ISBN 978-88-08-18043-8

Esercizio 4-8

Nel piano xy, quattro oggetti si muovono con le seguenti velocità:

1) $v_{1x} = t^2 - 2t - 1$; $v_{1y} = -t + 4$;

2) $v_{2x} = -1$; $v_{2y} = -3t^2 + 1$;

3) $\vec{v}_3 = 2t^2\,\hat{\imath} - (t - 4)\,\hat{\jmath}$;

4) $\vec{v}_4 = -2t\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath}$.

Per ciascun caso, determinare se le componenti x e y dell'accelerazione sono costanti e se l'accelerazione $\vec{a}$ è costante. Nel quarto caso, se $\vec{v}$ è in metri al secondo e t in secondi, quali sono le unità di misura dei coefficienti numerici?

Esercizio 4-9

Un punto materiale, inizialmente (per $t = 0\,\mathrm{s}$) fermo in $x = 0$, si muove lungo l'asse x di un sistema di riferimento con un'accelerazione variabile nel tempo, pari a $a(t) = \ddot{x} = a_0(1 - t/\tau)$ nell'intervallo di tempo $[0, \tau]$ e $a(t) = 0\,\mathrm{m/s^2}$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e la posizione raggiunta dal punto per $t = 2\tau$. Valutare numericamente il risultato per $a_0 = 0{,}5\,\mathrm{m/s^2}$ e $\tau = 5{,}4\,\mathrm{s}$.

Esercizio 4-10

Il vettore posizione di una particella è descritto dall'equazione vettoriale dipendente dal tempo $\vec{r} = R\sin(\omega t)\,\hat{\imath} + R\cos(\omega t)\,\hat{\jmath}$. Dimostrare che la velocità istantanea del punto è perpendicolare a $\vec{r}$, calcolare l'accelerazione del punto e mostrare che il prodotto vettoriale $\vec{r} \times \vec{v}$ è una costante del moto.

Esercizio 4-11

Due oggetti cadono liberamente dalla stessa altezza a distanza di 1 s l'uno dall'altro. Dopo quanto tempo dalla partenza del primo i due oggetti si troveranno a 10 m di distanza?

Esercizio 4-12

Due punti materiali P_1 e P_2 hanno le posizioni descritte rispettivamente da $\vec{x}_1 = (5 + 3t + 2t^2)\,\hat{\imath}$ e $\vec{x}_2 = (1t + 5t^2)\,\hat{\imath}$ per $t > 0$. Determinare se i due punti collidono e, in caso di risposta affermativa, determinare in quale istante avviene l'impatto. Quanto vale la differenza fra le loro velocità vettoriali nel momento della collisione?

ISBN 978-88-08-18043-8

Esercizio 4-13

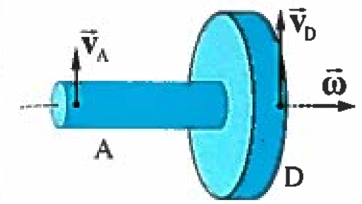

Figura 4-4

Un disco D di raggio pari a 5 cm è montato solidalmente su un albero motore A che ha un diametro di 2 cm, come mostato in figura. L'albero sta ruotando su se stesso con una velocità angolare costante, tale che i punti posti sulla superficie laterale hanno una velocità tangenziale pari a 0,7 m/s. Si calcolino la velocità angolare ω dell'albero, la velocità tangenziale dei punti che si trovano sul bordo del disco e l'accelerazione di tali punti.

Esercizio 4-14

Una pallina viene sparata verticalmente verso l'alto a partire da terra con una velocità iniziale di modulo pari a 35 m/s. Determinare l'altezza che raggiunge in funzione del tempo, il tempo totale di volo prima di ricadere a terra e l'altezza massima raggiunta.

Esercizio 4-15

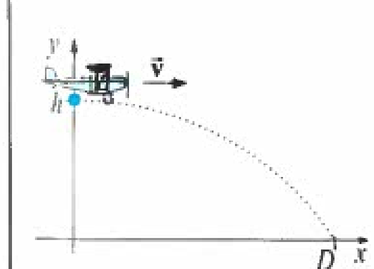

Figura 4-5

Un aereo adibito a consegne rapide di posta nella foresta amazzonica è in volo orizzontale a una quota di $h = 120\,\mathrm{m}$ a velocità costante $v = 350\,\mathrm{km/h}$. Quando il pilota avvista, proprio di fronte a lui, il sito di consegna della tribù dei Karajà, decide di sganciare il pacco di posta a loro destinato. Trascurando la resistenza dell'aria, determinare le componenti verticale e orizzontale della velocità iniziale (sgancio) e finale (a terra) del pacco. Calcolare, con riferimento alla figura 4-5, la distanza D fra la proiezione sull'asse x della posizione dell'aereo al momento dello sgancio e il punto di atterraggio del pacco. Se la velocità dell'aereo fosse stata di $v^* = 250\,\mathrm{km/h}$, il tempo di caduta sarebbe stato maggiore, minore o uguale? E la distanza D?

