

Scambi termici

(1)

1) Conduzione $\frac{dQ}{dt} = k \frac{dT}{dx} dS$

2) Convezione $\frac{dQ}{dt} = h dT dS$

3) Irraggiamento $\frac{dQ}{dt} = e \sigma T^4 dS$ ^{Unità m²}

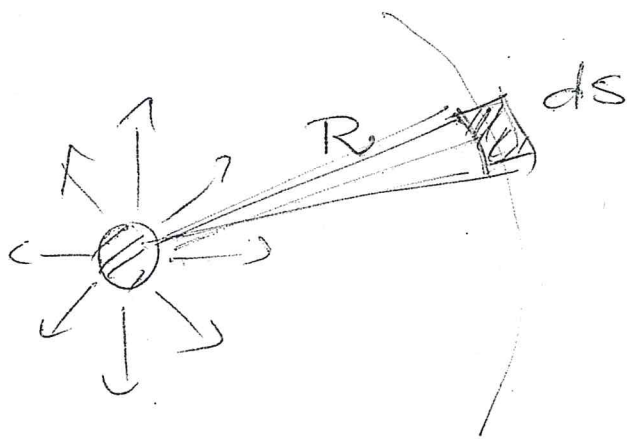
Nota dip. da $T \rightarrow ^\circ K$ $\leftarrow$
- 1) e 2) dip. da ΔT

In tutti i processi la potenza emessa dipende dalla superficie di scambio dS .

Si definisce flusso $\Phi = \frac{dQ}{dt dS}$ la
potenza per unità di superficie.

È particolarmente importante ragionare in termini di flusso in processi in cui lo scambio termico non avviene per contatto diretto attraverso una superficie fisica.

Ad esempio, nell'irraggiamento un corpo irradia attraverso l'intera superficie in tutte le direzioni. In assenza di dissipazione la potenza è costante attraverso una qualunque superficie chiusa attorno al corpo. Il flusso, invece, diminuisce via via che ci si allontana dal corpo.



$$\Phi = \frac{d^2 Q}{dt dS}$$

$$= \left(\frac{dQ}{dt} \right)_S \frac{1}{4\pi R^2}$$

ove $\left(\frac{dQ}{dt} \right)_S$ è la potenza emessa dalla sorgente, mentre $\frac{1}{4\pi R^2}$ è la superficie totale a distanza R dalla sorgente -

$$\left(\frac{dQ}{dt} \right)_{4\pi R^2} = \int_A \Phi dS = \left(\frac{dQ}{dt} \right)_S \int_A \frac{1}{4\pi R^2} dS = \left(\frac{dQ}{dt} \right)_S$$

Nota: È analogo alla relazione tra intensità e ampiezza di un'onda per onde 3D.

Esercizio: Temperatura della

Nota: ϵ, a coeff. adimensionali

$$\left[\frac{\Phi}{T^4} \right] = \text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$$

Esercizio

(3)

* Calcolare la temperatura della Terra, nota la temp. del sole ($T_s = 6000 \text{ K}$) e la geometria ($R_\odot = 0.7 \times 10^6 \text{ km}$, $R_{\text{orb}} = 150 \times 10^6 \text{ km}$, $R_T = 6400 \text{ km}$). Si assume la Terra corpo grigio ($\epsilon_T = \alpha_T$) e il Sole corpo nero ($\epsilon_s = 1$) -

Solution.

