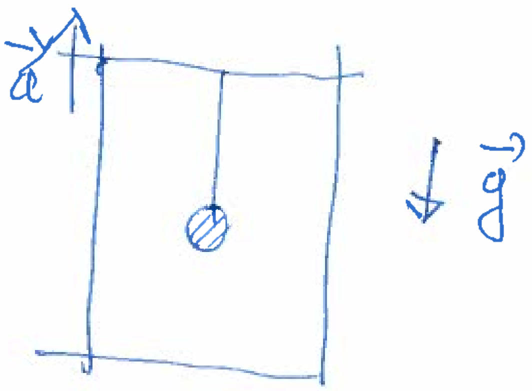
Problema Acc. Pendolo

Due pendoli identici con periodo T sono sincronizzati. Un pendolo viene trasportato in un appartamento con un ascensore. Durante il trasporto in verticale subisce per un tempo Δt_a un'acc. $\vec{a}$ in salita e poi una decelerazione (acc. negativa) $-\vec{a}$ per fermarsi al piano per un tempo Δt_b.

Si dica se i due pendoli, dopo il tempo $\Delta t = \Delta t_a + \Delta t_b$ sono ancora sincronizzati.



Periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

In un rif. Non inerziale

Peso apparente $= m\vec{g} - m\vec{a}_{NI}$

Per asc. in salita : $m(\vec{g} + \vec{a})$

discesa : $m(\vec{g} - \vec{a})$

Periodo : $T_+ = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}}$

$T_- = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}}$

Numero di periodi nell'intervallo di tempo $\Delta t = \Delta t_a + \Delta t_b = 2\Delta t_a$

- Pendolo fisso: $N_f = \frac{\Delta t}{T} = \frac{2\Delta t_a}{T}$

Pendolo in moto:

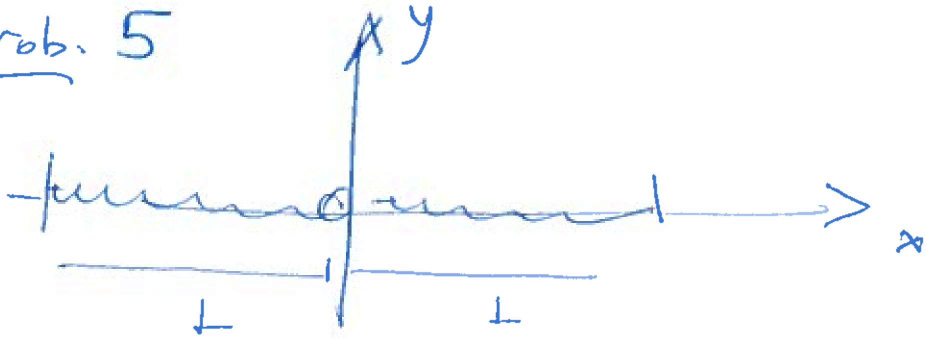
$$N_m = \frac{\Delta t_a}{T_+} + \frac{\Delta t_a}{T_-} =$$

$$= \frac{\Delta t}{4\pi}\left(\sqrt{\frac{g+a}{L}} + \sqrt{\frac{g-a}{L}}\right)$$

$$N_f = \frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta t}{2\pi}\sqrt{g/L}$$

Anche se $a_+ = a_-$ e i tempi sono uguali – i due orologi segnano tempi diversi dopo il [illegible]

Prob. 5



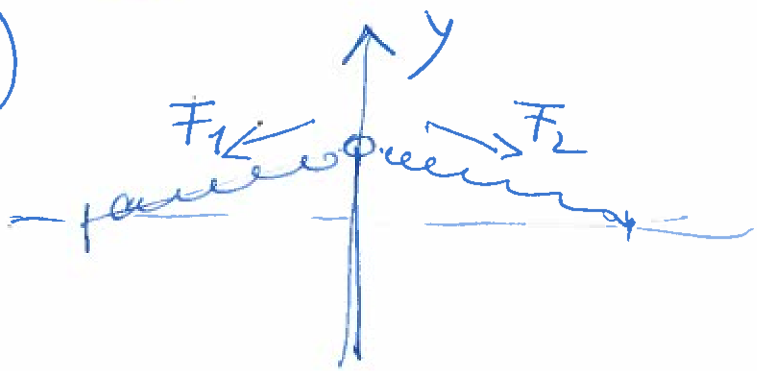
- Due molle di cost. elastica k identiche, con lunghezza a riposo trascurabile, sono disposte in parallelo come in figura

