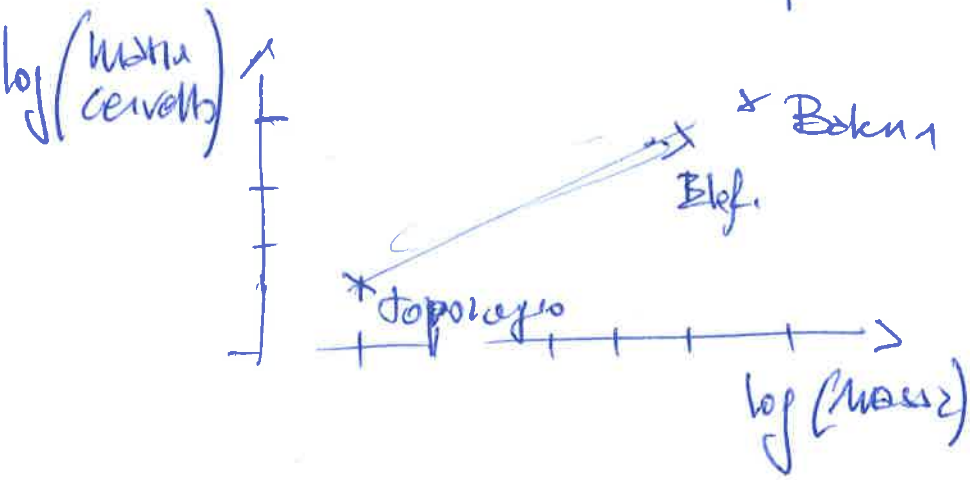
~~XXX~~

LEGGI FISICHE E PROCEDIMENTI DELLA FISICA

* Illustrazione tramite esempio



$$\log(y) = \alpha \log(x) + q$$

$$\longrightarrow y = k x^{\alpha}$$ legge di potenza

"DESCRITTIVA"

Possiamo classificare proprietà mammiferi rappresentando grandezze e dimensioni relative su diagrammi e cercando ~~misurabili~~ parametrizzazioni soddisfacenti.

Oppure porci domande più profonde, che ci permettano di capire, non solo l'andamento del grafico, ma anche il valore di α, ad esempio.

Oppure chiederci domande più fondamentali

x Esiste una taglia "ottimale" per un mammifero? O un'intervallo "ottimale"?

x Perché non ci sono mammiferi più piccoli del toporagno e più grandi degli elefanti?

- toporagno – 10 g
- elefante – 10 ton

Intuizione:
~~Domande~~

* Un elefante, o un animale troppo grosso deve mangiare molto e non ha cibo a sufficienza –
Problema di FOOD PROCUREMENT
→ sensato, ma il topo?
vittima della ~~derattizzazione~~?

* Proviamo a tradurre l'intuizione in una relazione/analisi quantitativa tra grandezze misurabili

* Relazione tra taglia di un mammifero e la sua nutrizione, o il tasso con cui si procura cibo?

→ Traduciamo in grandezze misurabili

taglia ⟷ <u>massa</u> $\equiv M$

nutrizione ⟷ <u>tasso metabolico basale</u> (1) $\equiv P$

(1) Consumo di energia nell'unità di tempo

- Stiamo ipotizzando che <u>mammiferi adulti</u> siano di massa stabile, dunque il cibo serve a sostenere il consumo di energia (detto tasso metabolico)

- Entrambe le grandezze sono misurabili (*) e potremmo porle in grafico, ma vogliamo fare di più. Cercare una relazione con il ragionamento (astratto) e usando le nostre <u>conoscenze a priori</u> per trovare un modello

(*) il tasso metabolico, dal consumo di O_2 che interviene nella combustione degli alimenti

CONOSCENZA A PRIORI E IPOTESI

1) Mammiferi – strutturalmente simili
– medesime cellule elementari

Hp. Stessa densità media in tutti i mammiferi $\langle \rho \rangle = M/V$

$\Longrightarrow$ Massa $\div$ Volume

2) Mammiferi – Omeotermi (Temp. costante)

