

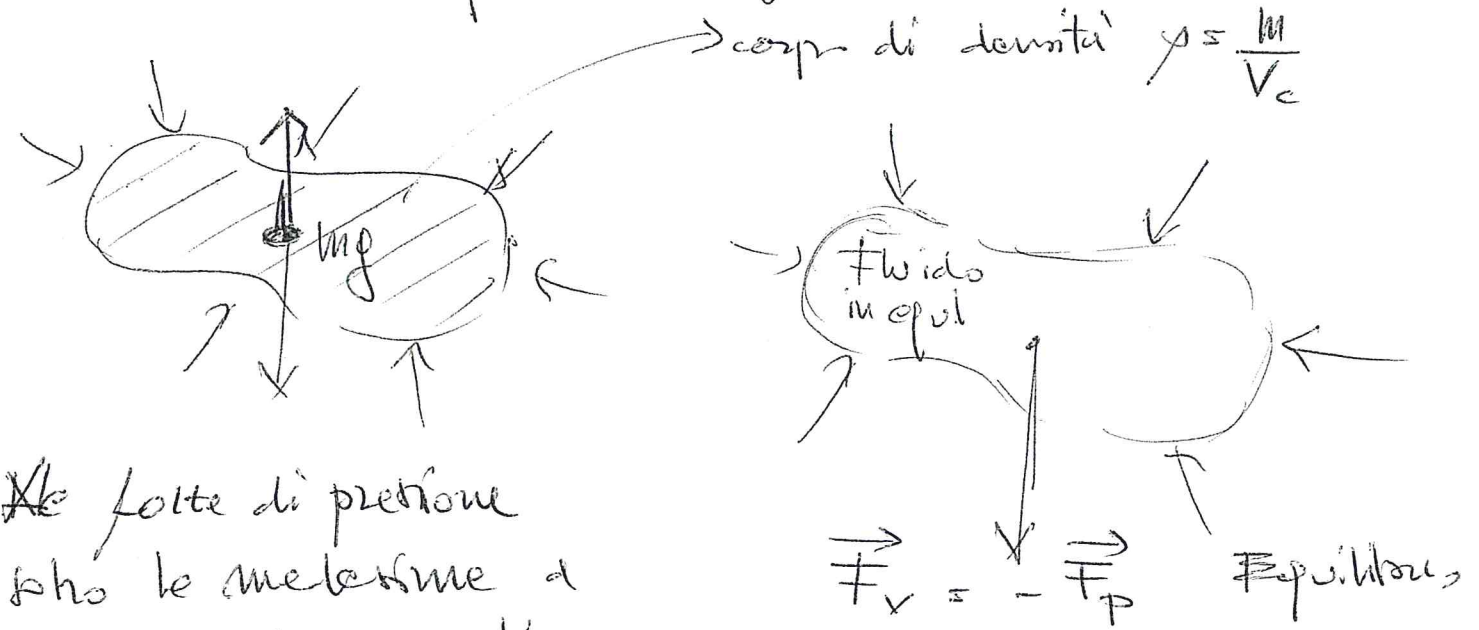
LEGGE DI ARCHIMEDE

(14)

* Corpo immerso spinto § uguale e contrario alla risultante delle forze di volume agenti sul fluido spostato dal corpo immerso -

* Nel caso di forza peso (PRINCIPIO DI ARCHIMEDE)
spinta verso l'alto pari al peso del liquido spostato

Dim. (tramite Principio di solidification)



Le forze di pressione sono le medesime a quelle nel caso di ~~sto~~ fluido in equilibrio. Dunque la loro risultante deve essere $\vec{F}_r$

- Forza agente sul corpo (intrinsecamente immerso)

