

# RELATIVITA' SPECIALE

(1)

Introduzione . Descrizione dei fenomeni fisici:

1) Definizioni di operazioni di misura di grandezze fisiche: campioni, strumenti (regoli, cronometri, ...)

2) Scelta del sistema di riferimento [largamente arbitraria, però ...]

Leggi fisiche esprimono relazioni tra grandezze fisiche.

$$f(A, B, C, \dots) = 0$$

I valori delle grandezze fisiche  $A, B, C, \dots$  sono funzioni del sistema di riferimento:

$$A = A(x, y, z, t)$$

$$B = B(x, y, z, t)$$

...

Esempio : La velocità di un corpo è diversa se misurata in riferimento ed un osservatore in quiete o in moto

In un riferimento  $S'$  con coordinate  $x', y', z', t'$  (anche il tempo può essere diverso nei due riferimenti, nel caso più generale);

$$A' = A'(x', y', z', t')$$

$$B' = B'(x', y', z', t')$$

-----

~~In generale~~ Poiché  $A' \neq A, B' \neq B, \dots$  (vedi esempio delle velocità), in generale la relazione tra le grandezze  $A', B', C', \dots$  in  $S'$ :

$$\varphi'(A', B', C', \dots) = 0$$

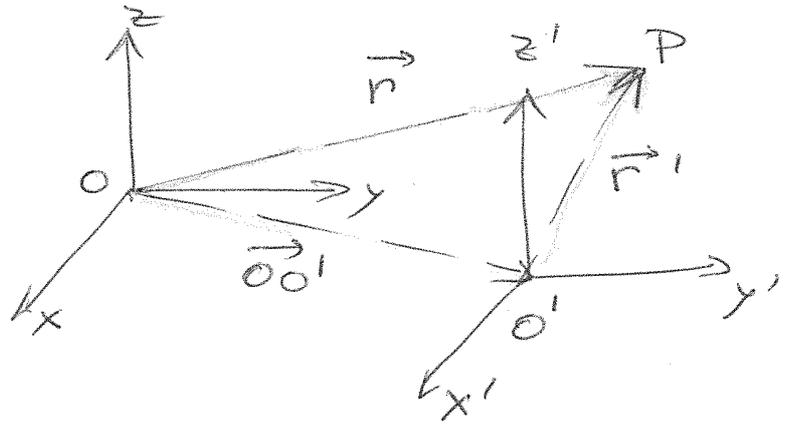
sarà diversa da  $\varphi$ , cioè  $\varphi \neq \varphi'$ .

Domande:

- 1) Le relazioni tra grandezze hanno validità generale?
- 2) Quali caratteristiche devono avere le relazioni e gli derivatori, affinché le relazioni abbiano validità generale (siano cioè "leggi fisiche" riconosciute da tutti gli osservatori con quelle caratteristiche)
- 3) Quali sono le trasformazioni che legano i sistemi di coordinate di osservatori che riconoscono le stesse leggi (relazioni tra grandezze)?

Si è osservato che in meccanica classica le leggi mantengono la stessa forma ( $\varphi = \varphi'$ ) ossia sono invarianti, sotto trasformazioni di Galileo:

$$(*) \begin{cases} \vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}_{00'} t \\ t = t' \\ \vec{v}_{00'} = \frac{d\vec{00}'}{dt} = \text{cost} \end{cases}$$



che descrivono il cambio di coordinate tra osservatori in moto rettilineo uniforme (relativ)

\* RECIPROCA' DEL MOTO : La transf da O' a O e da O a O' sono le stesse, scambiando coordinate e segno di v\_00'.

\* dt = dt' ⇒ Da (\*) segue che gli intervalli di tempo sono INVARIANTI (indip. dall'osservatore) ⇒ TEMPO ASSOLUTO

$$* d\vec{r} = d\vec{r}' \Rightarrow \text{Da (*) ; } d\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (\vec{r}'_2 - \vec{v}_{00'} t) - (\vec{r}'_1 - \vec{v}_{00'} t) = \vec{r}'_2 - \vec{r}'_1 = d\vec{r}'$$

Le distanze relative sono invarianti (indip. dall'osservatore) ⇒ SPAZIO ASSOLUTO

NOTA: Spazio assoluto segue dalla forma di (\*) che assume esplicitam. tempo assoluto e reciprocità del moto, ma è implicitamente invariante nel diafr. rettilineo in cui OP=r e O'P=r' e il medesimo per O e O'