– Cibo convertito in energia interna per sostenere funzioni vitali (moto interno degli organi)
– Moti interni $\longrightarrow$ Attriti $\longrightarrow$ calore
– Calore dissipato (tutto!) attraverso la SUPERFICIE (Temp. rimane costante)

$\Longrightarrow$ Tasso metabolico $\div$ Superficie

[Molti input da leggi fisiche fondamentali già a pr. livello. Risposte a domande fondamentali richiedono conoscenze fondamentali]

Esito:

Massa ÷ Volume
Tasso Metabolico ÷ Superficie

La relazione tra massa e tasso metabolico dipende solo dalla geometria dello spazio

* Elegante!

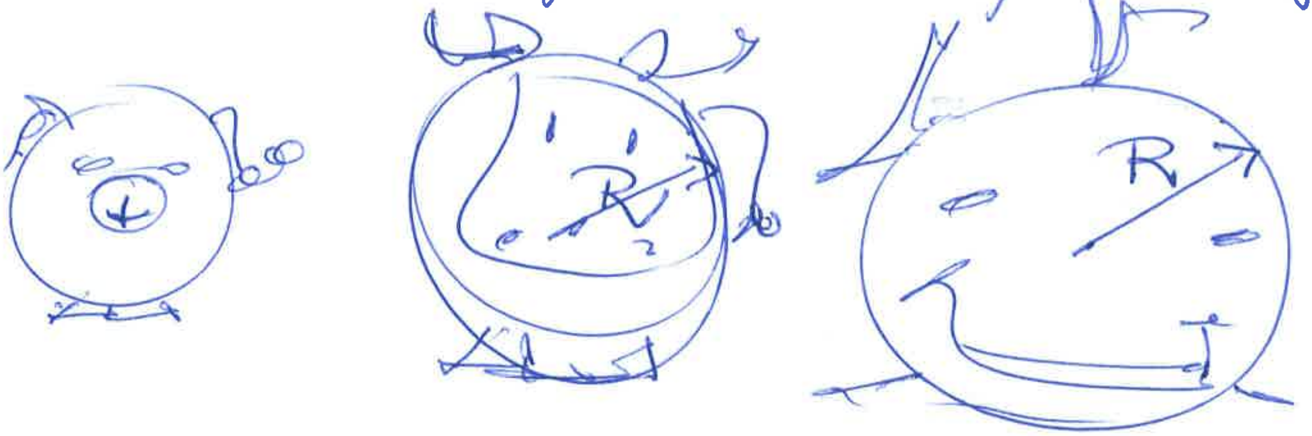
* Filosofo: Così elegante che deve essere vero!

* Scienziato (fisico): È vero?

Test of all knowledge is experiment!

→ Per controllo quantitativo serve una relazione quantitativa —

Hp. 3 Assumiamo ~~dati~~ mammiferi . . . . . sferici di raggio R



MAIALE MUCCA BALENA

$$\text{Superficie} = 4\pi R^2 \div R^2$$
$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi R^3 \div R^3$$

$$\Longrightarrow P \div R^2 = (R^3)^{2/3} \div M^{2/3}$$

Abbiamo trovato una legge di potenza:

$$\longrightarrow \log(P) = \frac{2}{3}\log M + \text{cost}$$

Conseguente:

* Potenza (tasso metabolico) per singole cellula:

$$P_{cell} = \frac{P}{M} \div M^{-\frac{1}{3}}$$

$$P_{cell} = \frac{1}{\sqrt[3]{M}}$$

- Nonostante le cellule ~~siano~~ siano tutte identiche nei mam. il consumo metabolico/cellula dipende dal mammifero ed è minore in mammiferi di grossa taglia

* Grandi mammiferi: uso più efficiente dell'energia
* Mammiferi piccoli (troppo piccoli) sono inefficienti e non sopravvivono contro organizzazioni cellulari più efficienti (rettili, insetti, batteri, ...)