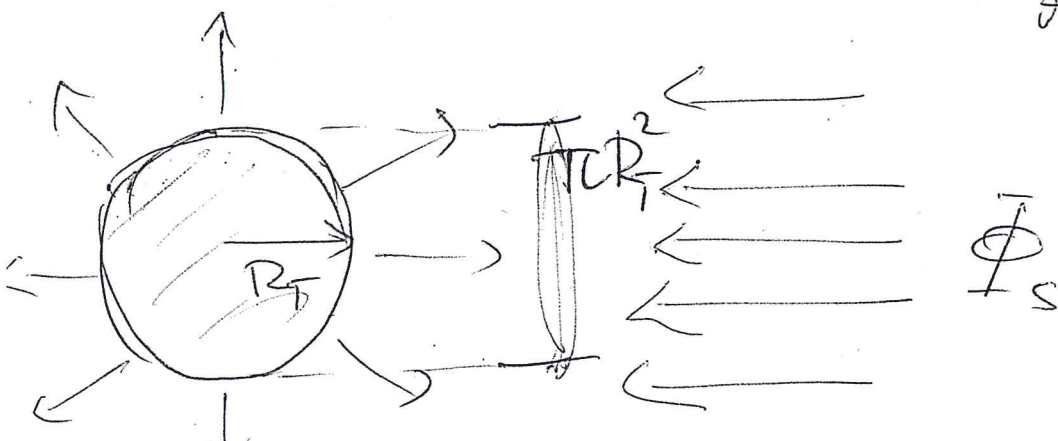
Equilibrio tra potenza assorbita e emessa dalla Terra, nell'ipotesi che la Terra assorba energia solo dal sole (tutte le altre stelle sono lontane $\propto 1/R^2$)

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{out}} = \epsilon_T (4\pi R_T^2) \sigma T^4$$

potenza irradiata dalla Terra

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{in}} = \Phi_s \alpha_T (\pi R_T^2)$$

potenza assorbita intercettando il flusso di en. Sole con un'area πR_T^2



Eguagliando: $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{in}} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{\text{out}}$ (4)

$$4\pi R_T^2 e_T \sigma T_T^4 = \Phi_s \pi R_T^2 \quad (e_T = e_T)$$

$$T_T^4 = \frac{1}{4} \frac{\Phi_s}{\sigma} \quad (**)$$

Il flusso solare è dato da:

$$\Phi_s = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_s \frac{1}{4\pi R_{\text{orbita}}^2}$$

$$= e_s \sigma T_s^4 \frac{4\pi R_{\odot}^2}{4\pi R_{\text{orbita}}^2} \quad (e_s = 1)$$

sostituendo in (**)

$$T_T^4 = \frac{1}{4} \frac{R_{\odot}^2}{R_{\text{orbita}}^2} T_s^4$$

$$T_T = \left[\frac{1}{2} \frac{R_{\odot}}{R_{\text{orbita}}} \right]^{1/2} T_s$$

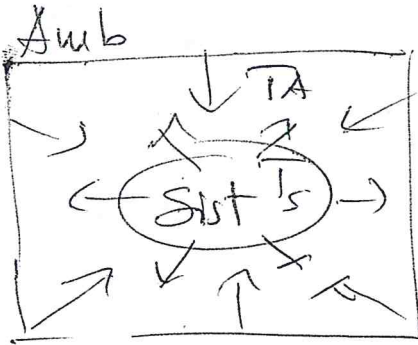
$$= \left[\frac{1}{2} \frac{0.7 \times 10^6 \text{ km}}{150 \times 10^6 \text{ km}} \right]^{1/2} 6000 \text{ K} \approx 280 \text{ K}$$

Esercizio 2

(5)

* Scambi termici per irraggiamento tra sistema e ambiente di temperatura simili,

$$T_S = T_A + \Delta T \quad \text{con} \quad \frac{\Delta T}{T_A} \ll 1 \quad T_A \approx T_S$$



$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{\Delta t} &= \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t} \right)_{in} - \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t} \right)_{out} = \\ &= \epsilon \sigma dS T_A^4 - \epsilon \sigma dS T_S^4 \end{aligned}$$

Poiché potere emissivo e assorbente sono identici $\epsilon = \epsilon$:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon dS \sigma (T_A^4 - T_S^4) =$$

$$= \epsilon dS \sigma T_A^4 \left[1 - \left(1 + \frac{\Delta T}{T_A} \right)^4 \right] =$$

$$\approx \epsilon dS \sigma T_A^4 \left[4 \frac{\Delta T}{T_A} + \dots \text{termini infinitesimi} \right]$$

$$\approx 4 \epsilon dS \sigma T_A^3 \Delta T$$

In qs. condizioni tutti gli scambi termici (conduzione, convezione e irraggiamento) dipendono da ΔT

Esempio 1° principio corpo umano (acqua) (6)
esclusi termici

* Non è un sistema né isolato, né chiuso, ma
il primo principio serve a fornire le idee:

