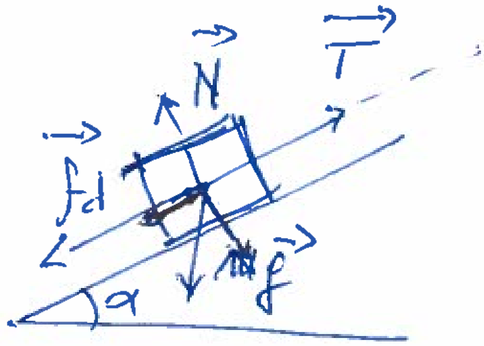
Problema 1

Equazione del moto lungo il piano inclinato e piano normale:



$$\begin{cases} T - mg\sin\alpha - \mu_d N = ma \\ N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

$$T - mg(\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha) = ma$$

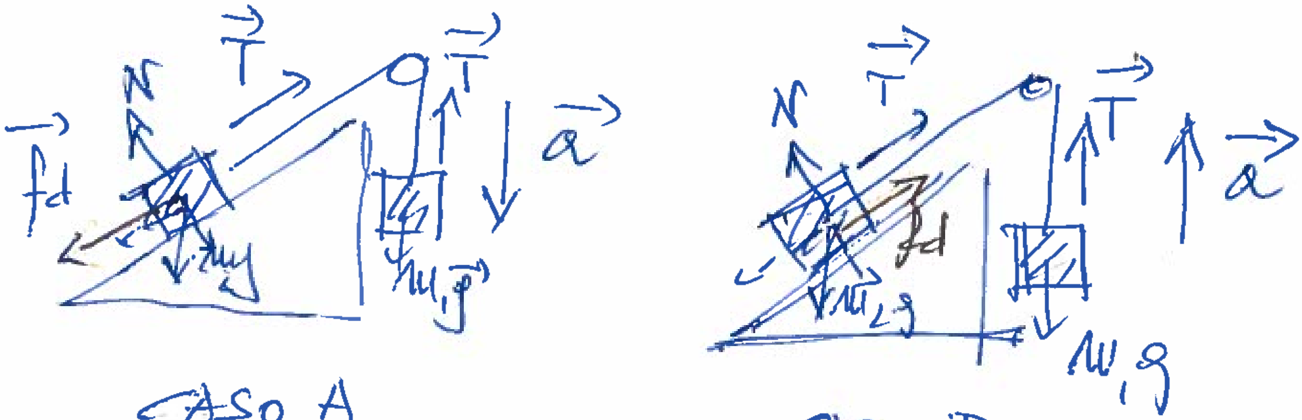
La massima massa può essere trainata quando $a = 0$ (v costante). In qs caso tutta la tensione del filo è impiegata per vincere la componente lungo il piano della forza peso e la forza di attrito e non per produrre accelerazione. Dunque:

1) $$m^{max} = \frac{T_{max}}{g(\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha)}$$

2) L'angolo ottimale si ha per $(\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha)$ minimo. Lo studio della derivata dice che il minimo è per $\alpha = 0 \rightarrow$ piano infinitamente lungo

Problema 2

A seconda della ~~direzione~~ verso di $\vec{a}$ cambia il verso di $\vec{f}_d$ (opposto allo scorrimento)



CASO A CASO B

* Si risolve un caso, e si verifica se il segno di $\vec{a}$ e $\vec{f}_d$ sono consistenti nel risultato. Se non è così, si prova l'altro caso. Se nemmeno quello è consistente, il sistema è in condizioni di equilibrio statico.

CASO A:

moto di m_1 : $m_1 g - T = m_1 a$

" m_2 : $T - m_2 g \sin\alpha - \mu_d m_2 g \cos\alpha = m_2 a$

Ove si è usato: $f_d = \mu_d N$

Sommando le equazioni:

$$m_1 g - m_2 g(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha) = (m_1 + m_2) a \quad (*)$$

Si deve verificare che $a > 0$, altrimenti i corpi si muoverebbero in verso opposto e si sarebbe dovuto assumere f_d in verso opposto – Qa condizione significa

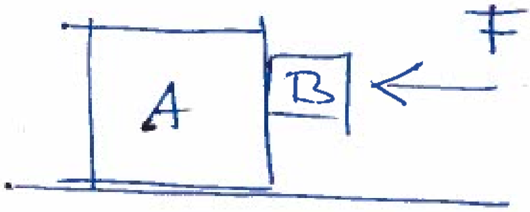
$$m_1 - m_2(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha) > 0$$

Che può essere verificata iniettando i valori assegnati – Se non è ok, si procede con B etc. –