ABBIAMO TROVATO UNA RAGIONE AL LIMITE INFERIORE SULLA TAGLIA DEI MAMMIFERI

<u>Limite superiore</u>:

Total power consumption grows with mass

$$P \doteq \sqrt[3]{M^2}$$

<u>Esempio</u>

Uomo : $M = 100$ kg
Elefante : $M = 10^4$ kg (10 t)

$$\frac{P_{Elef.}}{P_{Uomo}} = \sqrt[3]{\left(\frac{10^4}{10^2}\right)^2} = \sqrt[3]{10^4} \simeq 20$$

× Un elefante deve mangiare 20 volte quello che mangia un uomo.

× c'è un problema di approvvigionamento per mammiferi troppo grandi ⟶ SFAVORITI

(~~E~~ funziona anche per i rettili; si pensi all'estinzione dei dinosauri)

Interludio

- $P_{uomo} \simeq 100$ W ($\simeq 2000$ kcal/dì)
  SOLO PER IL CIBO
[È circa una lampadina!]

- Potenza consumata dall'uomo civilizzato

$P_{civis} \simeq 1000$ W

– Includendo consumi energetici per industrie, trasporti, servizi, etc.

  * www.terna.it ~ 40 GW Italia (esclusi trasporti)
  * popolazione italiana ~ 50×10^6 abitanti

* MASSA EQUIVALENTE DELL'UOMO CIVILE

$$\frac{M_{civis}}{M_{uomo}} = \left(\frac{P_{civis}}{P_{uomo}}\right)^{3/2} = 10^{3/2} \simeq 30$$

$M_{civis} \sim 3$ tonnellate

* 10 miliardi di mammiferi da 3t non possono sopravvivere a lungo!

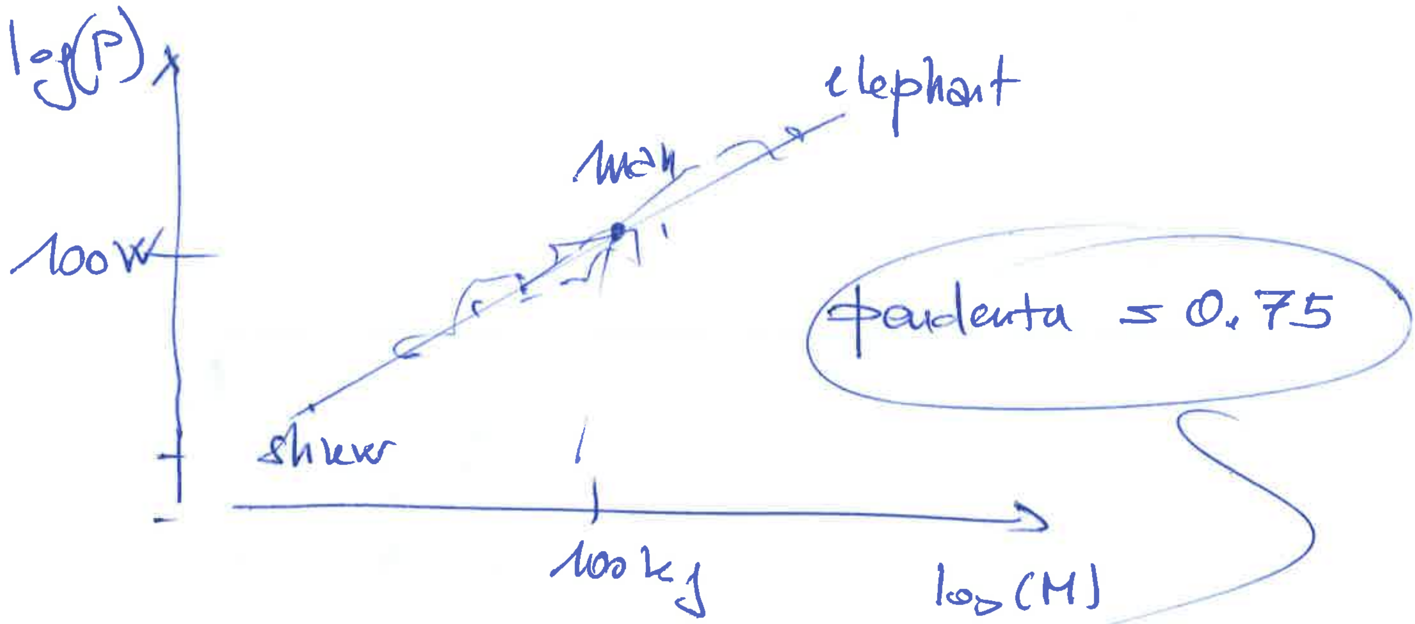
So far, so good . . . .

