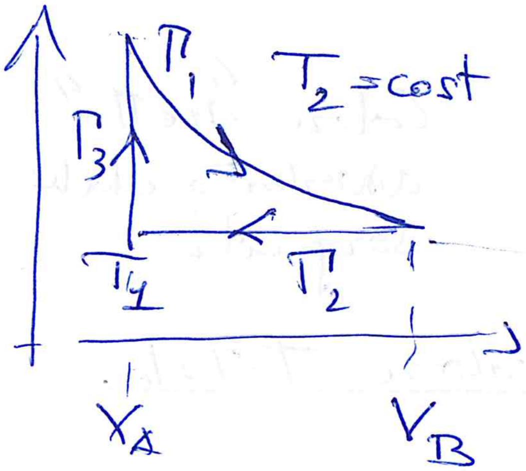
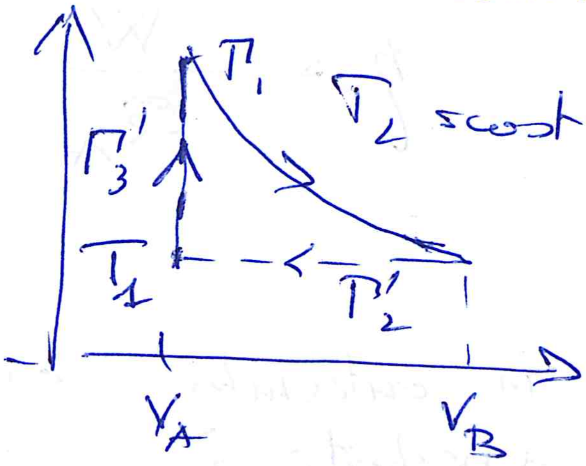
Esercizio e osservazioni sul rendimento

Ciclo reversibile



Ciclo irreversibile



- Γ_1 isoterma reversibile

$$Q_1 = nRT_2 \log(V_B/V_A) > 0 \quad \text{assorbito}$$

- Γ_2 isobara rev. (∞ sorg. tra T_2 e T_1)

Γ_2' isobara irreversibile, recipiente a contatto con T_1

$$Q_2 = n(C_V + R)(T_1 - T_2) < 0$$

ceduto a sorg da T_2 a T_1 — ceduto a T_1

- Γ_3 isocora rev. — Γ_3' isocora irreversibile

$$Q_3 = nC_V(T_2 - T_1)$$

~~ceduto~~ assorbito da sorg. da T_1 a T_2 — assorbito da T_2

Calcolo del rendimento

$$\eta = \frac{W}{Q_A} \longleftarrow$$ Calore "netto" assorbito dalle sorgenti

in entrambi i cicli il calore Totale assorbito è

$$Q_A = Q_1 + Q_3 = nRT_2 \log(V_B/V_A) + nc_V(T_2 - T_1)$$

- nel ciclo $\boxed{\text{irreversibile}}$ gs. calore è assorbito dalle sorgente a temp cost. T_2, mentre tutto il calore Q_2 è ceduto a T_1

$$\longrightarrow \eta = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{Q_1 + Q_3} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1 + Q_3}$$

(e si può verificare in modo esplicito che $\eta < 1 - T_2/T_1$ rendimento della macchina di Carnot)

- nel ciclo reversibile Q_3 è assorbito dalle stesse sorgenti tra T_2 e T_1 a cui il calore Q_2 è ceduto - Poiché $|Q_2| > |Q_3|$ non c'è assorbimento di calore netto nel corso del ciclo da gs. sorgenti

Dunque nel calcolo del rendimento

$$\eta_{Rev} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{Q_1} > \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{Q_1 + Q_3} = \eta$$

= [Nota qs. ciclo non è a 2 sorgenti e il rendimento non è confrontabile con il rendimento di Carnot tra T_1 e T_2]

- Se si includesse tutto il calore si otterrebbe lo stesso rendimento nei due casi
- La differenza non è spesso esplicitamente sottolineata nei testi (non lo è nel Mazzoldi, che però usa la def. corretta nel calcolo di η per il ciclo di Stirling)
- Molti testi scolastici sono confusi o sbrigativi sulla questione & e per semplicità didattica definiscono η in riferimento al calore totale assorbito.
- L'uso del calore netto pare invece più opportuno se (come in termodinamica) si fa riferimento ad applicazioni di cicli termici