A) Trovare l'equazione del moto e la legge oraria per uno scostamento dall'equilibrio lungo l'asse y

B) Scrivere l'en. pot. in funzione di x e y, determinare il moto per uno scostamento generico (x_0, y_0) nel piano –

— Soluzione:

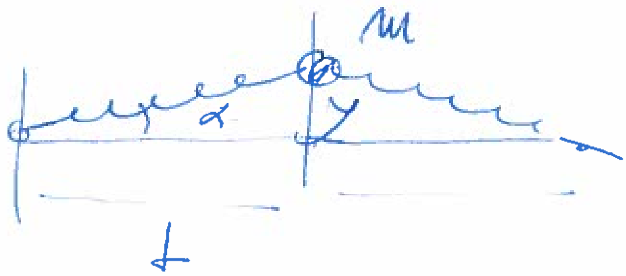
A)



Forza in $x = 0$ e y :

$$F_y = F_{1y} + F_{2y}$$

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = 0 \quad \text{opposte invece}$$



$$F_{1y} = -k\sqrt{L^2+y^2}\cdot \sin\alpha$$
$$= -k\sqrt{L^2+y^2}\cdot \frac{y}{\sqrt{L^2+y^2}} = -ky$$

$$F_{2y} = -ky$$

$$F_y = -2ky$$ Forza di richiamo con costante el. $2k$

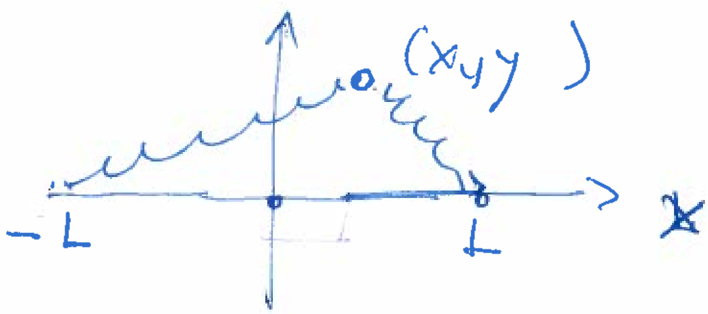
→ moto armonico semplice

$$y(t) = y_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

→ stesso comp. dello spost. in x

B) En potenziale – in (x,y) –

$$E_p(x,y) = E_p^1(x,y) + E_p^2(x,y)$$



$$E_p = \frac{1}{2}kL_1^2 + \frac{1}{2}kL_2^2$$

$$= \frac{1}{2}k\left[(x+L)^2+y^2\right] + \frac{1}{2}k\left[(x-L)^2+y^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\,2k(x^2+y^2) + \underbrace{\frac{1}{2}\,2kL^2}_{\text{cost}} + \cancel{\frac{1}{2}\,2k(xL-xL)}$$

E_p è definita a meno di una cost., quindi questa E_p rapp una forza elastica bidimensionale, centrale

Per ogni punto (x,y)

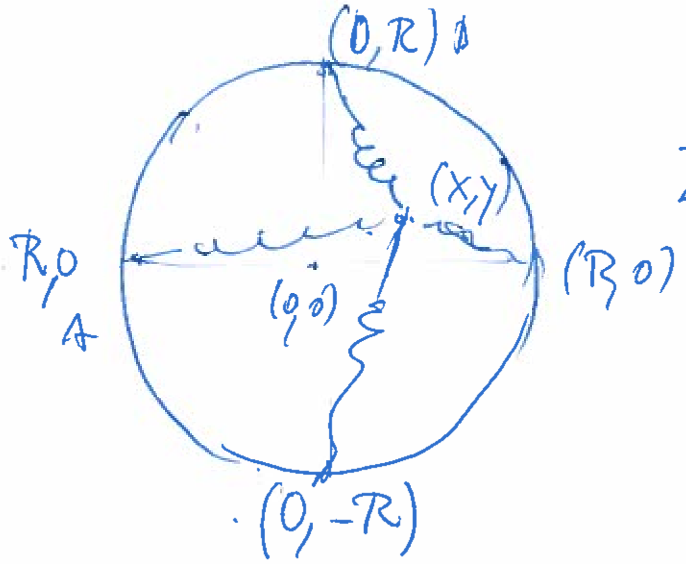
$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} = -2kx$$

$$F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} = -2ky \qquad \vec{F} = -2k(x\hat{u}_x + y\hat{u}_y) = -2k\vec{r}$$