Abbiamo una teoria predittiva e soddisfacente,

Ma è consistente con i dati osservativi ?

[È vera ? Ma non prendiamo alla lettera la parola "vera"]

TEST OF ALL KNOWLEDGE IS EXPERIMENT



$$P \doteq M^{3/4}$$

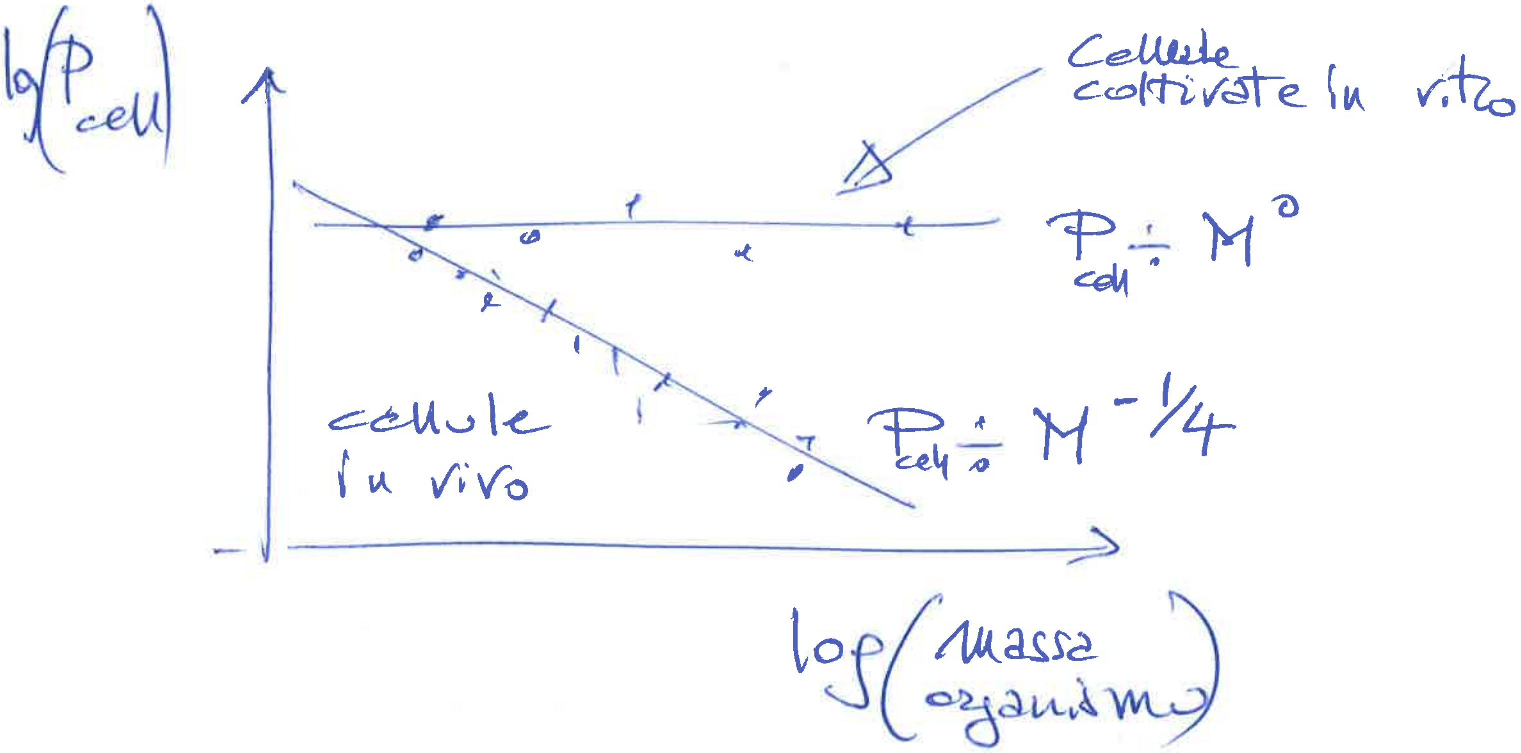
Ma noi abbiamo previsto 2/3 —

[in base alla geometria dello spazio "sferico" ... oh vacca, sferica]

Revisione delle ipotesi

1) Identità strutturali e cellule identiche

È vero?



- Il consumo di cellule isolate è identico per tutti gli organismi
  → consistente con le nostre ipotesi
- Il consumo "in vivo" scala come $M^{-1/4}$ (Avevamo previsto $M^{-1/3}$)
  → previsione qualitativamente ok, ma quantitativamente imprecisa

Hp. 2 → Ls ok (termodinamica)

Hp. 3 → Mammiferi sferici ?

Di fatto è la relazione che ci ha permesso di tradurre il rapporto Superficie / Volume in $R^{2/3}$

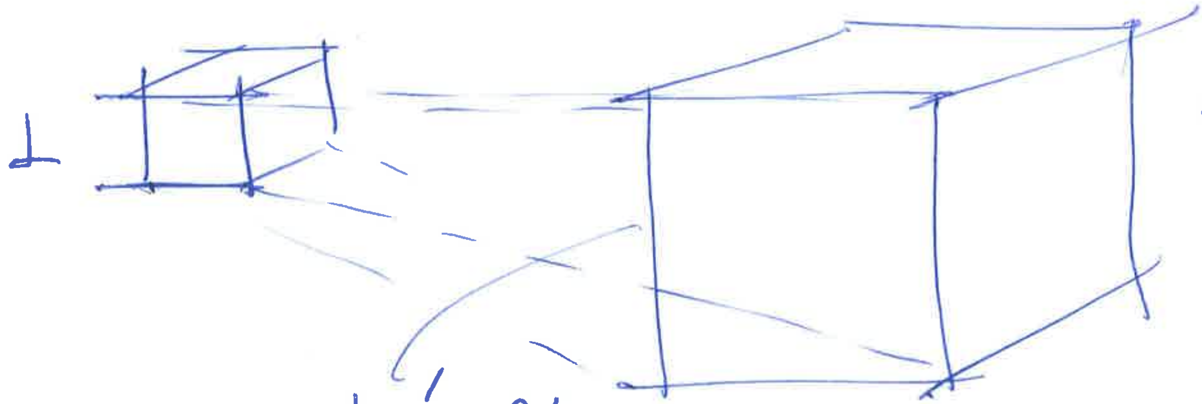
Not really spherical

Tuttavia, la relazione conseguente alle Hp 1 e 2 dipende solo dalla geometria dello spazio

- Tasso metabolico ÷ Superf.
- Massa ÷ Volume

Fino che un oggetto ha una scala (lineare) caratteristica L (R nel modello sferico), la superficie scala con L^2 e il volume con L^3

Controlliamo con un cubo



$S \div L^2$

$V \div L^3$

$L' = 2L$

$S' = (2L)^2 = 4S$

$V' = (2L)^3 = 8V$

- Se funziona per sfere e cubi, deve funzionare per tutte le forme
- In effetti possiamo pensare ~~stare~~ un solido generico come la sovrapposizione di tanti piccoli cubi
- L'applicazione di un fattore di scala alla forma generica è equivalente a scalare tutti i cubi

$\Longrightarrow$ LEGGI DI SCALA HANNO VALIDITA' GENERALE

$\rightsquigarrow$ Vi sono molte applicazioni (es. Farmaci adulti/bambini)

E se vivessimo in una ~~spazio~~ geometria a 4D?