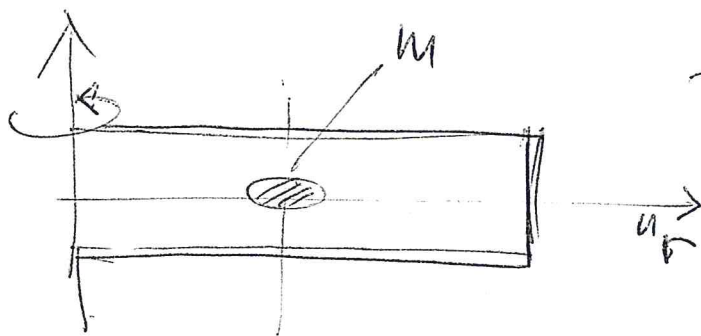
$$\vec{F} = m\vec{g} - m_{fl}\vec{g} = (\rho - \rho_{fl}) V_c \vec{g}$$

$$\vec{F} \geq 0 \quad \text{se} \quad \rho \geq \rho_{fl}$$

(15)

Nota: La legge di Archimede è valida
per tutte le forme di volume, poiché
la risultante dello stato di pressione è determinata
da $\vec{\nabla} p = \rho \vec{f}_v$

x Esempio: centrifugazione ($\omega^2 r \approx 10^4 g$)



Rotore: $\vec{a}_c = -\omega^2 r \hat{u}_r$

Descrizione del moto lungo r in riferimento al
rotore (si vuol vedere lo spostamento radiale)

Nel sistema non inerziale, le equazioni della dinamica
si possono usare poi di introdurre le forze app.

$$\vec{F}_{app} = -m \vec{a}_{inI} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{centr} = m \omega^2 r \hat{u}_r$$

Per il fluido è una forza di volume, dunque
c'è una spinta di Archimede e la risultante
sul corpo di massa m e densità ρ (nel sist.
non inerziale) è

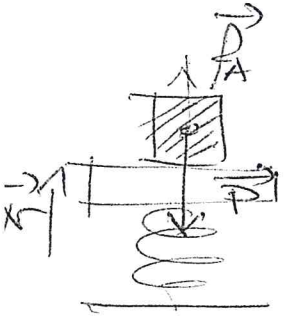
$$\vec{F} = (\rho - \rho_{FL}) V_c \omega^2 r$$

Il corpo si deposita sul fondo (o galleggia)
se $\rho > \rho_{FL}$ ($\rho < \rho_{FL}$)

Altre osservazioni

- 1) Se il corpo non è interamente immerso non il volume di fluido spostato è ~~inferiore~~ ^{minore} del volume del corpo $V_i < V$ con V_i vol immerso

— Correzione di Archimede al peso



$$\vec{P} + \vec{F}_A = \vec{N}$$

$$mg \left(1 - \frac{\rho_{fl}}{\rho} \frac{V}{V} \right) = N$$

$$N = mg \left(1 - \frac{\rho_{fl}}{\rho} \right)$$

x Per bilance in aria $\frac{\rho_{fl}}{\rho} \lesssim 10^{-3}$

serve la correzione solo per misure di precisione

- x Se si vuole determinare la densità si può ricorrere alla misura ^(del peso) con immersione in due ~~metalli~~ ^{liquidi} con densità sensibilmente diverse e note
(Colonne di Gerone di Stracore)

Spinta di Archimede sull'apneaista

(48)

X Corpo umano ≈ 70 l incompressibili
 $V_0 \approx 5$ l comprimibili (Polmoni)

X Galleggiamento $\approx \frac{1}{2}$ testa emersa

$$V_{\text{testa}}/2 = \frac{4\pi}{3} \frac{R^3}{2} \quad R \approx 10 \text{ cm}$$

$$V_g \approx 2 \text{ l}$$

— Durante l'immersione i polmoni vengono compressi in apnea
Secondo la legge di Boyle:

$$P_0 V_0 = P_h V_h = (P_0 + \rho g h) V_h$$

— La spinta di Archimede $\approx$ diminuisce, poiché cala il vol. corp.
Quando il volume $V_h = V_0 - V_g = 3 \text{ l}$

le densità media dell'uomo diventa uguale
alle densità dell'acqua e la spinta di Archimede
diventa nulla. A profondità maggiori la
spinta è verso il basso (l'apneaista non torna
a galla senza "finire").