$\longrightarrow$ moto armonico attorno a $(0,0)$ lungo la direzione r

Prob. 6

MODELLO DI RETICOLO CRISTALLINO



$\cancel{\frac{1}{2}}$

~~d(A,P) =~~

$$d^2_{AP} = (x+R)^2 + y^2$$

$$d^2_{BP} = x^2 + (y+R)^2$$

$$d^2_{CP} = (x-R)^2 + y^2$$

$$d^2_{DP} = x^2 + (y-R)^2$$

$$E_p = \frac{1}{2}k\left[(x+R)^2 + y^2 + x^2 + (y+R)^2 + (x-R)^2 + y^2 + x^2 + (y-R)^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}k\left[4x^2 + 4y^2 + 4R^2 + \cancel{2xR} - \cancel{2xR} + \cancel{2yR} - \cancel{2yR}\right]$$

$$= \cancel{E_p}\ \frac{1}{2}4k(x^2+y^2) + \text{cost}$$

$\longrightarrow$ F. centrale elastica

$\longrightarrow$ trovare v in $(x,y) = (0,0)$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}4k(x^2+y^2)$$

— comp. v_x e v_y

~~xu~~ $\vec{r} \parallel \vec{v}$

Poichè

$$\vec{F} = -4k\,\vec{r}$$

moto lungo $\vec{r}$ e dunque $\vec{v} \parallel \vec{r}$

$$v_x = v\cos\theta = v\,\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

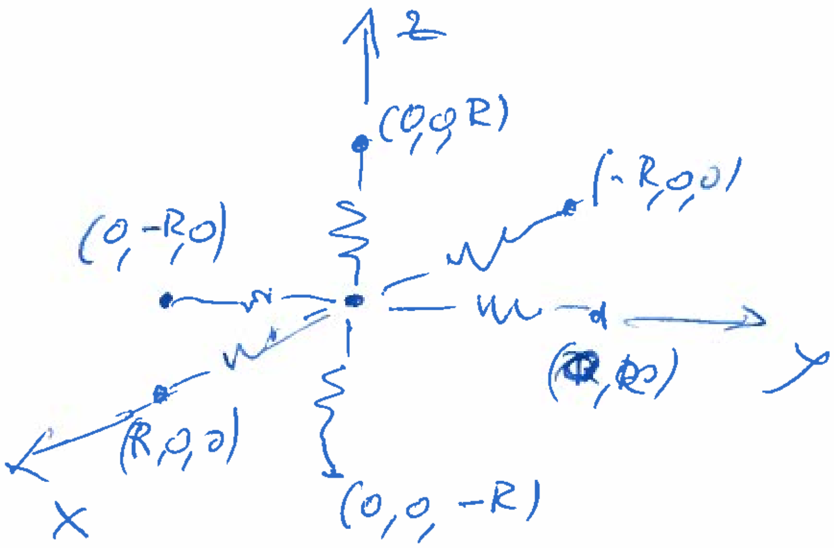
$$v_y = v\sin\theta = v\,\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$v_x = \cancel{\frac{4}{2}}\,\frac{4k}{m}\,\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,(x^2+y^2)$$

$$v_y = \frac{4k}{m}\,\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,(x+y^2)$$

Prob 7 (FACOLTATIVO) – Bello da fare

Reticolo 3D



Equilibrio in (0,0,0)

6 Molle di lunghetta a riposo nulla – con costante elastica k –

Trovare $F_p(x,y,z)$

Trovare l'espressione di $\vec{F}(x,y,z)$ e verificare se è una forza centrale

$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$

$= F(r)\hat{u}_r$