## GRANDEZZE SCALARI E VETTORIALI

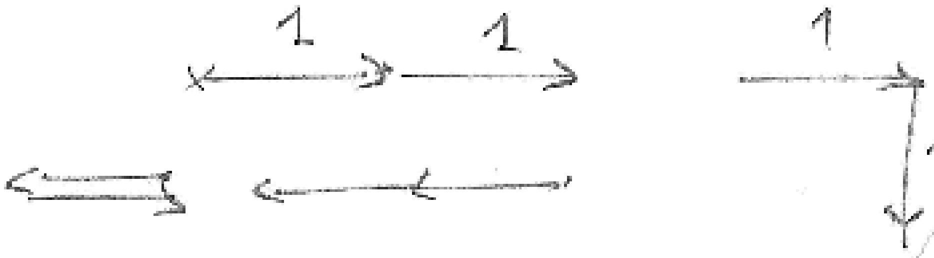
Grandezza scalare è completamente caratterizzata da una "scala" (valore) in rapporto ad un'unità di misura –

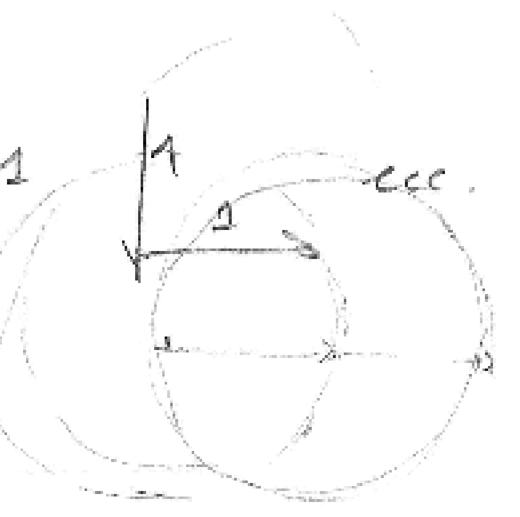
Questa definizione corrisponde alle grandezze fisiche (= grandezze misurabili) dimostrate fino ad or.

Alcune grandezze fisiche (~~e elementi fisici~~ matematici) ~~ottenuti~~ ~~notte~~ et richiedono ulteriori elementi per una caratterizzazione completa. Esempio:

Spostamento –

non è sufficiente (in generale) dire mi sono spostato di 1 m e poi di un altro metro, per sapere dove sono finito




Bisogna indicare una

× direzione
× verso
× punto di applicazione

Il punto di applicazione non è un elemento necessario nella definizione del vettore come ente matematico, ma occorre per il vettore fisi

- L'azione di una forza su una porta è differente se si spinge sui cardini o sulla parte libera
~~Un vettore applicato è una [illegible]~~

- Rappresentazione grafica
e simbolica $\vec{a}$

$|\vec{a}|$ = modulo di $|\vec{a}|$ è ~~[illegible]~~
scalare del vettore
~~[illegible]~~ [illegible] unità di misura è
valore (scala)

- Nota: la posizione di un punto può essere
individuata da un raggio vettore, che
ha dimensioni di una lunghezza.
La "posizione" non è una grandezza
fisica. La sua distanza dall'origine
degli assi è un vettore (il raggio vettore)

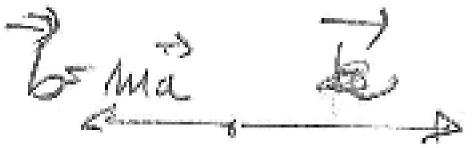
PARLO IN CINEMATICA

- Algebra vettoriale ≠ algebra scalare

## 1 Prodotto per uno scalare

$$\vec{b} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} |\vec{b}| = m|\vec{a}| \\ \text{direzione identica} \\ \text{verso concorde/discorde a seconda del segno di } m \end{cases}$$




$m = -0.5$

## 2 Vettore opposto

$$\vec{b} = -\vec{a}$$

(prodotto scalare $-1$)

## 3 Versore

$$\vec{a} = a\vec{u}$$

$$\begin{cases} a = |\vec{a}| \text{ con segno rispetto al verso} \\ \vec{u} \text{ direzione} \\ |\vec{u}| = 1 \end{cases}$$

## 4 Regola di somma


$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\vec{c} = \vec{b} + \vec{a}$$

commutativa

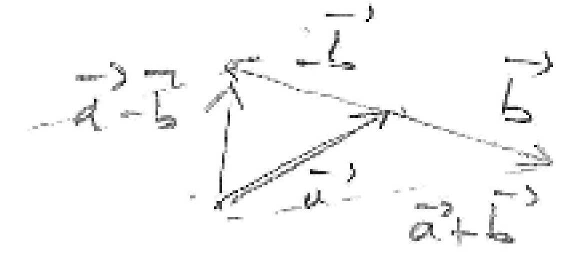
Completa la definizione di vettore:

- caratterizzato da modulo, direzione e verso
- risponde alla regola di somma descritta

## ⑤ Differenza fra vettori

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - 1(+\vec{b})$$

⟹ differenza: somma del vettore opposto

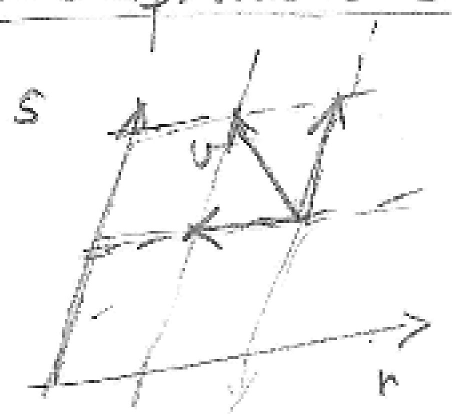



oppure parallelogramma con diagonale "sbagliata" e punta "giusta"

## ⑥ Proprietà associativa

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = (\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$$
$$= \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$$

## ⑦ Scomposizione (due) assi

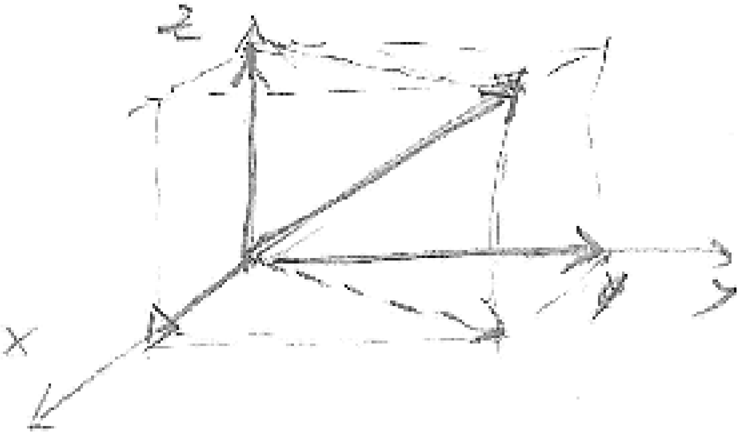



$v = v_r \vec{u_r} + v_s \vec{u_s}$

Nell'esempio $v_r < 0$

Più in generale la scomposizione può essere in tre assi (nello spazio) – Il caso più frequente è la scomposizione in assi cartesiani

## (8) Scomposizione in assi cartesiani




$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ = versori degli assi cartesiani

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$
$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = a_x \vec{i} + \dots \quad b_z \vec{k} =$$

$$= (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}$$

Le componenti si sommano (o si sottraggono)
Le componenti "scalano" nel caso di prodotto scalare

La scomposizione dipende dalla scelta del sistema di riferimento. Vi sono proprietà invarianti?

La rappresentazione di un vettore non richiede un sistema di riferimento (disegnare un segmento orientato non richiede ~~un riferimento~~ il supporto di un sistema di riferimento)

1^a Parte: Cinematica del punto

$\boxed{\text{DESCRIZIONE}}$ del moto di un corpo

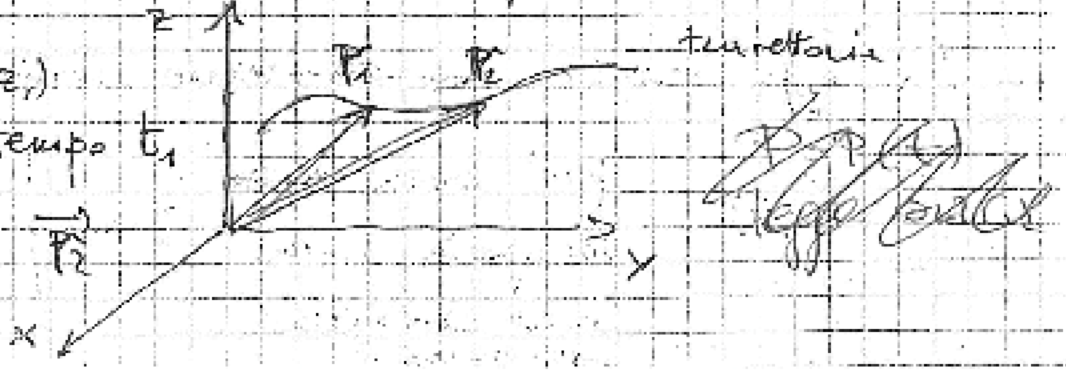
Moto di un corpo
la POSIZIONE del corpo rispetto ad altri corpi, considerati come fissi, varia nel TEMPO

il moto ha un significato $\boxed{\text{RELATIVO}}$

1. Fissare un sistema di riferimento (spaziale e temporale)
2. Descrivere la posizione del corpo nello spazio (attraverso ad es. le coordinate cartesiane ortogonali) in funzione del tempo
   → variabile indipendente