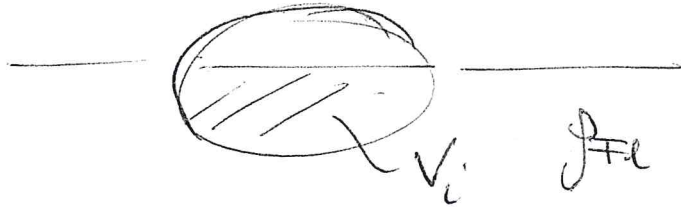
$$P_0 \left(\frac{V_0}{V_h} - 1 \right) = \rho g h \Rightarrow h = \frac{P_0}{\rho g} \left(\frac{5}{3} - 1 \right)$$

$$\approx \frac{2}{3} \cdot \frac{10^5 \text{ Pa}}{10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2} \approx 7 \text{ m}$$

~~NOTE~~

(18)

- 1) Nel caso di galleggiamento, volume immerso V_i è minore del volume del corpo V_c



per il gell. è $\rho_c < \rho_{FL}$

In condizioni di equilibrio $\rho_c V_c g = \rho_{FL} V_i g$
Peso del corpo = spinta Archim:

$$\Rightarrow V_i = \frac{\rho_c}{\rho_{FL}} V_c$$

$$\text{con } \frac{\rho_c}{\rho_{FL}} < 1$$

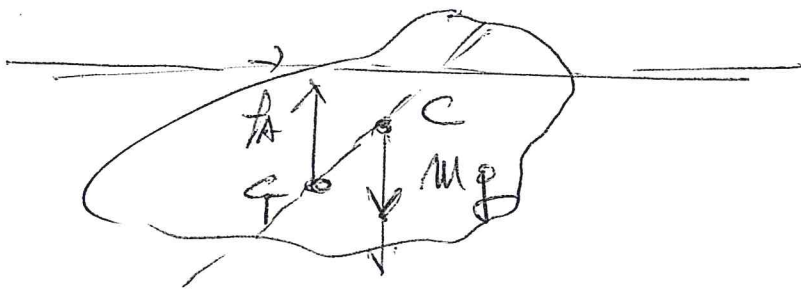
~~2) In generale per il punto di applicazione~~

Statica del galleggiamento

19

* Punto applicazione spinta di Archimede e' il baricentro del fluido spostato (la risultante di $\vec{F}_p$ sul fluido bilancia $M\vec{g}$, che e' applicata al baricentro). Questo punto e' detto CENTRO DI GALLEGGIAMENTO

* Punto di applicazione delle F_g peso al corpo e' il suo baricentro, che in generale non coincide con il centro di galleggiamento



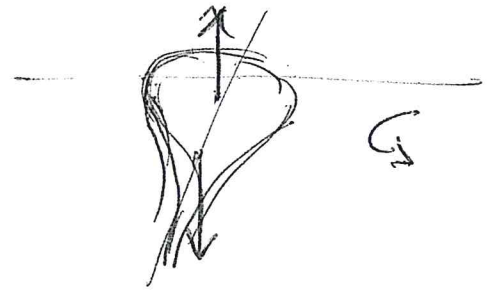
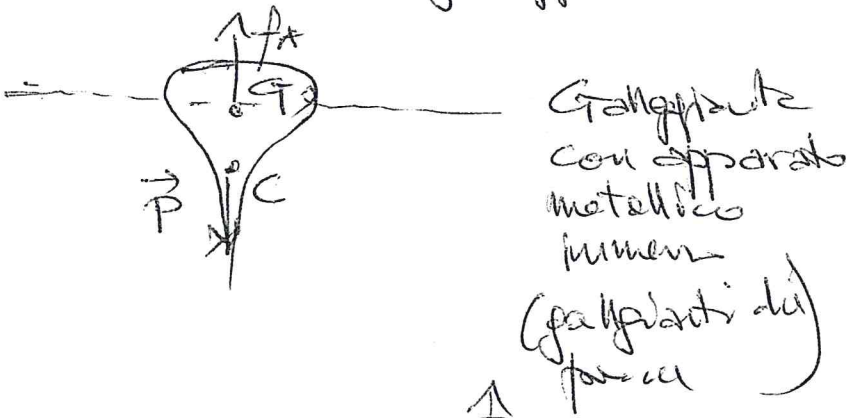
Condizioni di equilibrio : 1) $M\vec{g} = -\vec{F}_A$ Risultante delle forze nulla