× L'analisi completa non può ignorare la struttura interna della rete (vasale) con cui l'energia è distribuita alle singole cellule –

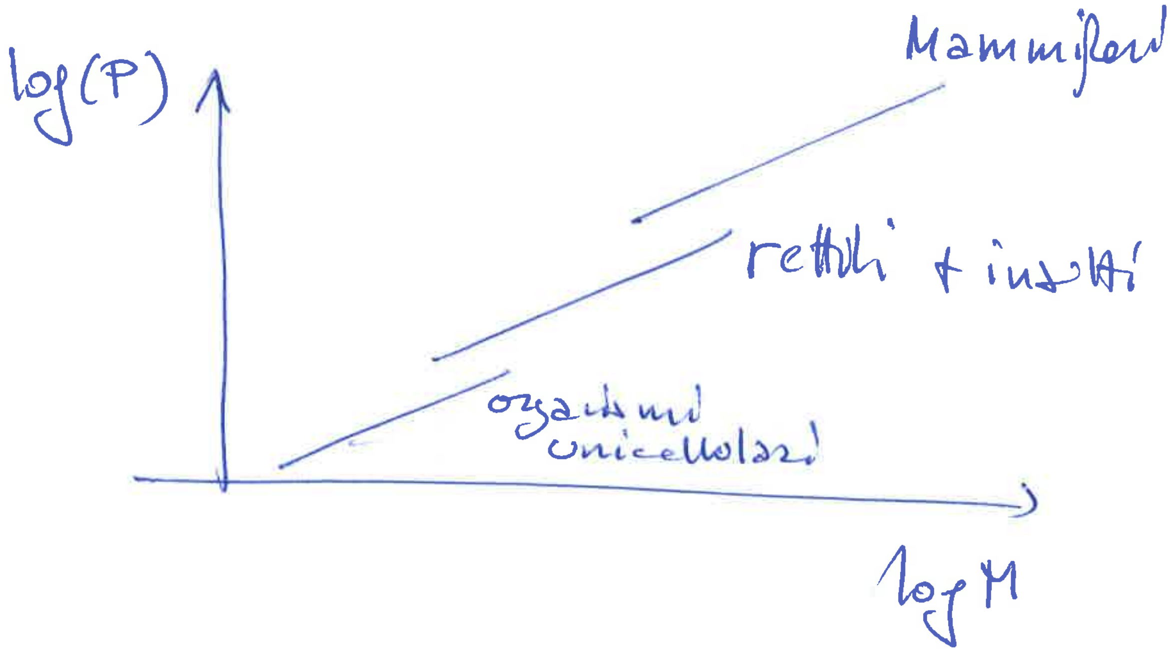
- Complessità della rete cresce con le dimensioni dell'animale
- Guadagno di efficienza con la taglia minore di quanto predetto in una geometria 3D

- West et al. (1999): La rete si ~~divide~~ ramifica in reti secondarie con geometria frattale per minimizzare il tempo di trasporto

- I sistemi biologici operano in 4D – 3 dimensioni della ~~spazio~~ geometria euclideo, + tempo (4D delle geom. frattale)