Conseguente:

1) LEGGE DI COMPOSIZIONE DELLE

VELOCITA':  $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_{00'}$

La velocità non è invariante per trasf. di Galileo

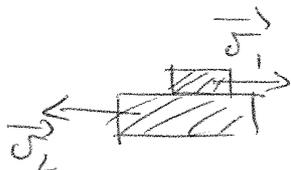
2)  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{v}_{00'})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'$

→ l'accelerazione è invariante

→ La legge del moto (che' gli effetti dinamici) è identica nei due sistemi



— ~~FORZE~~: Le forze meccaniche dipendono da distanze relative (es. gravitazione, forze elastiche) o da velocità relative (es. attrito viscoso)



$\vec{F} = -\eta \Delta \vec{v}$   
 $= -\eta (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = -\eta (\vec{v}_2' + \vec{v}_{00'} - \vec{v}_1' - \vec{v}_{00'}) = -\eta \vec{v}'$   
 $= \vec{F}'$

Le forze sono invarianti sotto trasf. di Galileo

$\vec{F} = \vec{F}'$

— Le masse in meccanica classica sono grandezze scalari proprietà del corpo → invarianti

⇒  $\vec{F} = m\vec{a}$  è invariante

## PRINCIPIO DI RELATIVITÀ DI GALILEO

(5)

Le leggi della meccanica sono invarianti in tutti i sistemi di riferimento inerziali (SRI)

→ Si dicono SRI i sistemi che riconoscono il principio di inerzia

→ Sono SRI tutti i sistemi in moto relativo rettilineo uniforme

Nota: non tutte le grandezze sono invarianti (es.  $\vec{v}_P \neq \vec{v}_{P'}$  ~~⇒~~ composizione velocità)

Nelle leggi fisiche compaiono solo grandezze invarianti o covarianti (cioè che cambiano allo stesso modo)

Es. En. cinetica  $E_k = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$  non è invariante per transf. di Galileo

Abbiamo però dimostrato nel corso di Fisica I che il teorema dell'energia cinetica è valido in tutti i SRI:

$$\Delta E_k = W \quad \longrightarrow \quad \Delta E_k' = W'$$

En. cinetica e lavoro sono covarianti, la legge fisica è invariante in forma

## Principio di relatività Galileo

(6)

→ tutti SRI sono equivalenti (stessa dinamica)

→ velocità di un SRI ha significato solo come velocità relative ad un altro SRI

[La velocità di un SRI non può essere dedotta tramite esperimenti condotti all'interno del SRI]

Esempio: Moto di caduta di un pannello su una nave in moto con  $\vec{v} = \text{cost}$  e sul molo fermo



All'interno del proprio SRI, S e S' vedono lo stesso moto di caduta per A e A':

1) Medesima legge del moto  $\vec{a} = \vec{g} = \text{cost}$

→ dal principio di relatività

2) Medesima traiettoria (caduta verticale)

→ coincidenza delle condizioni iniziali

Se S e S' osservano il moto dell'oggetto nell'altro sistema, percepiscono il moto relativo. I due oggetti cadono con 1) medesima legge del moto, 2) traiettorie differenti (e reciproche) per S e S'.

Nota: Sistemi Non inerziali possono essere distinti da altri sistemi di rif. tramite esperm. condotti al loro interno per la presenza di forze apparenti

## ONDE MECCANICHE:

Eq. delle onde (D'Alembert) dipende dalla velocità dell'onda ( $v_{\text{suono}}$  per onde acustiche). Sembrerebbe a prima vista un'alegge non invariante sotto trasformazioni di Galileo, ma - attenzione - nel ricavare l'equazione di D'Alembert abbiamo implicitamente assunto il "mezzo di propagazione" dell'onda come sistema di riferimento rispetto a cui la perturbazione si propaga. La velocità del suono è dunque una velocità relativa. Se il mezzo è in moto rispetto a un SRI,  $v_{\text{suono}} = v_{\text{suono}}' + v_{\text{mezzo}}$

## ONDE ELETTROMAGNETICHE:

La propagazione dei campi elettromagnetici (Maxwell) è descritta da un'equazione d'onda in cui compare la velocità della luce come velocità di propagazione dell'onda. Tale velocità è  $v = c/n$  ( $n$  indice di rifrazione) in un mezzo e  $c$  in vuoto.

