

## Trasformazioni adiabatiche

$$W_{AB}^{\text{adiab}} = -\Delta U_{AB}$$

con  $U = U(x)$  Funzioni di stato cioè la variazione di  $U$  è indipendente dal percorso, ma dipende solo dallo stato iniziale e finale

Scelto un riferimento  $U_0$  sono definite

$$U(x) = U_0 - W_{0x}^{\text{adiab}} \quad (*)$$

Chiamiamo  $U(x)$  energia interna la cui definizione operativa è tramite la (\*) ossia in riferimento ad una grandezza (il lavoro meccanico) la cui definizione è nota.

Qs definita non è, nell'espressione, diversa da quella dell'energia potenziale ma qui non abbiamo posto nessuna restrizione sulla natura della forza.

## Trasf. generiche, con pareti diatermiche

Compreso lavoro su un sistema con pareti diatermiche, si possono avere anche scambi termici.

In ps. caso si osserva per via empirica che  $W_{AB} \neq -\Delta U_{AB}$  (il lavoro non è adiabatico).

- Per far tornare il bilancio di energia nella trasformazione bisogna ammettere che vi sia scambio di energia in un'altra forma, diversa dal lavoro meccanico - A q.s. forme di energia si dà nome di CALORE

Per una definizione operativa accurata del calore si procede osservando che è possibile realizzare trasformazioni che determinino lo stesso cambio di stato di un sistema e cioè la stessa  $\Delta U_{AB}$  in due modi

1) Trasf. adiabatica -  $W_{AB}^{adi} = \Delta U_{AB}$

2) Trasf. diatermica e isocora ( $W=0$ )

in cui si assume  $Q_{AB}^{isocora} = \Delta U_{AB}$

Si può dunque "misurare" e definire in modo operativo  $Q$  tramite l'equivalenza

$$Q_{AB}^{isocora} = \Delta U_{AB} = -W_{AB}^{adiabatica}$$

\* Cioè il calore scambiato in una transf. isocora è identico al lavoro adiabatico che determina lo stesso  $\Delta U$ .

## Trasf. generiche

Avevamo definito un criterio per misurare  $\Delta U$  (dal lavoro adiabatico) e  $Q$  (dall'equivalenza  $Q_{12c} = W_{ad12}$ ) si può controllare il bilancio di energia di una qualsiasi trasformazione termodinamica.

Si osserva per via empirica che

$$\boxed{\Delta U_{AB} = Q - W} \quad (**)$$

in qualunque trasf. che connette gli stati A e B

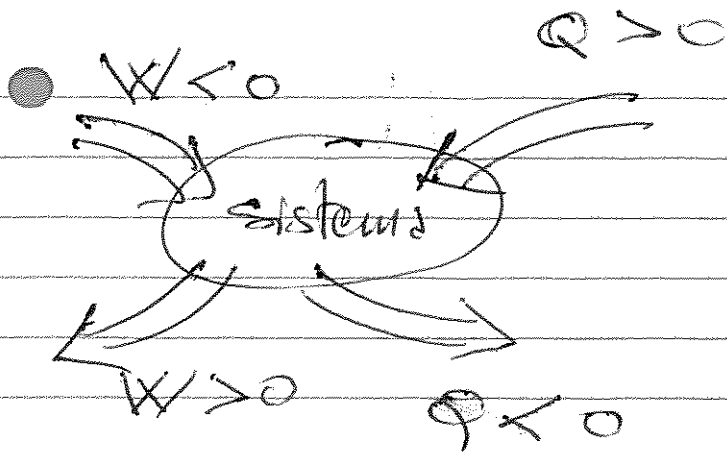
Cioè, mentre  $Q$  e  $W$  individualmente dipendono dalla trasf., la diff. è sempre eguale alla variazione dell'energia interna delle funzioni di stato energia interna che abbiamo definito.

La relazione (\*\*) esprime il 1° principio della termodinamica

= principio di conservazione dell'energia

I segni nella relazione (\*\*) dipendono da una convenzione largamente (ma non universalmente adottata)

→



Si definisce positivo ( $Q > 0$ ) il calore assorbito dal sistema e negativo ( $Q < 0$ ) il calore ceduto dal sistema.

— Per il lavoro si usa la convenzione opposta: si definisce  $W > 0$  se compiuto dal sistema sull'ambiente e  $W < 0$  in caso contrario.