Esercizio 4-16

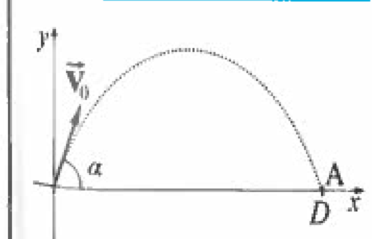

Figura 4-6

Un proiettile viene sparato con una velocità iniziale $\vec{v}_0$, di modulo noto v_0 e inclinata di un angolo α rispetto a un piano orizzontale (*vedi* figura 4-6). Sapendo che il proiettile colpisce un punto A a distanza D posto sullo stesso piano orizzontale, determinare: 1) la relazione esistente tra v_0 e α; 2) il modulo della velocità con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) l'angolo α che, a parità di modulo di velocità v_0 iniziale, permette di raggiungere la massima distanza D.

ISBN 978-88-08-18043-8

4-5 Altri problemi

Esercizio 4-26

Un proiettile è sparato da una pistola con una canna lunga l = 20,5 cm e all'uscita ha una velocità di modulo v = 185 m/s. 1) Determinare l'accelerazione scalare media del proiettile nell'attraversamento della canna. 2) Fornire una stima del tempo di transito del proiettile nella canna assumendo un'accelerazione costante pari a quella media.

Esercizio 4-27

Un treno parte da fermo e si muove con accelerazione tangenziale costante lungo una curva di raggio di curvatura R = 1200 m. Dopo aver percorso un arco lungo s = 700 m, raggiunge una velocità di modulo v_1 = 15 m/s . Nell'istante in cui il treno ha percorso dalla partenza un arco di lunghezza pari a $s/2$, determinare: 1) il modulo della componente tangenziale dell'accelerazione, 2) il modulo della velocità del treno, 3) l'accelerazione centripeta.

Esercizio 4-28

Nell'istante in cui il semaforo diventa verde, un'automobile parte con un'accelerazione costante di modulo a_a = 2,2 m/s^2. Nello stesso istante una motocicletta, muovendosi con velocità costante di modulo pari a v_m = 11,0 m/s, raggiunge e sorpassa l'automobile muovendosi lungo la stessa strada rettilinea. 1) A quanti metri dal punto di partenza l'automobile sorpassa la moto? 2) A che velocità (scalare) starà viaggiando in quel momento l'automobile?

Esercizio 4-29

Un corpo che si muove lungo una traiettoria rettilinea ha un'accelerazione esprimibile come: $a_x(t) = bt$ con b = 3 m/s^3. Sapendo che al tempo pari a t_0 = 1 s, il corpo si trova in x_0 = −2 m con velocità pari a v_0 = 1 m/s, trovare: 1) la posizione e 2) la velocità al tempo $\bar{t}$ = 2 s.

Esercizio 4-30

Un punto materiale, inizialmente (per $t = t_0$ = 0 s) fermo, in $x = x_0$ = 0 m è soggetto a un'accelerazione diretta lungo l'asse x data da $a_x(t) = f(t)$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$ e $a_x(t) = 0$ per $t \geq \tau$. Determinare posizione e velocità del punto per $t = 2\tau$ nei seguenti casi:

1) $f(t) = a_0(1 - e^{-t/\tau})$,

2) $f(t) = a_0(1 - t/\tau)^2$,

3) $f(t) = a_0\left(1 - \frac{t^2}{\tau^2}\right)$,

per $\tau = 2,6$ s e $a_0 = 1,8$ m/s^2.

ISBN 978-88-08-18043-8

Esercizio 4-31

Un punto si muove nello spazio seguendo le equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^3 + t^2 \\ y(t) = 2 + t^2 \\ z(t) = -e^{-t}, \end{cases}$$

dove t è espresso in secondi e le coordinate x, y e z in metri. Calcolare le espressioni della velocità e dell'accelerazione per ogni istante di tempo e calcolare i moduli di velocità e accelerazione del punto al tempo t = 0 s.