Infatti SE UNA STESSA QUANTITÀ DI CALORE

VIENE PRIMA SOTTRATTA E POI RESTITUITA AD UNA MEDESIMA SORGENTE, TUTTO VA IN PRATICA, DAL PUNTO DI VISTA DELLA POSSIBILITÀ DI CONVERTIRE CALORE IN LAVORO, COME SE TALI SCAMBI DI CALORE NON AVESSERO AVUTO LUOGO"

[G. Tonzig, "La fisica del calore", p. 131 - Politecnica]

— Ulteriori note -

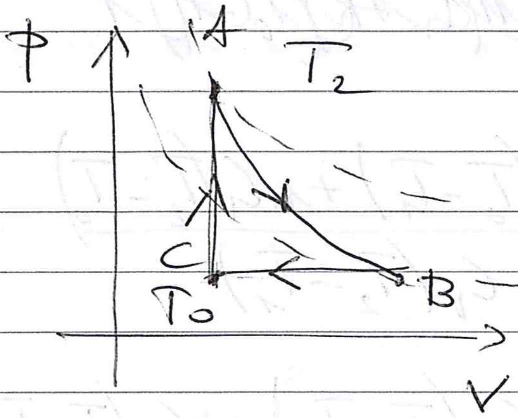
I testi scolastici non entrano in contraddizione poiché: (1) $\cancel{\eta_{effett}}$ $\eta_{apparente} \le \eta$ ("apparente" si riferisce all'uso del calore totale assorbito nel calcolo del rendimento)

(2) Nei cicli monotermi e a due sorgenti rilevanti per la discussione "formale" del 2° principio della termodinamica ~~basta~~ i due metodi per il calcolo del ~~calore~~ rendimento danno lo stesso risultato

[Però nelle dim. dell'eq. dei ~~principi~~ postulati e del teorema di Carnot, si sfrutta in modo esplicito il fatto che sorgenti con scambio netto nullo sono ineffic

Esempio non discusso in Aula, ma presentato per chiarire ulteriormente la differenza rispetto al rendimento utilizzato nel corso dell'esercitazione. Vedremo anche nella discussione dell'entropia che, al fine dello studio della conversione di calore in lavoro, l'uso del calore netto è più appropriato. Il calore assorbito e poi ceduto alle stesse sorgenti durante un ciclo rimane disponibile per l'impiego nei cicli successivi (cioè non è calore "sottratto all'ambiente e degradato" in calore ceduto alla sorgente più fredda).

Esempio 2 (ciclo simile, ma con adiabatica)



1) A → B : Adiabatica

$Q = 0$

2) B → C : isobara reversibile

$$Q_{BC} = n(C_V + R)(T_0 - T_1) < 0$$

scambiato con ∞ sorgenti tra T_1 e T_0

3) C → A : isocora reversibile

$$Q_{CA} = nC_V(T_2 - T_0) > 0$$

assorbito da ∞ sorgenti tra T_0 e T_2

però da T_0 a T_1 sono le stesse sorgenti ~~da~~ cui si ha ~~calore~~ calore ceduto in CB –

$$Q_{CA} = Q_A^{netto} + Q_A$$

$$= \underbrace{nC_V(T_2 - T_1)}_{\text{Calore assorbito netto}} + nC_V(T_1 - T_0)$$

Calore assorbito dalle sorgenti cui lo stesso calore è ceduto in BC

Rendimento (secondo la def. con calore netto)

$$\eta = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}}{Q_A^{netto}} = \cancel{n(c_V+R)(T_0-T_1)}$$

$$= \frac{Q_{BC}+Q_{CA}}{Q_A^{netto}} = \frac{n(c_V+R)(T_0-T_1) + n c_V (T_2 - T_0)}{n c_V (T_2 - T_1)}$$

$$= \frac{n(c_V+R)(T_0-T_1) + n c_V(T_2-T_1) + n c_V (T_1 - T_0)}{n c_V (T_2 - T_1)}$$