$$\frac{\text{Superficie biologica}}{\text{Volume biologico}} = \frac{3}{4}$$

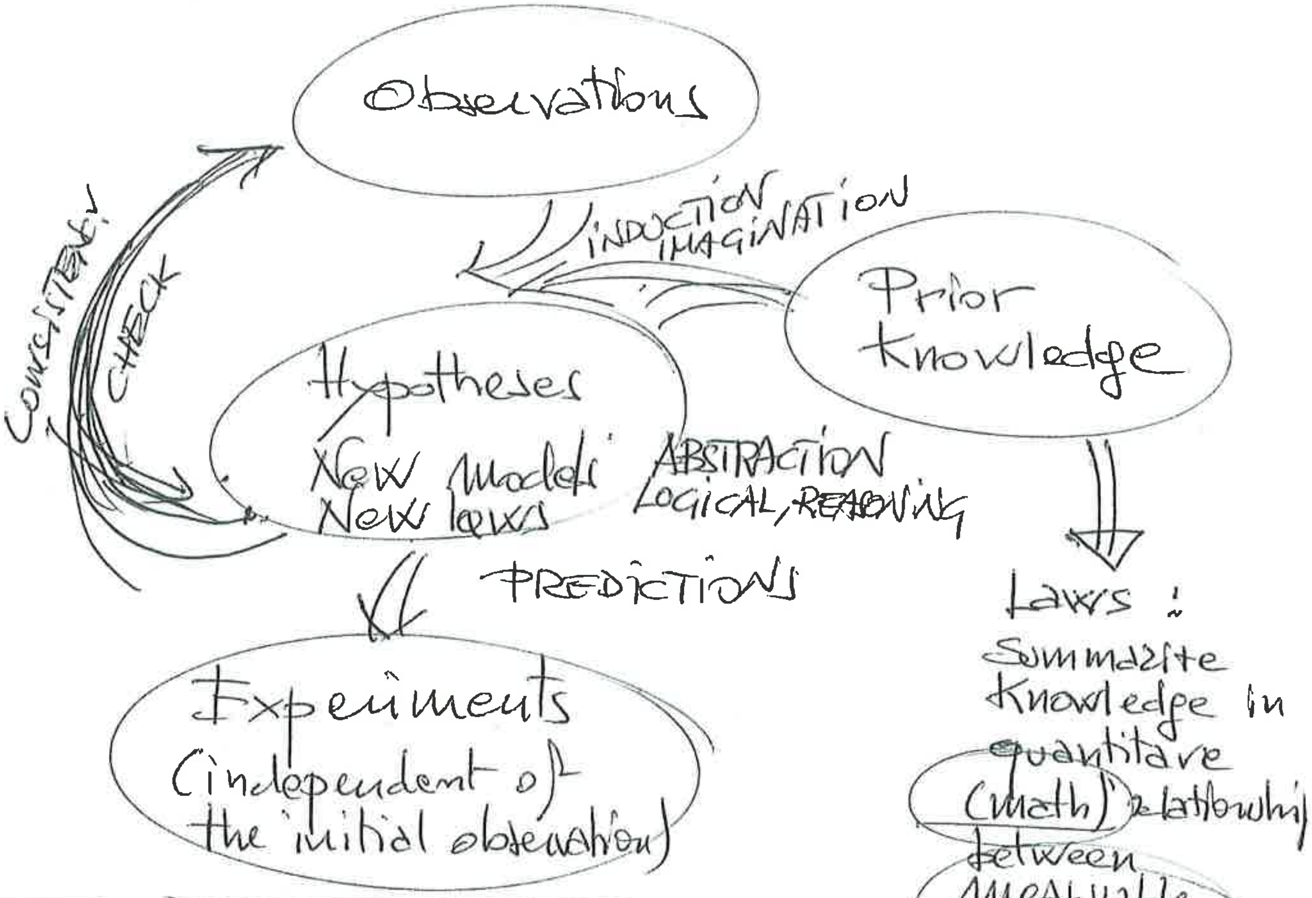
L'indice 3/4 e' caratteristico dei sistemi viventi



2^a ORA

INFILARE $\vec{F} = m\vec{a}$

TAKE AWAY FROM THE EXAMPLE : SCIENCE AT WORK



TEST OF ALL KNOWLEDGE IS EXPERIMENT

Needs :

* Math language [Keep it simple in this course: minimal use of calculus]

* Precise definition of measurable quantities

Final NOTE : Though the example is informative $P \div M^{2/3}$ is not a physics law. It's a mathematical relationship derived from some laws. Physics laws do not simply relate things, but ~~[illegible]~~ contain dynamical info