La propagazione nel "vuoto" non è concepibile in meccanica classica. Non è compatibile con la relatività di Galileo. I fenomeni elettromagnetici devono avvenire in un mezzo che sia il riferimento rispetto a cui è misurata la velocità della luce. Per salvare il principio di relatività di Galileo si ipotizza che i fenomeni elettromagnetici avvengano in un mezzo di riferimento detto etere, che permea lo spazio.

Se l'etere esiste, ed è un SRI per i fenomeni elettromagnetici, deve essere possibile mettere in evidenza la sua velocità relativa rispetto ad altri esperimenti. A questo scopo viene realizzato l'esperimento di Michelson-Morley che si propone di mettere in evidenza il moto della terra rispetto all'etere.

Vi sono altri motivi di incompatibilità delle leggi dell'elettromagnetismo con la relatività di Galileo. Ad esempio la forza di Lorentz, dipende da  $v$  (vedi prossima pagina).

## CRISI DELLA MECCANICA CLASSICA

(7)

Leggi dell'elettromagnetismo (EM) incompatibili con le leggi di Galileo e con il principio di relatività

1) In termini semplici, prima di affrontare lo studio dei fenomeni EM, il problema è riconducibile all'esistenza di forze che dipendono dalla velocità assoluta

$$\vec{F}_s \text{ e } \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Forza di Lorentz}$$

La velocità non è invariante di Galileo

2) La velocità della luce (onde EM) non si compone secondo le leggi di Galileo, ma è la medesima in tutti i SRI

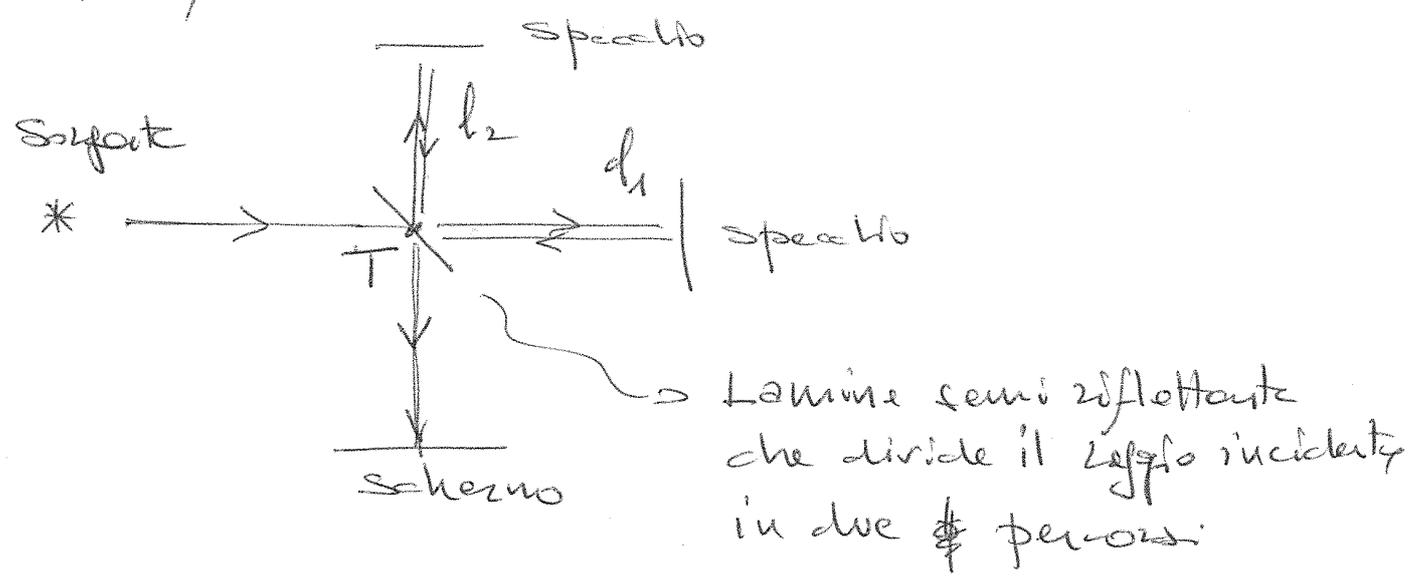
Per risolvere 1), ipotisi "etere" = sistema di riferimento per i fenomeni EM.