$\rightarrow Q_A^{netto}$

$$= 1 + \frac{nR(T_0-T_1)}{n c_V (T_2 - T_1)}$$

$$Q_C^{netto} = nR(T_0 - T_1)$$

— Se BC e CA fossero irreversibili si avrebbe

BC : Calore ceduto a T_0 (unica sorg $\neq T_2$)
CA : Calore assorbito a T_2 (" $\neq T_0$)

$$\eta = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}}{Q_{CA}} = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{CA}}$$

Teorema di Carnot

- Conseguenza del 2° principio
  - no ciclo monotermo con $Q \Longrightarrow W$ (Kelvin)
  - no Q da T_1 a T_2 $(T_1 < T_2)$ senza immissione di lavoro (Clausius)

- Nel dimostrare l'equivalenza

  ciclo di Carnot a 2 sorgenti

  $\longrightarrow$ unica realizzazione reversibile che scambia calore con 2 sole sorgenti

$$Q_2 = nRT_2 \log(V_B/V_A) > 0$$

$$Q_1 = nRT_1 \log(V_D/V_C) < 0$$

inoltre $\log(V_B/V_A) = -\log(V_D/V_C)$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\left[\text{oppure} \quad \frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{T_1}{T_2} \right]$$

$\longrightarrow$ CARNOT A GAS IDEALE

ABBIAMO VISTO η indip. dal gas (monoatomico/biatomico)

T. di CARNOT

- il rendim. di ~~ogni~~ qualsiasi macchina termica M che operi tra T_1 e T_2 non è **mai** superiore a $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$
- Se M è reversibile il rendimento è $\eta_R = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ indip. dalla sostanza della macchina

— Dim. Sia M operativa tra

T_2 assorbe Q_2^{M}

T_1 cede Q_1^{M}

$W_M = Q_1^{M} + Q_2$ ← somma del lavoro

Sia C macchina di CARNOT REVERSIBILE operativa tra

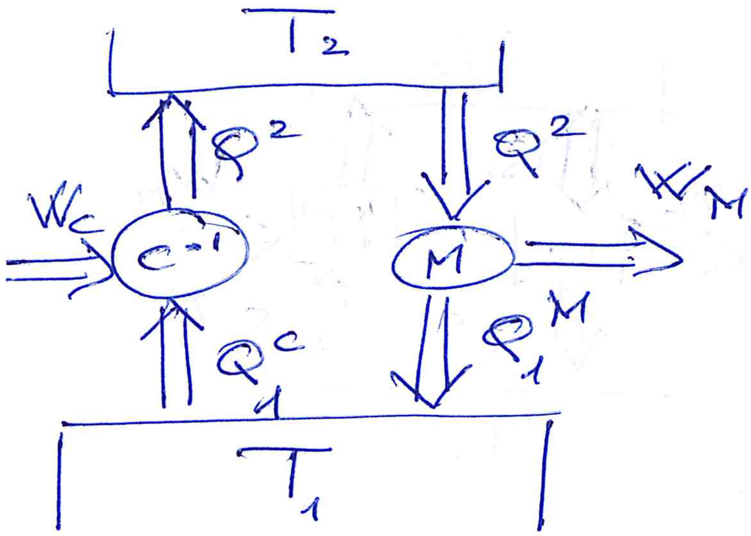
T_2 assorbe Q_2 (come M)

T_1 cede Q_1^{C}

$W_C = Q_1^{C} + Q_2$

Realizziamo ciclo composto : $M + C^{-1}$

C^{-1} - ciclo frigorifero di C, che è macchina reversibile.



Questo ciclo termodinamico è monotermo

non si ha nessun calore netto scambiato con T_2.