Se ok, (*) fornisce l'accelerazione

T può essere ricavata per sostituzione in una delle due equazioni del sistema

Esercizio n° 8



$m_B < m_A$

μ_s tra i blocchi

$\mu = 0$ con il piano

- Trovare F_{min} per cui il blocco B spinge A senza scivolare

Soluzione:

→ • A e B procedono con la stessa accelerazione

• tra A e B attrito statico e reazione normale

$$\begin{aligned} m_B &: \\ m_A &: \end{aligned} \begin{cases} F - N = m_B a \\ N = m_A a \end{cases}$$

$$F = (m_B + m_A)\, a$$

$$N = \frac{m_A}{m_B + m_A} F$$

Inoltre N deve garantire attrito statico e equilibrio nel moto verticale di B

→

Cioè $$f_s - m_B g = m_B a_y^B = 0$$

$$f_s = m_B g$$

deve essere $f_s \leq f_s^{max} = \mu_s N$

$$f_s \leq \mu_s \frac{m_A}{m_B + m_A} F$$

$$F_{min} = \frac{1}{\mu_s} (m_B + m_A) \frac{m_B}{m_A} g$$

Esercizio 4 - ~~bis~~

stessa condizione con $\mu_d \neq 0$ - scivola con attrito -

Eq. del moto:

m_B: $F - N = m_B a$

$N - \mu_d (m_A g + f_s) = m_A a$

$$f_s = m_B g$$

$\longrightarrow$ l'attrito di A con il piano è determinato dal peso di entrambi i corpi (attenzione al carico)

Sommando

$$F - \mu_d (m_B + m_A) g = (m_B + m_A) a$$

$$a = \frac{F}{m_B + m_A} - \mu_d g$$

$$N = F - m_B a$$

$$= F - \frac{m_B}{m_B + m_A} F + \mu_d m_B g$$

$$N = \frac{m_A}{m_B + m_A} F + \mu_d m_B g$$

Condition su F :

$$f_s = m_B g \leq \mu_s \left(\frac{m_A}{m_B + m_A} \right) F + \mu_s \mu_d m_B g$$

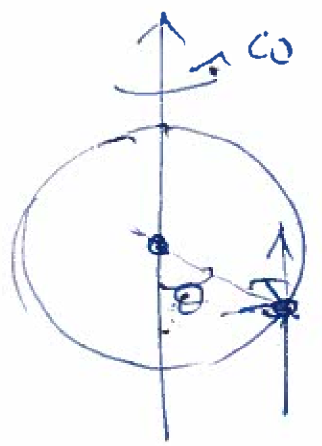
$$(1 - \mu_d \mu_s) m_B g \leq \mu_s (\quad) F$$

$$F_{min} = \frac{1}{\mu_s} \underbrace{(1 - \mu_d \mu_s)}_{\text{termine in più}} (m_A + m_B) \frac{m_B}{m_A} g$$

F_{min} in qs caso è inferiore al caso $\mu_d = 0$

Es. statico senza attriti

Esercizio 5



* Anello raggio R
Rondella massa m

ϑ quando in rotazione

→ trovare ω e N
→ può salire oltre la metà?

Forze : mg e reazione vincolare della guida –

→ Risultante : moto circolare unif di raggio $r = R \sin\vartheta$
Acc. centripeta $\omega^2 r = \omega^2 R \sin\vartheta$

Eq moto :

$$\begin{cases} m\omega^2 R \cancel{\sin\vartheta} = N \cancel{\sin\vartheta} & \text{— centripeta} \\ mg - N\cos\vartheta = 0 \end{cases}$$

$$m\omega^2 R = \frac{mg}{\cos\vartheta} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R\cos\vartheta}}$$

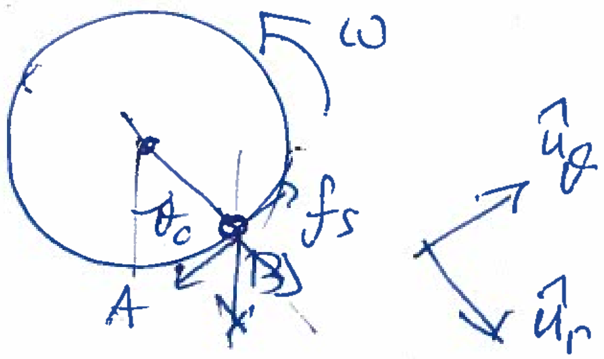
→ per $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ $\omega = \infty$

per $\vartheta > \frac{\pi}{2}$ comp. verticale non può equilibrarsi → non può salire oltre la metà

Esercizio 8

Analisi ~~[illegible]~~
(come il pendolo semplice)