Sei tentativi falliti di evidenziare lo stato di moto di altri sistemi (Terre, Sole) rispetto all'etere si è conclusa 2) → Esperimento di

Michelson - Morley

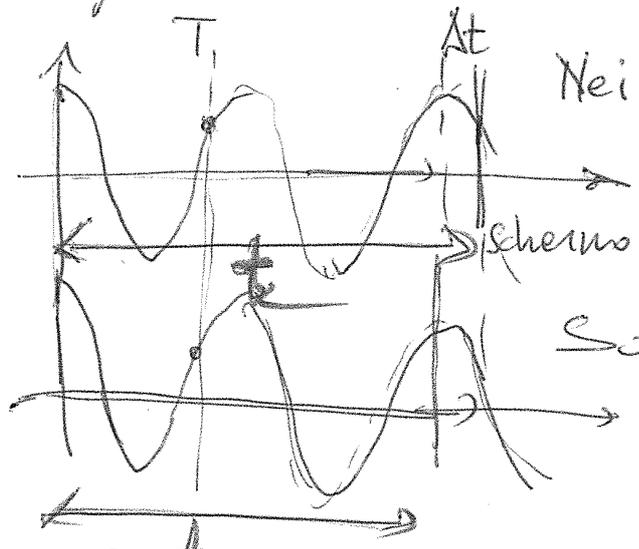
# Esperimento Michelson-Morley

## Interferometro



Sotto Schermo si forma una figura di interferenza che dipende dalla differenza di cammino della luce nei due bracci

Nel punto T, prima di essere divise nei due percorsi le due onde elettromagnetiche sono in fase (la sinusoide dell'onda ha lo stesso argomento)



Nei due bracci continuano a oscillare con la stessa frequenza.

Sotto schermo arrivano con fase relativa che dipende dal tempo impiegato a percorrere i due bracci

Sia la sorgente il sole e l'interferometro <sup>(9)</sup>

fisso sulla terra. La velocità relativa

sole-terra è  $v = 30 \text{ km/s}$ , i

Cioè la terra si muove rispetto all'etere in cui si propaga la radiazione em proveniente dal sole

→ Il tempo che impiega la luce a percorrere ~~la~~ da T allo specchio e ritorno il tratto  $l_1$ , parallelo al moto relativo sole-terra è:

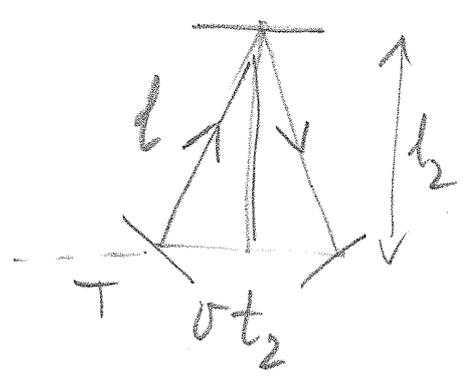
$$t_1 = \frac{l_1}{c+v} + \frac{l_1}{c-v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2}$$

I segni di  $v$  sono discordi nei due termini perché la velocità della luce ha verso opposto a  $v$  nei due tratti.

Ponendo  $\beta = v/c$ , e sviluppando in serie di Taylor poiché  $\beta \ll 1$  ( $v \ll c$ ), si ottiene:

$$t_1 = \frac{2l_1}{c} (1 + \beta^2)$$

→ Poiché l'apparato è in moto relativo



rispetto alla luce nella direzione ortogonale a  $t_2$ , la luce segue il percorso in figura

$s = vt_2$  è lo spostamento del punto T durante il tempo  $t_2$  impiegato dalla luce per raggiungere lo specchio e tornare in T lungo  $l$ . Per il teorema di Pitagora:

$$d^2 = l^2 + \left(\frac{vt_2}{2}\right)^2 \quad \text{con } 2l = ct$$

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = l^2 + \left(\frac{vt_2}{2}\right)^2$$

Da cui:

$$t_2 = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx \frac{2l}{c} \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)$$

Sviluppo di Taylor

Il punto decisivo di questo calcolo è che i due bracci (secondo la meccanica classica) non sono equivalenti. Il tempo di percorrenza di un braccio in moto relativo dipende dall'orientazione:

$t = (2L/c) / (1+\beta^2)$  → direzione longitudinale a c

$t = (2L/c) / \sqrt{1+\beta^2}$  → direzione ortogonale a c

Lo sfasamento tra i due raggi nei due bracci, non dipende dunque solo dalla differenza di lunghezza nei bracci, ma anche (per v diversa da zero) dall'orientazione relativa rispetto a c.