- Se $T = 37^\circ\text{C}$ (animale omeotermo)
e $T_{\text{ext}} < 37^\circ\text{C}$

$\rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} < 0$ calore
ceduto
all'ambiente

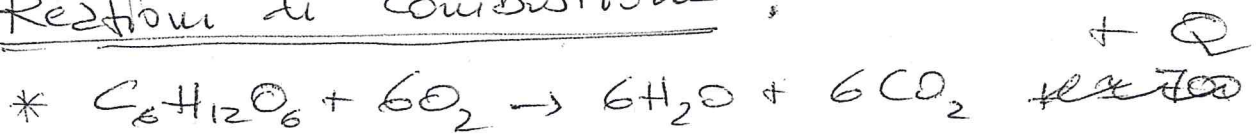
(E' la norma)

- Inoltre $\cancel{W} < 0$ (l'uomo compie
lavoro sostenuto).

- Bilancio: $\Delta U = Q - \cancel{W} < 0$ ($Q < 0$
 $-\cancel{W} < 0$)

• L'energia interna diminuisce $\rightarrow$ consumo
metabolico

$\rightarrow$ Reazioni di combustione:



* Grassi

* Proteine

$\rightarrow$ In media 20 kJ/l di O_2 (Es. calico
dell'organismo)

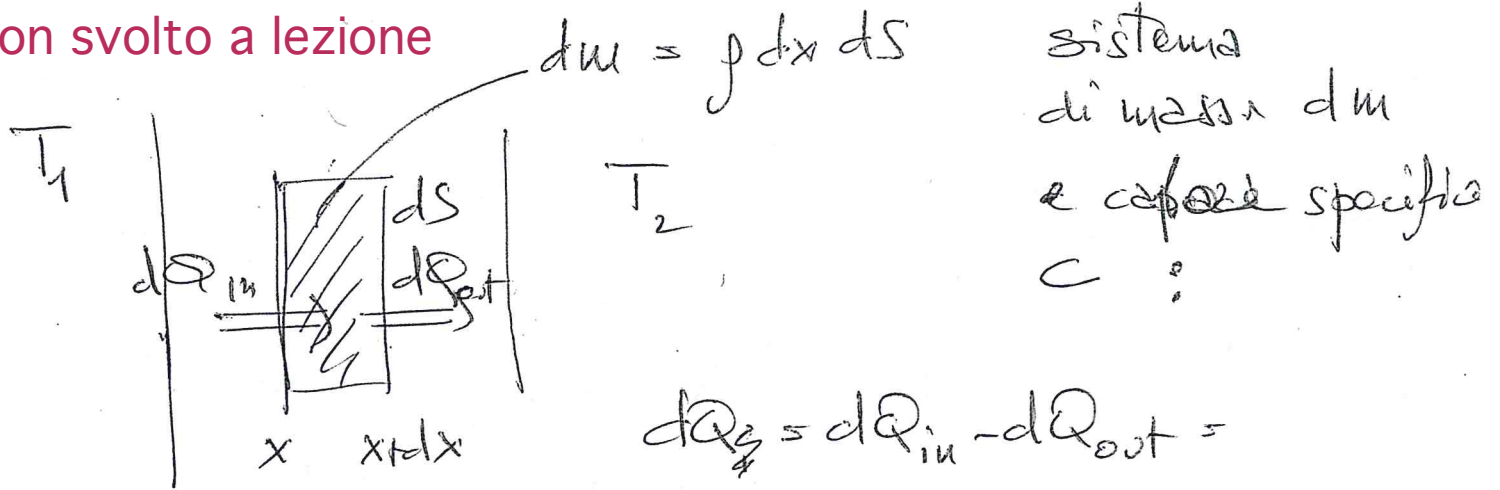
Esercizio

3 minuti di Apnea $\rightarrow \approx 100 \text{ W}$

1 giorno $\rightarrow \approx 8000 \text{ kJ}$

Scambio / trasporto di calore in un solido (7)

Non svolto a lezione



$$dQ_{\text{net}} = dQ_{\text{in}} - dQ_{\text{out}} = c(\rho dx dS) dT$$

$$dQ_{\text{in}} = k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_x dS dt$$