Si dice traiettoria la linea descritta dalla posizione del "punto materiale" (trascuriamo le dimensioni estese dei corpi)

$\vec{P_1} = (x_1, y_1, z_1)$
posizione al tempo $t_1$

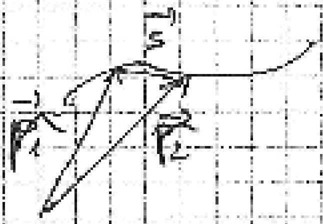



Analogamente $\vec{P_2}$

si descrive il moto tramite lo

SPOSTAMENTO = spazio percorso nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$

$$\boxed{\vec{s} \equiv \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \Delta\vec{r}}$$ variazione di posizione



Nel limite $\Delta t$ piccolo la corda individuata da $\vec{s}$ coincide con l'arco da $\vec{P}_1$ a $\vec{P}_2$ lungo la traiettoria

Dunque lo spostamento è un vettore tangente alla traiettoria in ogni punto ed in ogni istante

Il modulo di $\vec{s}$ è la distanza nello spazio tra i punti $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$ e, nel limite $\Delta t$ piccolo, rappresenta il percorso nell'intervallo $\Delta t$ lungo la traiettoria.

$s(t) = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

Il vettore spostamento può essere definito ad ogni tempo $t$ e la dipendenza funzionale di $\vec{s}$ dal tempo si dice

$\boxed{\text{legge oraria} : \vec{s} = \vec{s}(t)}$

$\vec{r} = \vec{r}(t)$

La legge oraria ~~con~~ ~~moto~~ descrive il moto

$\vec{s} = \vec{s}(t)$ può essere ~~...~~ scomposta nelle coord. cartesiane $\Longrightarrow \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

Per caratterizzare lo STATO DEL MOTO si introducono delle grandezze derivate

SINTETIZZANO LA NATURA DEL MOTO

VELOCITÀ MEDIA = $\frac{\text{spostamento}}{\text{intervallo di tempo}}$

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{P}_2(t_2) - \vec{P}_1(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

m) es. di prodotto per lo scalare

È una grandezza vettoriale

Nota: la velocità media su un circuito (traiettoria chiusa) è nulla poiché lo spostamento totale è nullo

La definizione non va confusa con la

VELOCITÀ SCALARE MEDIA = $\frac{\text{percorso}}{\text{intervallo di tempo}}$

(per percorso lungo la traiettoria si intende il modulo dello spostamento)

Es. velocità media di un auto in una competizione automobilistica.

UNITÀ DI MISURA : $[L t^{-1}]$

| | |
|---|---|
| M.K.S. (SI) | 1 m/s |
| cgs | 1 cm/s |
| Nella pratica | 1 km/h $\sim$ 30 cm/s |

velocità della luce $c \sim 30$ cm/ns

– VELOCITÀ [ISTANTANEA]

velocità all'istante t definita tramite un procedimento di limite (in matematica si dice "derivata") considerando uno spostamento infinitesimo in un intervallo di tempo infinitesimo

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{P}(t+\Delta t) - \vec{P}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

Simbolicamente si scrive $\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}}$

(la velocità è la "derivata" dello ~~temp~~ spostamento rispetto al tempo)

Si può pensare alla velocità istantanea (in breve "velocità") come alla velocità media in un tempo infinitesimo

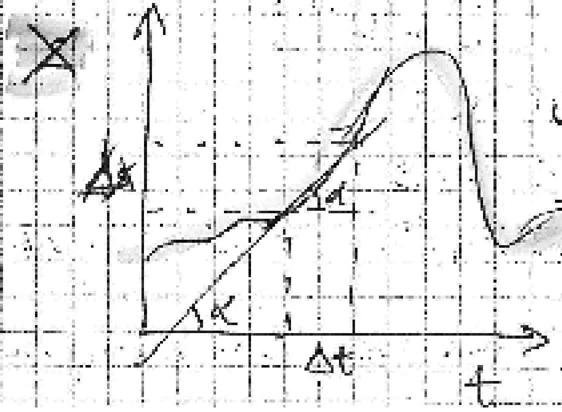
$\vec{v}$ è tangente alla traiettoria in ogni punto e istante ($\vec{v} \parallel \vec{s}$ per definizione)

→ SCOMPOSIZIONE IN COMP

→ CENNO ALLA RAPP. INTRINSECA

interpretazione geometrica del moto

della velocità → RIDUZIONE A UN ASSE




$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = tg\,\alpha$ (oppure retta per due punti)

= pendenza della curva che rappresenta lo spostamento in funzione del tempo

fai esempio che include $v_m = 0$