

Relazione Di Laboratorio di Misure Nucleari e Subnucleari

EFFETTO COMPTON

A.A. 2014-2015

Beschi Andrea, Gregori Marco, Valsecchi Giada

19 Giugno 2015

Indice

1	Scopi dell'esperienza e apparato strumentale	5
2	Strumentazione utilizzata	7
3	Ottimizzazione della strumentazione	8
3.1	Linearità dell'MCA	8
3.2	Risoluzione in funzione della tensione di polarizzazione	10
3.3	Linearità della catena di lettura elettronica	14
3.4	Risoluzione in funzione dello shaping time	15
3.5	Scelta della finestra di gate e dello shaping time	17
3.6	Stabilità del sistema	17
3.7	Efficienza	18
3.8	Calibrazione	21
3.9	Stima del pile-up	22
4	Ottimizzazione della Geometria dell'Apparato	23
4.1	Distanza dello scatteratore dal rivelatore spettroscopico	24
4.2	Considerazioni sulla scelta dello scatteratore	26
4.3	Distanze dello scatteratore e del rivelatore di gate dalla sorgente	26
4.4	Angolo di inclinazione dello scatteratore	27
5	Dati Sperimentali	30
5.1	Analisi del fondo	31
5.2	Legge Compton	31
5.3	Sezione d'urto di Klein-Nishina	33
6	Parità del Positronio	36
6.1	Materia d'indagine	36
6.2	Tecnica Sperimentale	37
6.2.1	La dipendenza della sezione d'urto di Compton dalla polarizzazione	38
6.2.2	Rapporto di asimmetria delle misure in coincidenza	39
6.3	Analisi dei dati	42
7	Conclusioni	43
8	APPENDICI	44
8.1	Schermature	44
8.2	Errori Sperimentali	46
	Bibliografia	48

Elenco delle figure

1.1	Schema dell'apparato sperimentale.	5
3.1	Spettro acquisito inviando onde quadre dal generatore d'onda direttamente nell'MCA	8
3.2	Fit rettilineo e parabolico dei dati relativi alla linearità di risposta dell'MCA. . .	9
3.3	Fit rettilineo dei dati acquisiti solamente per i primi mille canali.	10
3.4	Spettro acquisito durante l'ottimizzazione della tensione di polarizzazione del fotomoltiplicatore.	11
3.5	Curva che mostra l'andamento della risoluzione energetica percentuale in funzione della tensione di polarizzazione V del fotomoltiplicatore. È stato scelto il valore di 900 V per entrambi i rivelatori.	13
3.6	Grafici dell'andamento della posizione del picco dei fotoni di 511 KeV al variare di una delle due manopole del guadagno dell'amplificatore fissata l'altra al valore indicato.	15
3.7	Risoluzione percentuale in funzione dello <i>shaping time</i> per i due rivelatori. . . .	16
3.8	Immagine dell'oscilloscopio che mostra il segnale del rivelatore spettroscopico (azzurro) e quello di apertura del gate (giallo). Si nota come il massimo del segnale sia ben contenuto nell'onda quadra che apre il gate.	17
3.9	Deriva del centroide, della FWHM e della temperatura in funzione del tempo durante il periodo che va dal 19/12/2014 al 8/1/2015.	18
3.10	Acquisizioni a distanza d , tra rivelatori e sorgente, variabile. L'efficienza intrinseca ε_i è il coefficiente angolare dei fit lineari.	20
3.11	Grafico della calibrazione energetica del rivelatore spettroscopico.	21
4.1	Rappresentazione della configurazione geometrica (in riflessione).	23
4.2	Rappresentazione della configurazione geometrica semplificata: sorgente a distanza infinita, scatteratore puntiforme.	25
4.3	$\theta + \alpha$ e $\theta - \alpha$ rappresentano la dispersione angolare dovuta all'angolo solido sotteso allo scatteratore finito, di apertura 2α	27
4.4	θ^+ e θ^- rappresentano la dispersione angolare causata dall'estensione finita dei moduli dell'apparato.	28
4.5	Simulazione dell'andamento del limite superiore della dispersione angolare al variare dell'angolo di deflessione Compton θ e dell'angolo di inclinazione dello scatteratore φ	29
5.1	Spettro ottenuto per la misura a 30°	30
5.2	Spettro ottenuto dalla misura del fondo.	31
5.3	Energia del fotone scatterato in funzione dell'angolo di scattering	32
5.4	Sezione d'urto ricavata vs angolo di scattering	34
5.5	Rate vs angolo di scattering	35
6.1	Schema dell'apparato sperimentale in Configurazione A, $\Pi_{S1} \perp \Pi_{S2}$	39

6.2	Schema dell'apparato sperimentale in Configurazione B, $\Pi_{S1} \equiv \Pi_{S2}$	39
6.3	Grafico dell'andamento del valore atteso del rapporto di asimmetria ρ in funzione di θ	41
8.1	Coefficiente di attenuazione totale massico per il piombo in funzione dell'energia dei fotoni incidenti.	45
8.2	Schermature utilizzate per la misura della formula di Compton e della Klein-Nishina.	45
8.3	Schermature utilizzate per la misura della parità del positronio.	46