— Se avessimo scelto la stessa convenzione di segno per  $W$  e  $Q$ , il 1° principio sarebbe  $Q + W = \Delta U$ . Questa forma è usata dall'Halliday-Resnick [e ad onor del vero è più intuitiva, ma gli ingegneri hanno reso diffusa l'espressione in convenzione con il segno negativo].

Nota: poiché  $U = U(x)$  è funzione di stato  $dU$  è un differenziale esatto

ossia 
$$\Delta U_{AB} = \int_A^B dU = U_B - U_A$$

con 
$$dU = d(Q - W)$$

Calore e lavoro, invece, dipendono dal percorso. Perciò il calore totale scambiato e il lavoro totale compiuto è la somma dei lavori o calori infinitesimi:

$$Q_{AB} = \int_A^B dq \quad \text{e} \quad W_{AB} = \int_A^B dW$$

Ma q.s. espressioni non coincidono con la diff. del calore (lavoro) scambiato in A e in B. È necessario conoscere l'intera traiettoria.

### Classificazione delle transf.

- 1) Adiabatiche  $Q=0$   $W = -\Delta U$
- 2) Isocore  $W=0$   $Q = \Delta U$
- 3) "Isterme"  $\Delta U=0$   $W = Q$   
( $T = \text{cost.}$ )

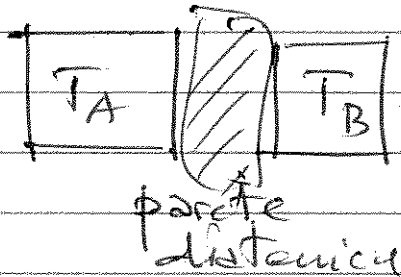
→ Le trasformazioni a  $\Delta U=0$  sono genericamente chiamate isoterme benché le (come vedremo) sole le transf. del gas perfetto sono rigorosamente isoterme per  $\Delta U=0$

Le transf. possono essere reversibili (attraverso stati di quasi-equilibrio) o irreversibili.  
Nelle transf. reversibili è possibile

lavorativo lo stato finale in quello iniziale, senza modificazioni nell'ambiente -

### - Esempio (motorale) di transf. lavoro

Due sistemi a  $T_A > T_B$   
e  $V$  costante posti a contatto  
tramite parete diatermica



$$W = 0$$

ha scambio  
termico tra A e B

La nuova condizione di equilibrio si  
ha per  $T_A > T_e > T_B$

Dunque  $\Delta U_A < 0$  ( $T_A$  diminuisce)  
 $\Delta U_B > 0$  ( $T_B$  aumenta)

Complessivamente,

$Q_A = \Delta U_A < 0$  A cede calore  
 $Q_B = \Delta U_B > 0$  B acquista calore

→ Per la convenzione di segno sul calore, lo  
scambio di calore avviene in modo  
spontaneo dal corpo a  $T$  maggiore  
al corpo a  $T$  minore -

## Applicazioni del 1° principio a solidi e liquidi (7)

### Tierzo Termodinamiche di solidi e liquidi

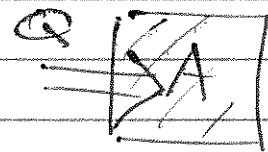
\* Il 1° principio della Termodinamica fissa il metodo generale per misurare il calore scambiato in un processo

\* In alcuni casi è possibile usare un'espressione empirica analitica

Il volume di solidi e liquidi varia poco con la Temp.:

$$V(t) = V_0 (1 + \beta t) \quad \beta \approx 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

Per solidi e liquidi



$$W = \int_{V_i}^{V_f} p dV \ll Q$$

perché  $V \approx \text{costante}$  - Quindi il 1° principio assume la forma semplificata

$$\Delta U = Q - W \approx Q$$

Per intervalli di Temp. relativamente piccoli si trova la relazione lineare

$$Q = C_A(T) (T_f - T_i)$$

$C_A(T) \equiv$  capacità termica del corpo

Se il corpo è omogeneo

$$C_A = c_A m_A$$

$c_A =$  calore specifico

Per corpi non omogenei

$$C_T = c_A m_A + c_B m_B + \dots$$

$$[C_T] = J/K$$

capacità termica

$$[c_s] = J/(kg \cdot K)$$

calore specifico

Per trasformazioni infinitesime

$$C_A = \frac{dQ}{dT}$$

$$c_s = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$$

calore specifico

$$C_m = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$$

calore molare

→ stesso valore per tutti i solidi  $\approx 25 J/K/mol$   
( $\approx 3R$  - legge di Dulong-Petit)