Per il postulato di Kelvin il lavoro complessivo della macchina $M + C^{-1}$ deve essere ≤ 0

$$W_M + W_{C^{-1}} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad W_M - W_c \leq 0$$

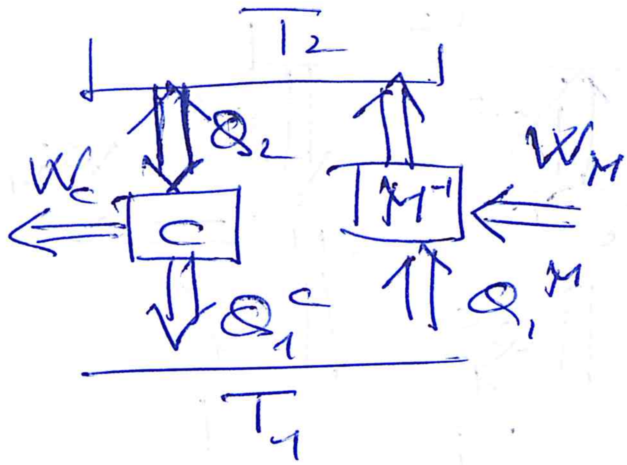
$$\frac{W_M}{Q_2} \leq \frac{W_c}{Q_2} \quad \text{ossia} \quad \eta_M \leq \eta_c$$

Il rendimento delle "macchine" di Carnot è ~~limite~~ sup. al rendimento di qs. macchine

- Immaginiamo ora che M sia una macchina reversibile che opera tra T_2 e T_1

Possiamo realizzare il ciclo:

$M^{-1} + C$



in questo caso, seguendo il medesimo ragionamento precedente, si ottiene

$$\eta_M \geq \eta_C$$

Dunque l'identità vale solo nel caso di <u>macchine reversibili</u>

COROLLARIO:

$\Longrightarrow$ Tutte le macchine reversibili che operano tra due temp. hanno lo stesso rendimento INDIPEND. DALLA SOSTANZA DELLA MACCHINA

Temp. termodinamica assoluta

Stesso η per tutte macchine reversibili tra medesime Temp. (sorgenti a med temp.)

$$\longrightarrow \quad \eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \quad e \quad f = \eta - 1$$

è buona proprietà termometrica

INDIP. DALLA SOSTANZA TERMOMETRICA

Così può introdurre una scala di temp. termodinamica assoluta che supera le difficoltà pratiche incontrate nella def. della temp. e nella scelta del termometro

$$\frac{Q_2}{Q_1} = f(t_1, t_2) \; - \; \text{prop. termometrica}$$

Procedimento:

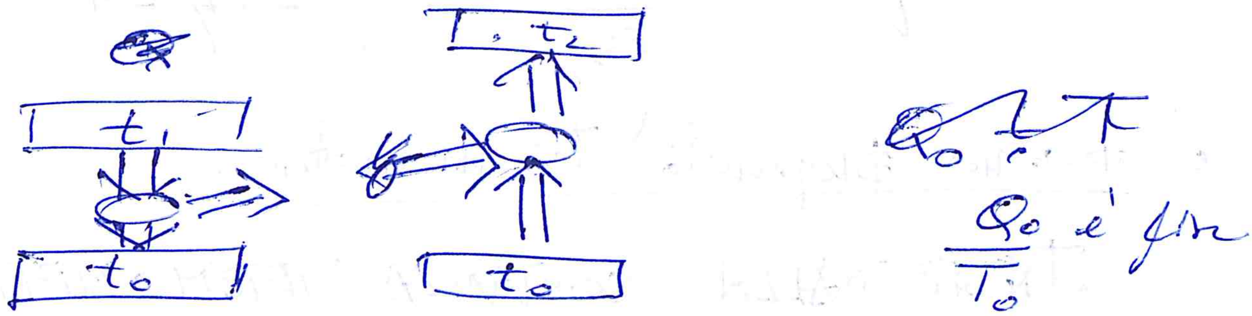
Siano t_0 una temp. di riferimento e A e B due ~~sorgenti~~ macchine reversibili che operano tra ~~t_0~~

A : t_0 e t_1
B : t_0 e t_2

$$\longrightarrow \quad A: \quad \frac{Q_1}{Q_0} = f(t_0, t_1)$$

$$B: \quad \frac{Q_2}{Q_0} = f(t_0, t_2)$$

macchina combinata: $A + B^{-1}$ tra t_0



~~Proprietà termometrica~~

$\boxed{\text{non scambia calore con } t_0}$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_1}{Q_0} \frac{Q_0}{Q_2}$$

ed è equiv. a una macchina che scambia calore lavorando tra due serbatoi t_1 e t_2

$$\frac{Q_1}{Q_2} = f(t_1, t_2) = \frac{Q_1}{Q_0} \frac{Q_0}{Q_1} = \frac{f(t_0, t_1)}{f(t_0, t_2)}$$