==> RUOTANDO I BRACCI DEVONO SCORRERE DELLE FRANGE DI INTERFERENZA

La differenza di tempo è:

$$\Delta t = \frac{2}{c} \left[ l_1(1+\beta^2) - l_2\left(1+\frac{1}{2}\beta^2\right) \right] \quad (*)$$

Rotando l'apparato di  $90^\circ$ :

$$\Delta t(90^\circ) = \frac{2}{c} \left[ l_2(1+\beta^2) - l_1\left(1+\frac{1}{2}\beta^2\right) \right] \quad (**)$$

Il punto decisivo è che i due bracci non sono equivalenti, ma hanno un peso diverso

Disponendo l'apparato inizialmente nella condizione (\*) e poi ruotandolo di  $90^\circ$  in (\*\*) si genera uno sfasamento:

$$\Delta t' = \Delta t - \Delta t(90^\circ) = \frac{l_1 + l_2}{c} \beta^2$$

La misura di  $\Delta t'$  può essere estolta dall'osservazione delle variazioni della figura di interferenza - Noti  $l_1, l_2$  e  $c$ , si ricava  $\beta$

Esito:  $v = 0 \pm 0.3 \text{ km/s}$

Il risultato è compatibile con velocità relativa terra-sole nulla (mentre è noto  $v = 30 \text{ km/s}$  da misure astronomiche sulle orbite)

⇒ impossibile evidenziare moto relativo terra-etere  
 Etere solidale con la terra?

- Esperimenti con sorgenti terresti, fisse rispetto all'interferometro, o con sorgenti in moto relativo rispetto a interferometro (ble) danno sempre il medesimo risultato :  $\Delta T = 0$

⇒ impossibile evidenziare moto relativo della luce rispetto alla terra

Hip. Finstein:  $c = \text{cost}$  in tutti SRI e in tutte le direzioni spiega risultato di Michelson -

Osservazione di Lorentz:

\* Il risultato dell'esperimento di Michelson si può giustificare se si facesse l'ipotesi che le lunghezze nella direzione del moto relativo tra sorgente e osservatore siano contratte di un fattore:

$$L = L_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad - \quad \text{contrazione di Lorentz}$$

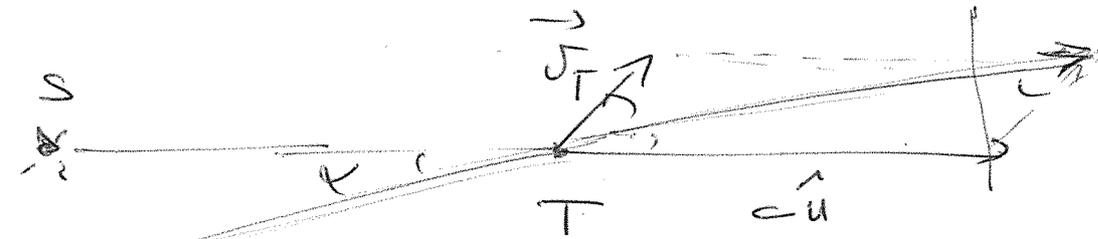
Con questo stratagemma (ad hoc) la lunghezza del braccio L1 (L2) è modificata per orientazione a 0 gradi (90 gradi) dell'interferometro.