Si può usare la capacità termica per calcolare il calore scambiato in una transf. (e nel caso dei solidi  $\Delta U \approx Q$ )

$$Q_{AB} = \int_A^B dQ = \int_A^B \frac{dQ}{dT} dT = \int_A^B C_A(T) dT$$

Verà sempre

Se reversibile

\* Solo se la trasformazione è reversibile  $T$  è nota in ogni punto della transf. l'integrale di  $C(T)$  in  $dT$  è calcolabile -

\* Per ampi intervalli di  $T$  e per ~~molte~~ molti solidi e liquidi

$$C_A(T) = C_A \quad \text{costante}$$

In q.s. caso:

$$Q_{AB} = \int_A^B C_A(T) dT = C_A \int_A^B dT = C_A \Delta T$$

Verà anche per transf. irreversibili

differentiale esatto, indep. dalla transf.

$\Rightarrow$  In conclusione, in una vasta classe di casi si può procedere al calcolo del calore scambiato, in buona approssimazione, usando:

$$Q = C_T \Delta T$$

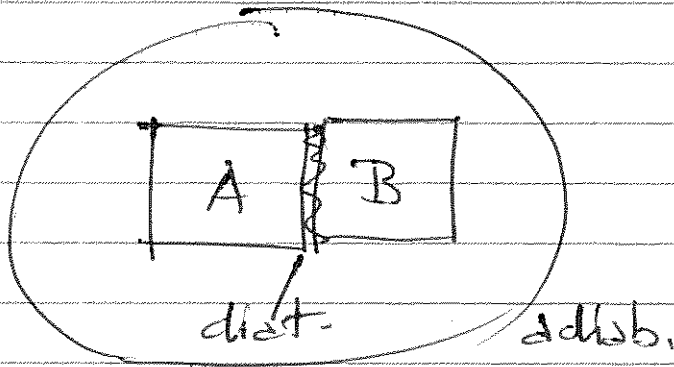
-  $C_T$  dell' $H_2O$

$$C_T(H_2O) = 4186 \text{ J/(kg K)}$$

- Storicamente si definì il calore per via empirica in riferimento alla capacità termica dell'acqua

- 1 caloria = qta' di calore necessario per innalzare di  $1^\circ\text{C}$  (da  $14.5^\circ\text{C}$  a  $15.5^\circ\text{C}$ ) la temp. dell'acqua di 1 g di  $H_2O$ . L'uso della caloria è deprecato nel SI

● Esempio: Equilibrio termico



$$T_A > T_B$$

$T_e$  = temp. di equil.

dal 1° principio  $Q_{\text{tot}} = 0$   $W_{\text{tot}} = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$

● Dunque  $\Delta U_A = -\Delta U_B$

$$Q_A = -Q_B$$

$$C_A(T_e - T_A) = -C_B(T_e - T_B)$$

$$= C_B(T_B - T_e)$$

● Risolvendo per  $T_e$ :

$$T_e = \frac{C_A T_A + C_B T_B}{C_A + C_B}$$

La temp. di equilibrio è intermedia, ma non è il valore medio. Di là media "pesata" sulle capacità termiche.

\* Se  $C_A \gg C_B$   $T_e \approx T_A$  - Pozzo

o sorgente di calore

● Poi scambiano calore indefinitamente, rimanendo a  $T$  costante  $\rightarrow$

Poichè  ~~$\epsilon_A \epsilon_{sk}$~~   $C_T = C_S M$

se  $M$  molto grande, il corpo è  
un pozzo o sorgente di calore

→ Potere mitigatore del mare  
(ad esempio)

## ● Cambio di Fase

- Durante cambio di fase  $T = \text{cost}$  ma in generale il lavoro non è nullo né a livello microscopico, né macroscopico:

x En. cinetica delle particelle

x Esp. di un gas -

- Se considero un sistema chiuso - isolato (le due fasi nello stesso sistema) allora è ancora  $Q = \Delta U$  - il calore si trasferisce in energia interna del sistema - Si osserva che

$$Q = L_m m \quad - \text{prop. alla qta' di massa che cambia fase}$$

$L_m$  = calore latente -

$$\begin{aligned} \text{H}_2\text{O} \quad L_m (\text{evap.}) &\approx 2500 \text{ kJ/kg} \\ L_m (\text{fus.}) &\approx 330 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Il cambio di fase non è reversibile  
 $L_m (\text{evap.}) \neq L_m (\text{condensation})$

Es - Calcolo febbre  $40^\circ\text{C} - 37^\circ\text{C}$

→ quanto occorre sudare?