Punto su centrifuga con attrito – scivola in B a θ_0 – trovare μ_s, per R, ω = cost del cestello



– da A a B il punto segue il cestello

$\rightarrow$ ~~R~~ ~~$F_\perp = mg$~~ ~~$f_s = mg\sin\theta$~~

$\rightarrow$ Comp. tang:

$\hat{u}_\theta$: $\quad f_s = mg\sin\theta$

$\hat{u}_r$: $\quad N - mg\cos\theta = m\omega^2 R$

$$f_s \leq \mu_s N$$

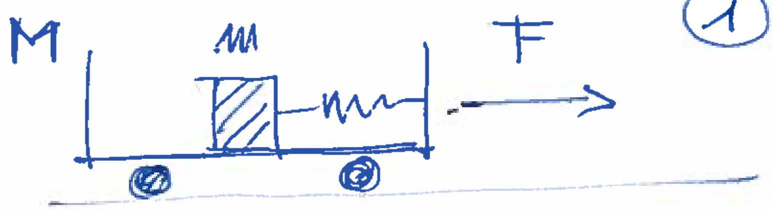
$$f_s \leq mg\cos\theta + m\omega^2 R$$

$$mg\sin\theta \leq mg\cos\theta + m\omega^2 R$$

$$\mu_s = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \omega^2 R/g}$$

per $\omega = 0$
$\mu_s = \mathrm{tg}\,\theta$
piano inclinato

Esercizio 7



① Analisi nel sistema rif. inerziale (SRI)

Nel sistema di rif. inerziale SRI solidale con la rotaia:

$$F = (m + M)\, a$$

→ accelerazione del carrello + massa

La massa m, per SRI è mantenuta in accelerazione a dalla forza elastica (reale) che agisce su di essa. ~~Equazio~~

Equazioni del moto:

$$m a = k \Delta l$$

Δl = allungamento della molla

$$\Delta l = \frac{m}{k}\, a$$

$$= \frac{m}{k} \frac{F}{(m+M)}$$

(2) Analisi per l'osservatore O' NI solidale con il carrello -

- corpo m fisso rispetto a carrello sotto l'azione di F_{el} e $F_{app} = -ma_{NI}$

- Eq. del moto

$$K\Delta l - m a_{NI} = ma'$$

Poiché m è ferma in O' $\rightarrow$ $a' = 0$, e dunque

$$\Delta l = \frac{m}{K} a_{NI}$$

a_{NI} è l'accelerazione di Trascinamento di O' rispetto a O, che abbiamo trovato dal caso (1): $a_{NI} = \dfrac{F}{M+m}$

Il risultato è identico a quello del SRI, ma non si vede un particolare vantaggio ad analizzare il problema nel rif. del carrello - ~~Il vantaggio~~

La risposta al quesito 2 è più semplice nel riferimento NI, ove il punto materiale è fermo nel caso di equilibrio sotto l'azione di:

$$k \Delta l = m a_{NI}$$

Q.a relazione è la stessa trovata per l'equilibrio della massa appesa ad una molla in presenza di una forza peso (Lezione 8)

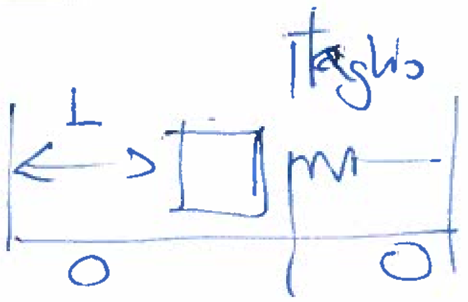
$$k \Delta l = m g \qquad \text{con } a_{NI} \equiv g$$

Possiamo ripetere gli stessi passaggi di quella analisi (si vedano gli appunti della lezione). La massa oscilla (nel riferimento non inerziale) attorno alla posizione di equilibrio con pulsazione $\omega = \frac{k}{m}$.

Nota: l'allungamento della molla dipende da a_{NI} il moto di oscillazione non dip. da a_{NI} –

La misura della massa si può ~~fare~~ ricavare in modo indip. da a_{NI} in q.o modo (usato per ~~gli~~ gli austronauti)

Quesito 3



dopo il taglio, la massa m è in "caduta libera" nel riferimento non inerziale, con $v_i = 0$ (parte da fermo rispetto al rif. del carrello) e cade con $a' = -a_{NI}$ (acc. dovuta alla forza apparente)

Dunque la legge del moto è

$$x'(t) = \frac{1}{2} a' t^2$$

La distanza L è coperta in un tempo

$$t = [2 a_{NI} L]^{1/2}$$

→ Anche in qs. caso l'uso del riferimento non inerziale è conveniente