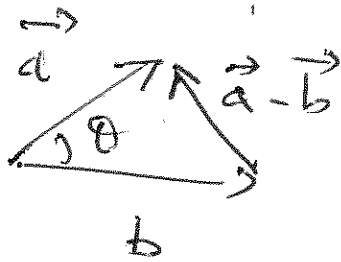
segue

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = a^2 + 2ab \cos \vartheta + b^2$$



consistente con il
 $\Leftarrow$ Teorema del coseno
 (o Carnot)

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = a^2 - 2ab \cos \vartheta + b^2$$



$\Leftarrow$ Teorema del coseno
 (o Carnot)

— 0 —

In termini di componenti cartesiane:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{u}_x + a_y \hat{u}_y + a_z \hat{u}_z) \cdot (b_x \hat{u}_x + b_y \hat{u}_y + b_z \hat{u}_z)$$

$$= a_x b_x \hat{u}_x \cdot \hat{u}_x + a_x b_y \hat{u}_x \cdot \hat{u}_y + a_x b_z \hat{u}_x \cdot \hat{u}_z +$$

$$+ \dots + a_y b_y \hat{u}_y \cdot \hat{u}_y + \dots +$$

$$+ \dots + a_z b_z \hat{u}_z \cdot \hat{u}_z$$

$$= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Sfruttando:

$$\hat{u}_x \cdot \hat{u}_x = \hat{u}_y \cdot \hat{u}_y = \hat{u}_z \cdot \hat{u}_z = 1$$

$$\hat{u}_x \cdot \hat{u}_y = \hat{u}_x \cdot \hat{u}_z = \hat{u}_y \cdot \hat{u}_z = 0$$

(vettori $\parallel$)

(vettori $\perp$)