Calore assorbito dal sistema 2

(uso derivata parziale perché T può dip. anche da x)

$$dQ_{\text{out}} = k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+dx} dS dt$$

Sviloppo di Taylor : $f(x+dx) = f(x) + f'(x)dx + \dots$

$$= k \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_x + \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)_x dx \right] dS dt$$

$$dQ = + k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx dS dt = c(\rho dx dS) dT$$

Da cui

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = c \rho dT$$

legge

Equazione di Fourier per il trasporto di calore

$$\boxed{\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} - \frac{c\rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = 0}$$

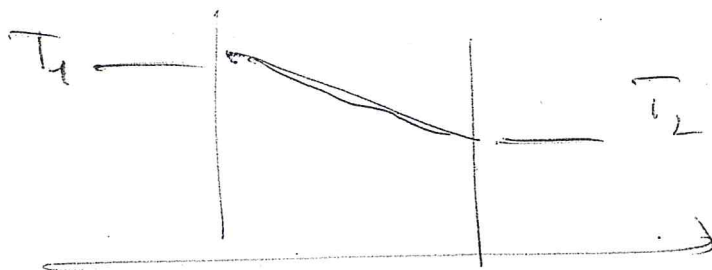
non è eq. d'onda (derivata prima rispetto a tempo)

→ ~~fenomeno non prop~~ il calore comporta una variazione locale di temperatura che NON si propaga come un'onda

→ la propagazione è caratteristica dei fenomeni di diffusione (vedi 2^a legge di Fick - in chimica). Ciò è rivelatore del meccanismo sottostante al trasporto di calore (moti disordinati di corpuscoli)

→ Nel limite stazionario $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ (T_1 e T_2 sono mantenute costanti), il profilo di temp. è lineare in x

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad \rightarrow \quad T(x) = a + bT$$



Eq. di stato dei gas perfetti $pV = nRT$

(10)
2^a ora

gas * fluido deformabile e compressibile
* non ha volume proprio

→ condizioni di equilibrio $\longleftrightarrow$ recipiente chiuso
con un pistone mobile

→ variabili di stato per specie chimica
definita e q^{tra} di gas fisso:

(p, V) e (T) → Equil. termico

→ Equ. meccanico
 $T(K) = [t(^{\circ}C) + 273,15^{\circ}C] K/^{\circ}C$

→ Proprietà di gas "reali" (p piccola o
 T elevata) simili come viste per il
termometro a gas perfetto -

→ SPECULAZIONE MICROSCOPICA (MODELLO
A GAS PERFETTO) — interazioni
~~trascurabili~~ tra molecole trascurabili
quando distanze interatomiche grandi

→ Quanto gas è "realistico" le
molecole non si "sentono" e la
specie chimica - finché il gas diventa
inibente. Tutti i gas ^{forse tutti} si comportano
alla stessa maniera

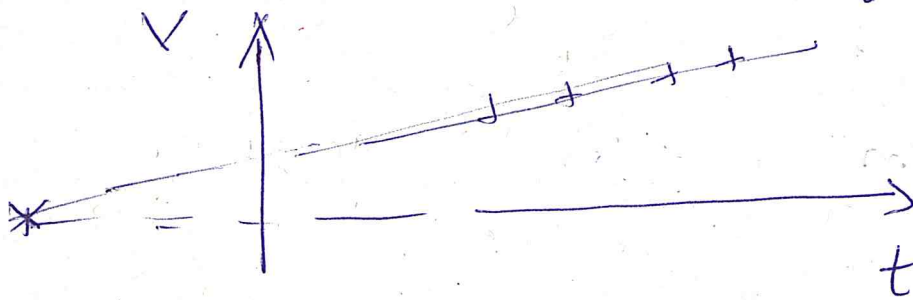
* Prima della speculazione (modellizzazione) (11)
evidente sperimentale —