Esercizio 4-32

La traiettoria di un punto nello spazio tridimensionale è espressa dalle equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x(t) = 2\cos(2t) + 2 \\ y(t) = 3t + 1 \\ z(t) = 2\sin(2t). \end{cases}$$

Studiare le caratteristiche del moto determinando $\vec{v}(t)$. Calcolare la lunghezza della traiettoria percorsa dal punto in movimento tra gli istanti t_1 = 0 s e t_2 = 5 s, sapendo che i coefficienti numerici sono tali che t è sempre espresso in secondi e x, y e z risultano espressi in metri.

Esercizio 4-33

La posizione di un punto materiale in un sistema di riferimento S varia nel tempo secondo l'equazione vettoriale

$$\vec{r}(t) = R\sin(\omega t)\,\hat{\imath} + R[1 + \cos(\omega t)]\,\hat{\jmath}\ .$$

1) Determinare il tipo di moto e la traiettoria del punto materiale.
2) Calcolare inoltre la velocità $\vec{v}$ nell'istante $t^* = \frac{\pi}{6\omega}$.

Esercizio 4-34

In una battaglia campale che avviene su un terreno orizzontale, un artigliere ha l'ordine di colpire un bersaglio posto a distanza D = 480 m dal suo cannone. L'arma spara obici con una velocità di uscita di v = 82 m/s. A quale angolo di elevazione rispetto a una direzione orizzontale si deve puntare il cannone per colpire il bersaglio? Qual è la minima velocità di uscita degli obici che permette di colpire il bersaglio?

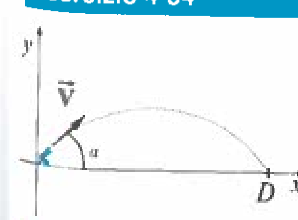

Figura 4-13

 ISBN 978-88-08-18043-8

Esercizio 4-35

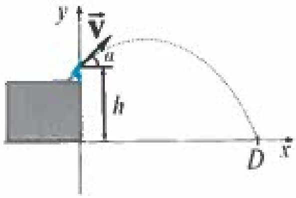

Figura 4-14

Un proiettile viene sparato da fermo, con un alzo di $\theta = 45°$, da un cannone posto su una altura che si eleva di $h = 20\,\text{m}$ rispetto alla pianura circostante. Determinare: 1) il modulo v della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio nella pianura che dista in linea orizzontale dal cannone $D = 100\,\text{m}$; 2) l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) il modulo della velocità del proiettile quando colpisce il bersaglio.

Esercizio 4-36

Due autovetture procedono a velocità costante di modulo rispettivamente $v_1 = 50\,\text{km/h}$ e $v_2 = 40\,\text{km/h}$. A un certo istante, le due autovetture si urtano. Determinare la velocità relativa nell'urto (velocità osservata da uno dei due conducenti) quando: 1) l'urto è frontale, 2) è un tamponamento, 3) le auto si urtano a un incrocio provenendo da due strade che formano un angolo retto.

Esercizio 4-37

Una barca sta navigando controcorrente a $v_b = 14\,\text{km/h}$ rispetto all'acqua del fiume, che scorre alla velocità di $v_a = 9\,\text{km/h}$ rispetto alle sponde. 1) Qual è la velocità della barca rispetto al terreno? Un bambino sulla barca cammina da prua a poppa (cioè dal davanti verso il retro della barca) a un passo di $v_c = 6\,\text{km/h}$. 2) Qual è la velocità del bambino rispetto al terreno?

Esercizio 4-38

Nel rugby è ammesso che un giocatore lanci la palla ovale a un compagno di squadra, purché il passaggio non avvenga in avanti (la velocità del pallone non deve avere, rispetto al campo di gioco, una componente longitudinale positiva diretta verso la porta avversaria). Qual è il minimo angolo rispetto alla direzione in avanti, che rende legittimo il passaggio di un giocatore che, correndo parallelamente al lato lungo del campo a una velocità di $v_g = 4\,\text{m/s}$, passi a un compagno la palla a una velocità di $v_p = 7\,\text{m/s}$ (rispetto al lanciatore stesso)?

4-6 Suggerimenti per i problemi

Esercizio 4-1

• **Suggerimento.** Il testo chiede tre velocità scalari medie e una velocità vettoriale media. La differenza tra velocità scalare e velocità vettoriale deve essere chiara a chi si accinge a risolvere l'esercizio.