$$2) \vec{\tau} = \vec{r}_{C} \times M\vec{g} = 0$$

momento delle forze nullo

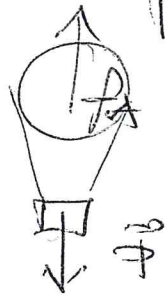
Sistemi galleggianti stabili

C.d.m. del galleggiante sotto il centro di galleggiamento.

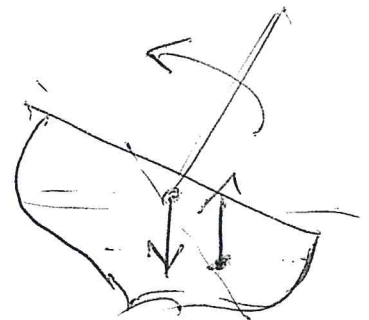
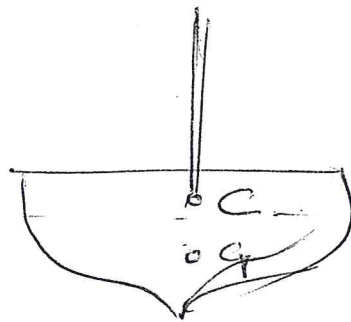
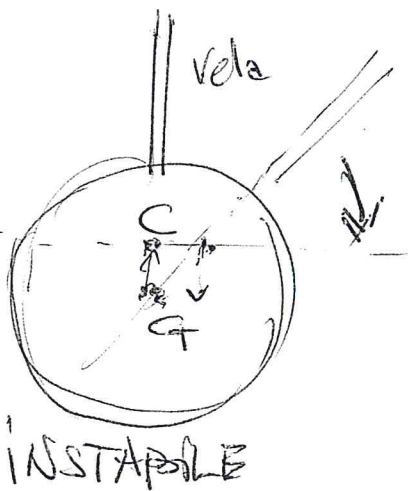


momento torcente
risultante $\vec{F}_A$ e $\vec{P}$
è riparte $\vec{C}$ so
(stessa alla d'azione)

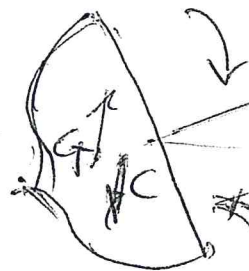
Marginalmente:



Instabili: notanti in generale C è
più alto di G (poco emerso)



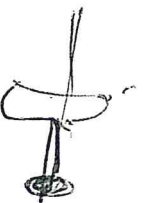
Stabilità data
della conformazione
della chiglia



Se G a dx di C
(o simmetrico per
inclinazione
simmetrica) si
stabilizza

Se G a sx di C
scivola

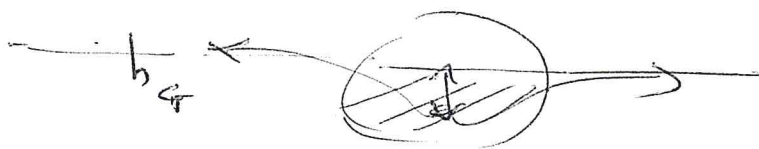
Altra possibilità: mare
pescante (come nei galleggianti)
usata in capitaneria