1) leggi di Gay-Lussac

isobara $V = V_0 (1 + \alpha t)$

isocori $p = p_0 (1 + \beta t)$

t in $^{\circ}C$



(p o V costante)
perché gas
non ha peso
né volume propri

$V=0$ oppure $p=0$ per $t = -273,15^{\circ}C$

Esiste una temp. minima al di sotto della
quale il vol. (prop.) del gas sarebbe
negativa $\rightarrow$ inconcepibile $\Rightarrow$ concetto di

* Utilizzando la scala Kelvin:

zero assoluto
(~~PER VIA SPERIM.~~)
E' INVALICATO

$$T = (t + 273,15)^{\circ}K$$

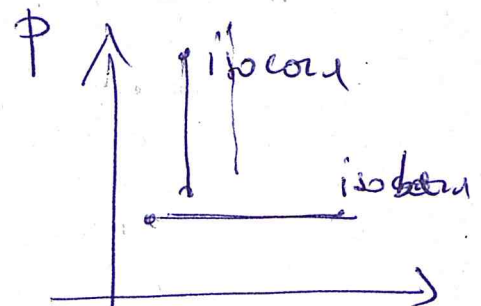
Le leggi di Gay-Lussac sono:

$$V \propto T$$

$$p = \text{cost}$$

$$p \propto \frac{1}{V}$$

$$V = \text{cost}$$

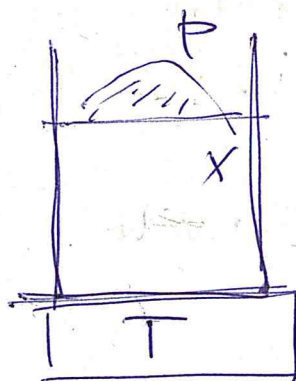


piano di Clapeyron
dove si incontrano le

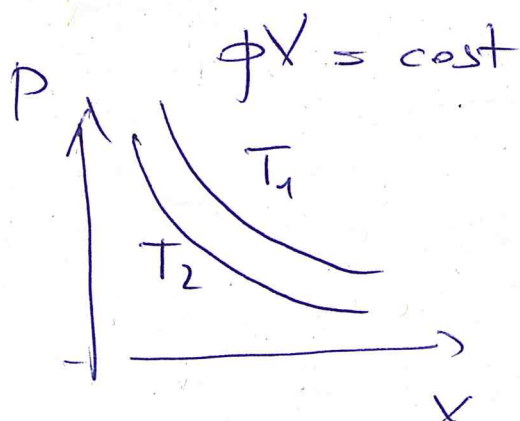
Legge di Boyle : trasformazioni

isotermiche reversibili
(attraverso stati di equilibrio)

$$P_{in} = P_{ext}$$



parte di sistema

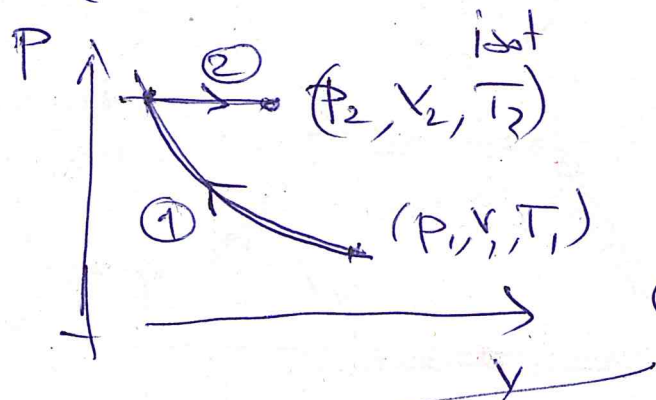


per $T = \text{cost}$

ipotesi equilaterale nel piano
di Clapeyron

o Combination Transf. POTERMA & ISOBAR

$$(P_1, V_1, T_1) \longrightarrow (P_2, V_1, T_1) \xrightarrow{\text{isob.}} (P_2, V_2, T_2)$$



① $P_1 V_1 = P_2 V_1$ Boyle

② $V_1/T_1 = V_2/T_2$ Gay-Lussac

$$\Delta \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

~~quinto intermedio~~
~~arbitrario, rete term~~

Poiché i punti sono arbitrari

$$\left| \frac{PV}{T} = \text{cost} \right|$$

Legge di AVOGADRO

Per p e T cost. il volume occupato dipende dalla quantità di materia, ad esempio anche

$$V \propto n$$

Dall'osservazione dell'esistenza di proporzioni definite e rapporti semplici tra i volumi di reagenti misurati, Avogadro dedusse che la cost. di proporzionalità è universale se la quantità di materia è espressa in n° di molecole (o di moli)

Nel SI, anziché il n° di molecole si usa la mole come unità di misura della quantità di sostanza.