Questa relazione è vera per ogni ~~valore~~ scelta di t_0 — ARBITRARIO

cioè $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{g(t_1)}{g(t_2)}$ rapporto di una funzione di t_1 e t_2

Funzione $g(t)$ = TEMP. TERMOD ASSOLUTA

— Def. di scala:

$$g(t) = g(t_{TP}) \frac{Q}{Q_{PT}}$$

Q → calore

calore scambiato da macchina rev. che opera tra t e t_{PT}

$$\frac{Q}{Q_{PT}} = \frac{g(t)}{g(t_{PT})}$$

Usando Temp. del t. a gas

$$\frac{Q}{Q_{PT}} = \frac{T}{T_{PT}}$$

$g(t)$ è $\propto$ a T

$$\frac{g(t)}{g(T_{PT})} = \frac{\cancel{\vartheta} T}{\cancel{\vartheta} T_{PT}}$$

→ scelgo $\vartheta = 1$ e identifico la scala Termod. ass. con la scala del T a gas

→ Buona def. → discende 2° principio

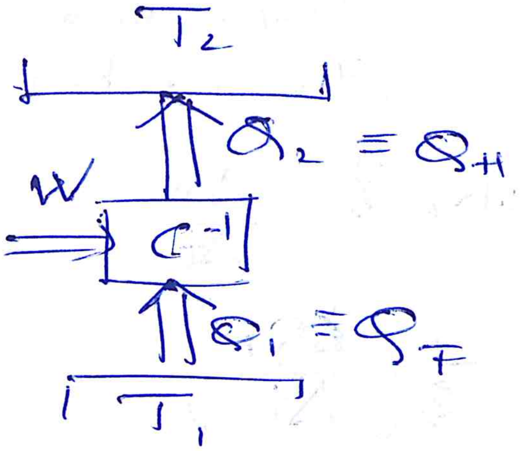
ZERO ASSOLUTO: T alla quale il calore scambiato in una trasf. isoterma è nullo

* Coeff. di prestazione ciclo frigorifero a 2 sorgenti —

∘ Tutti i cicli frig. Reversibili hanno il medesimo ~~rendimento~~ coeff. di prestazione

⇝ Tutti equivalenti alla

— Macchina di Carnot in ciclo inverso



$$\xi = \frac{Q_F}{|W|} = \frac{Q_F}{Q_H + Q_F} = \frac{T_F}{\Delta T}$$

Inoltre, per tutti i cicli frigoriferi a 2 sorgenti

$$\xi_F \leq \xi_R = \frac{T_F}{\Delta T}$$

Esempio di ciclo frigorifero a 2 sorgenti

— Pompa di calore

POMPA DI CALORE Esercizio

$$T_F = -10\,°C = 263\,K \qquad (\text{sorg. ext})$$

$$T_H = 22\,°C \qquad (\text{ambiente})$$

Per mantenere T_H = cost c'è dispersione di

$$\frac{Q_H}{\Delta t} = 10\,kW \longrightarrow \text{Pot. richiesta + stufa elettrica (trascurando ineff)}$$

Potenza di una pompa di calore? $\frac{\Delta W}{\Delta t}$

$$\xi = \frac{Q_F}{|W|} \Rightarrow \xi \frac{\Delta W}{\Delta t} = \cancel{\frac{1}{\xi}}\left(\frac{\cancel{\Delta} Q_F}{\Delta t}\right)$$

D'altronde $|Q_F| = |Q_H| - |W|$

$$\xi \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta |Q_H|}{\Delta t} + \frac{\Delta |W|}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1}{\xi + 1} \frac{|\Delta Q_H|}{\Delta t}$$

la potenza richiesta è $\frac{1}{\xi+1}$ volte –

Nell'esempio $\xi = \frac{263\,K}{32\,K} \simeq 8.2 \longrightarrow \frac{1}{\xi+1} \simeq 0.11$

Molto efficienti per il riscaldamento (e vic. → condizionatore