## Scambi termici

(1)

1) Conduzione  $\frac{dQ}{dt} = k \frac{dT}{dx} dS$

2) Convezione  $\frac{dQ}{dt} = h dT dS$

3) Irraggiamento  $\frac{dQ}{dt} = \epsilon \sigma T^4 dS$  Unità m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>

Nota dip. da  $T \rightarrow ^\circ K$   
1) e 2) dip. da  $\Delta T$

In tutti i processi la potenza emessa dipende dalla superficie di scambio  $dS$  - Ricorda massimo la

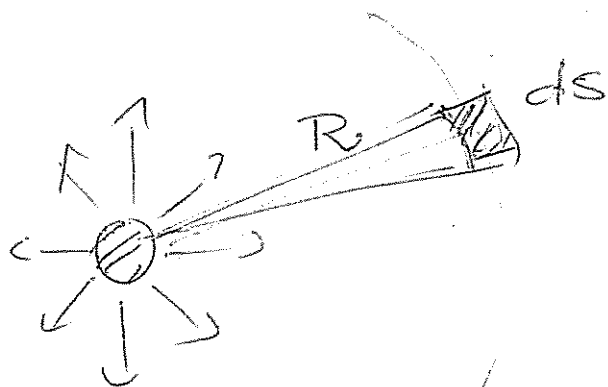
Si definisce flusso  $\Phi = \frac{dQ}{dt dS}$  la

potenza per unità di superficie -

È particolarmente importante ragionare in termini di flusso in processi in cui lo scambio termico non avviene per contatto diretto attraverso una superficie fisica.

Al esempio, nell'irraggiamento un corpo irradia attraverso l'intera superficie in tutte le direzioni. In assenza di distribuzione la potenza è costante attraverso una qualsiasi superficie chiusa attorno al corpo. Il flusso, invece, diminuisce via via che ci si allontana dal corpo.

(2)



$$\Phi = \frac{d^3 Q}{dt dS}$$

$$= \left( \frac{dQ}{dt} \right)_S \frac{1}{4\pi R^2}$$

ove  $\left( \frac{dQ}{dt} \right)_S$  è la potenza emessa dalla sorgente, mentre  $\frac{1}{4\pi R^2}$  è la superficie sferica totale a distanza  $R$  dalla sorgente -

$$\left( \frac{dQ}{dt} \right)_{4\pi R^2} = \int_A \Phi dS = \left( \frac{dQ}{dt} \right)_S \int_A \frac{1}{4\pi R^2} dS = \left( \frac{dQ}{dt} \right)_S$$

Nota: È analogo alla relazione tra intensità e ampiezza di un'onda per onde 3D.

Esercizio: Temperatura della

Nota:  $\epsilon, a$  coeff. adimensionali

$$\left[ \frac{\Phi}{T^4} \right] = \text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$$

## Esercizio

(3)

\* Calcolare la temperatura della Terra, nota la temp. del sole ( $T_s = 6000 \text{ K}$ ) e la geometria ( $R_\odot = 0.7 \times 10^6 \text{ km}$ ,  $R_{\text{orb}} = 150 \times 10^6 \text{ km}$ ,  $R_T = 6400 \text{ km}$ ). Si assume la Terra corpo grigio ( $\epsilon_T = 0.9$ ) e il Sole corpo nero ( $\epsilon_s = 1$ ) -