Def. di mole: Sta' di sostanza che contiene lo stesso n° di molecole di 12 g di ^{12}C .
UNITA' DI MISURA mol

→ Per definizione una mole di ^{qualsunque} sostanza contiene lo stesso numero di molecole indipendentemente dalla sostanza

→ La mole corrisponde ad A grammi di una sostanza di massa molecolare A

Le masse molecolari sono misurate in UNITA' DI MASSA ATOMICA:

$$1 \text{ uma} = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Relazione tra massa di sostanza e massa molecolare:

$$(*) \quad M = A N \quad N = n^{\circ} \text{ di molecole}$$

Per 1 mole di ^{12}C :

$$12 \text{ g/mol} = 12 \text{ uma} \cdot \frac{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}}{\text{uma}} \cdot N_A$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{1}{1.66 \times 10^{-24}} \text{ mol}^{-1} = \underline{6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}}$$

$N^{\circ} \text{ di Avogadro}$

La relazione (*) vale per tutte le sostanze: 1 mol della sostanza di $A \text{ uma}$ contiene N_A molecole e ha massa A grammi —

— Dunque, con l'introduzione delle moli,

$$V \propto n \quad \text{per } p, T \text{ costanti}$$

Combinando tutte le relazioni:

$$pV = nRT$$

$$R = 8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

costante univ. dei gas

Scrivendo per singola molecola:

$$pV = N \frac{R}{N_A} T = N k_B T$$

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \leftarrow \text{cost di Boltzmann}$$

Applicazioni imp

1) Volume occupato da 1 mole condizioni NTP
(1 atm, 0 °C) —

$$V = \frac{nRT}{P} = \frac{8.315 \cdot 273.15 \text{ K}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} \text{ m}^3$$

$$\approx 22.4 \text{ l}$$

2) Densità gas NTP —

$$N_2 \rightarrow \rho = \frac{14 \text{ g}}{22.4 \text{ l}} \approx 0.7 \text{ g/m}^3$$

$\sim 10^3$ volte inferiore alla densità di un liquido ($H_2O = 10^3 \text{ kg/m}^3$)

3) Comprimibilità β NPT (15)

$$\phi V = nRT$$

$$\phi = \frac{nRT}{V} \rightarrow \Delta p = \left(\frac{nRT}{V} \right) \frac{\Delta V}{V}$$

$$\beta = \phi_0 \approx 10^5 \text{ Pa}$$

4) Liquidi incompressibili ($\beta \approx 10^9 \text{ Pa}$) poiché
distanza interatomica D ~~very~~ ^{very} confrontabile
a dimensioni atomiche.

Da 2) si ha densità poco variabile:

$$\rho_L = \frac{M}{D^3}$$

densità liquido

$$\rho_G = \frac{M}{d^3}$$

densità gas, con $d \approx$
distanza interatomica

$$\text{Da cui } d \approx D \sqrt[3]{\frac{\rho_L}{\rho_G}} \approx 10 D$$

$\rightarrow$ distanze interatomiche $\gg$ dimensioni
atomiche $\Rightarrow$ GAS PERFETTO

Legge di Dalton

(16)

Miscela di gas $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$

$$pV = (n_1 + n_2 + n_3 + \dots) RT$$

$$p = \sum_i n_i \frac{RT}{V} = \sum_i p_i$$

$$p_i \equiv n_i \frac{RT}{V} = \text{pressione parziale del gas (pressione che avrebbe se occupasse l'intero volume)}$$

→ nel comp. di miscele contengono le pressioni parziali (fenomeni di diffusione)

$$\rightarrow \text{Frazione molare: } \frac{n_i}{\sum_i n_i} = f_i \quad p_i = f_i p$$