Galleggiamento e En. potenziale

21

- x In condizioni di bassa velocità del natante le forze di attrito sono trascurabili
- x Condizioni di equilibrio definite da minima energia potenziale del sistema
corpo galleggiante + fluido spostato
- x Immersione in bacino esteso $\rightarrow$ innalzamento del livello del bacino molto (trascurabile)
 $\rightarrow$ livello = minim. ~~per~~ ~~pot~~ energia potenziale



Fluido spostato
va sulla superficie

$$\mathbb{E}_{p,F} = Mg |h_g|$$

dove $M = \rho_{FL} V_{immerso}$
e' la massa del corpo

$$\mathbb{E}_{p,c} = Mg h_c$$

La configurazione stabile è quella che minimizza $\mathbb{E}_p = Mg(h_c + |h_g|)$

Utile in alcuni casi semplici



Bastone

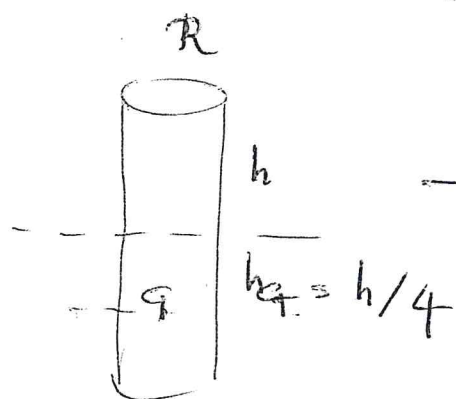
$$\rho = \rho_{FL} / 2$$

(2)

→ metro volume immers

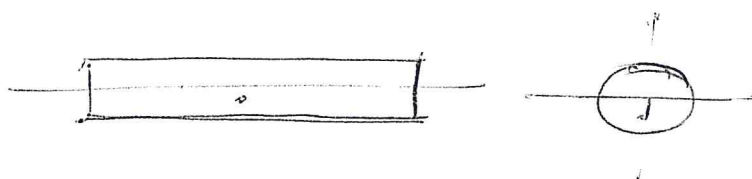
$$F_p^c = Mg h_G \text{ sempre costante}$$

→ F_p^{Fl} dipende dall'angolo di immersione - verticale/orizz.

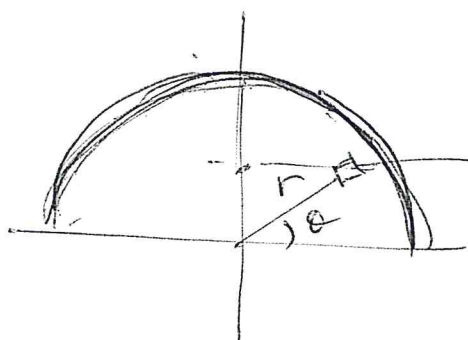


Verticale: $F_p = Mg h / 4$

Orizzontale:



$$F_p = Mg z_G$$



$$dA = r dr d\theta$$

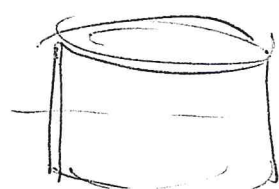
$$z = r \sin \theta$$

$$z_G = \frac{\int_0^R \int_0^\pi r \sin \theta r dr d\theta}{\int_0^R \int_0^\pi r dr d\theta}$$

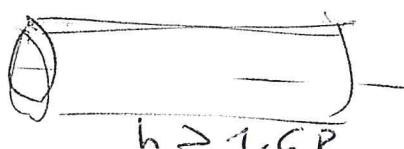
$$= \frac{\frac{2R^3}{3}}{\frac{\pi R^2}{2}} = \frac{4R}{\pi} \Rightarrow F_p = Mg \frac{4R}{3\pi}$$

Disposizione vert./orizz. se

$$h \leq \frac{16}{3\pi} R \quad \text{---} \quad h \leq 1.6 R$$



$$h < 1.6 R$$



$$h > 1.6 R$$