## Solution.

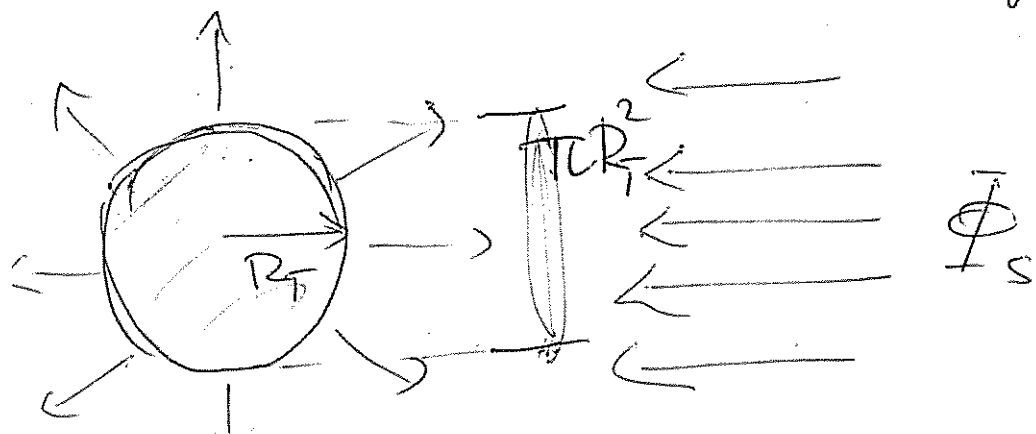
Equilibrio tra potenza assorbita e emessa dalla Terra, nell'ipotesi che la Terra assorba energia solo dal Sole (tutte le altre stelle sono lontane  $\propto 1/R^4$ )

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{out}} = \epsilon_T (4\pi R_T^2) \sigma T^4$$

potenza irradiata dalla Terra

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{in}} = \Phi_s \epsilon_T (\pi R_T^2)$$

potenza assorbita intercettando il flusso di en. Sole con un'area  $\pi R_T^2$





Eguagliando :  $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{in}} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{out}}$  (4)

$$\cancel{4\pi R_T^2} \cancel{e_T} T_T^4 = \cancel{\Phi_s} \cancel{\pi R_T^2} \quad (e_T = e_T)$$

$$T_T^4 = \frac{1}{4} \frac{\Phi_s}{\cancel{T}} \quad (**)$$

Il flusso solare è :

$$\Phi_s = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_s \quad \cancel{\frac{1}{4\pi R_{\text{orbita}}^2}}$$

$$= e_s T_s^4 \frac{\cancel{4\pi R_{\odot}^2}}{\cancel{4\pi R_{\text{orbita}}^2}} \quad (e_s = 1)$$

sostituendo in (\*\*)

$$T_T^4 = \frac{1}{4} \frac{R_{\odot}^2}{R_{\text{orbita}}^2} T_s^4$$

$$T_T = \left[ \frac{1}{2} \frac{R_{\odot}}{R_{\text{orbita}}} \right]^{1/2} T_s =$$

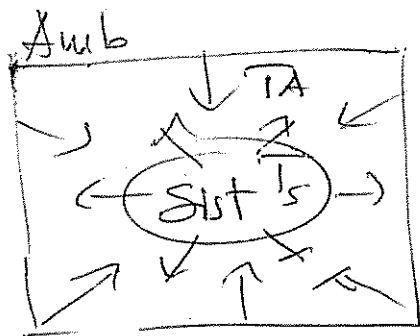
$$= \left[ \frac{1}{2} \frac{0.7 \times 10^6 \text{ km}}{150 \times 10^6 \text{ km}} \right]^{1/2} 6000 \text{ K} \approx 280 \text{ K}$$

## Esercizio 2

(5)

\* Scambi termici per irraggiamento tra sistema e ambiente di temperature simili.

$$T_S = T_A + \Delta T \quad \text{con} \quad \frac{\Delta T}{T_A} \ll 1 \quad T_A \approx T_S$$



$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{\Delta t} &= \left( \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right)_{in} - \left( \frac{\Delta Q}{\Delta t} \right)_{out} = \\ &= a \sigma dS T_A^4 - e \sigma dS T_S^4 \end{aligned}$$

Poiché potere emissivo e assorbente sono identici  
 $a = e$  :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = e dS \sigma (T_A^4 - T_S^4) =$$

$$= e dS \sigma T_A^4 \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\Delta T}{T_A} \right)^4 \right] =$$

$$= e dS \sigma T_A^4 \left[ 4 \frac{\Delta T}{T_A} + \dots \text{termini infinitesimi} \right]$$

$$\approx 4 e dS \sigma T_A^3 \Delta T$$

In q.s. condizioni tutti gli scambi termici (conduzione, convezione e irraggiamento) dipendono da  $\Delta T$