Si dimostri che in questo caso lo sfasamento che si manifesta ruotando i bracci è indipendente dalla velocità relativa [ suggerimento: si tratti il caso  $v \ll c$  e si sviluppi in serie di Taylor il fattore di contrazione ]

La dimostrazione è stata presentata in Aula, ma non è trascritta in questi appunti (c'è nei libri). [ Si vedano anche gli appunti della prossima lezione ]

Aberrazioni astronomiche annue

Stelle coprono elissi, che sono interpretabili geometricamente dalla composizione delle velocità della luce e della terra



$$c \sin \alpha = v_T \sin \phi$$

$$\alpha \approx \beta \sin \phi$$

Se tena trascina etere, e'  $\beta = 0$  ( $v_T$  relativo a c, nulla)  $\rightarrow$  incompatibile con ~~aberrazione~~ l'osservazione dell'aberrazione

$\rightarrow$  Osservazioni suggeriscono

- 1) Hp dell'etere inconsistente
- 2) velocità della luce indipendente dal moto relativo osservatore sorgente (non segue la legge di composizione delle velocità)

## PRINCIPI DELLA RELATIVITA' SPECIALE

- Dilemma :
- A) Rinunciare alla relativita' di galileo per i sistemi non meccanici
  - B) Rinunciare all'ipotesi di Newtoniana di spazio e tempo assoluta

Soluzione basata sull'osservazione che  $c$  ha lo stesso valore in tutti i riferimenti (in contraddizione con la composizione di velocita' di galileo) e sull'analisi critica del concetto di simultaneita' e di misura di tempi e distanze in sistemi di riferimento in moto relativo (vedi dopo)

## PRINCIPI DELLA RELATIVITA' RISTRETTA (O SPECIALE)

- 1) I sistemi di riferimento inerziali sono equivalenti: tutte le leggi della fisica hanno la stessa forma in ogni riferimento inerziale
- 2) Il modulo di  $c$  e' uguale in tutti i sist. inerziali e non dip. dalla direzione di propag.

Nonostante 2) contrasti con esperienza comune (comp. vel.) e' coerente con l'esistenza di una velocita' limite per la trasmissione di segnali: se essa dipendesse dal sistema inerziale, i sistemi inerziali sarebbero distinguibili

Il p. 1) e' molto forte: leggi della fisica hanno validita' universale / ipotesi e' debole: sono vere solo quelle che le hanno

# SIMULTANEITÀ

(16)

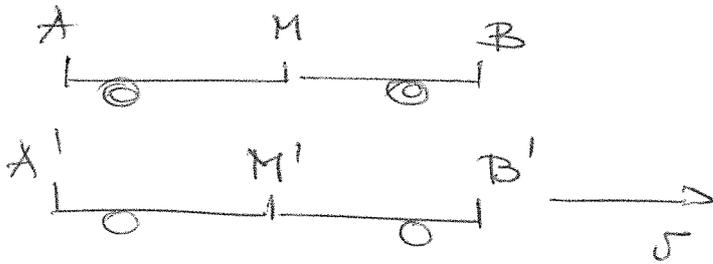
- L'assunzione di tempo assoluto ( $t = t'$ ) non è compatibile con l'esistenza di una velocità limite definita dalla velocità della luce (allo stato delle attuali evidenze sperimentali)
- La simultaneità (coincidenza temporale) di eventi che avvengono nello stesso punto, misurabili con lo stesso cronometro, non pone problemi concettuali
- La simultaneità di eventi spazialmente separati richiede la sincronizzazione di diversi cronometri, che non è ovvia se si dispone solo di segnali con velocità finita
- In modo operativo, si definiscono in un SRI simultanei due eventi se gli impulsi luminosi ( $c$ ) da essi inviati appaiono simultanei nel punto medio:



x Buona definizione:  $c$  è indep di  $SRI$  (17)

x Tuttavia eventi simultanei in  $S$ , non simultanei in  $S'$  (e viceversa)  $\rightarrow$  NO TEMPO ASSOLUTO

Dim.



Impulsi da A, B e A', B' a  $t = t' = 0$  quando estremi del rasoio sono coincidenti

$$\Delta t_{AB} = \Delta t_{BA} = \frac{AM}{c}$$

eventi in A e B sono simultanei per S

$$\Delta t'_{A'B'} = \Delta t'_{B'A'} = \frac{A'M'}{c}$$

eventi A' e B' simultanei per S' (in moto relativo)

Nota,  $c$  è la stessa per S e S' nel sistema ad essi solidale

Però gli impulsi luminosi di A e B non sono ricevuti simultaneamente da S', perché quando giungono in M' egli si trova in M', che è il punto in cui S' si muove rispetto a S. In modo analogo (reciproco) A' e B' non sono simultanei per S