Abstract

Per verificare la relazione tra l'energia di un fotone scatterato tramite effetto Compton e il relativo angolo di scattering si è utilizzata una sorgente di ^{22}Na che decade β^+ ; dall'annichilazione del positrone si ottengono due fotoni di 511 KeV emessi *back-to-back*. Per la misura sono stati utilizzati due scintillatori con cristallo NaI da 2" e 3" in coincidenza, in modo da ridurre il fondo di coincidenze casuali impostando un taglio in energia, mentre come scatteratore si è utilizzato un bersaglio di Piombo. Ripetendo la misura a differenti angoli si ricavano l'energia del fotone dall'energia depositata nello scintillatore e la sezione d'urto dal numero di interazioni rivelate dallo scintillatore, permettendo di verificare le relazioni di Compton e Klein-Nishina. Nella seconda parte dell'esperimento si è verificato il valore della parità intrinseca del positronio grazie alla dipendenza della sezione d'urto Klein-Nishina dalla polarizzazione dei fotoni incidenti e uscenti.

Capitolo 1

Scopi dell'esperienza e apparato strumentale

Lo scopo dell'esperienza è la verifica della relazione che descrive l'energia di un fotone Compton in funzione dell'angolo di scattering, oltre che della sezione d'urto di Klein-Nishina. Inoltre, sfruttando la dipendenza di tale sezione d'urto dalla polarizzazione dei due fotoni, si è verificata la parità intrinseca del positronio. L'apparato sperimentale utilizzato è rappresentato dalla Figura 1.1:

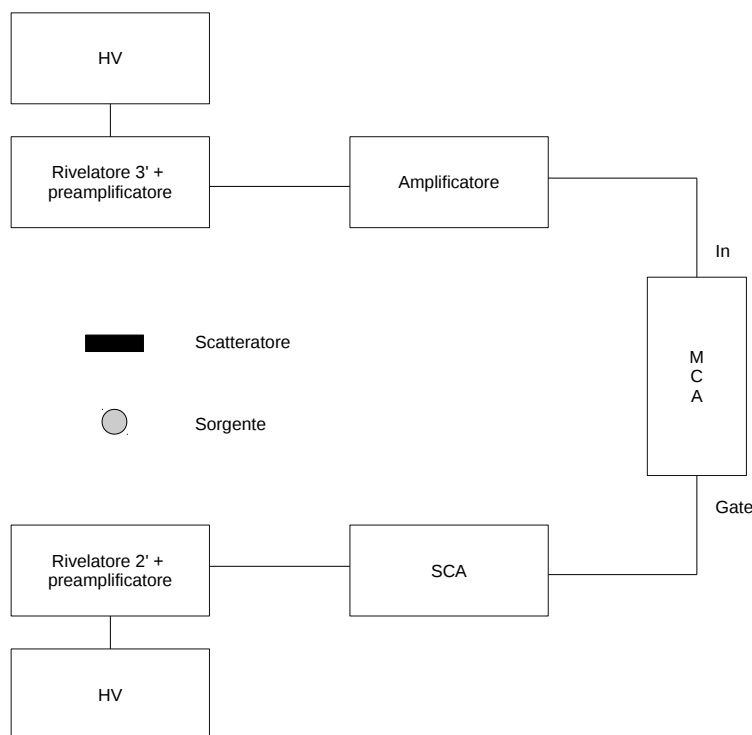


Figura 1.1: Schema dell'apparato sperimentale.

La sorgente utilizzata è ^{22}Na che decade β^+ ; dall'annichilazione del positrone si ottengono due fotoni di 511 KeV emessi back-to-back che permettono un'acquisizione in coincidenza per ridurre il fondo. I due rivelatori sono scintillatori con cristallo NaI. Il rivelatore da 3" funge da rivelatore spettroscopico e misura l'energia del fotone scatterato a differenti angoli. Il segnale

raccolto dallo spettroscopico viene inviato ad un amplificatore e quindi ad una MCA per l'acquisizione. Il rivelatore da 2" viene utilizzato come gate: il segnale raccolto è inviato ad una SCA che permette di selezionare solo impulsi di energia di 511 KeV quindi al gate dell'MCA in modo che il segnale dello spettroscopico sia acquisito solo in presenza del segnale di gate.

Capitolo 2

Strumentazione utilizzata

Per la misura è stata utilizzata la seguente strumentazione:

- Crate Silena Bin/Power Supply Mod. 7000,
- Alimentatore HV CAEN Mod. N1470A a due canali,
- Amplificatore Ortec Mod. 570,
- Amplificatore Silena Mod. 7616 con unità di SCA,
- Multichannel Buffer Card TRUMP-PCI-2K di PerkinElmer Instruments,
- Fotomoltiplicatori ORTEC Mod. 276,
- Scintillatore Teleyde Brown Engineering a NaI da 3",
- Scintillatore Teleyde Brown Engineering a NaI da 2",

oltre ai seguenti software:

- Maestro-32 per l'acquisizione dei dati,
- Root per l'analisi dei dati,
- Geogebra per le simulazioni di geometria.

Capitolo 3

Ottimizzazione della strumentazione

Per poter procedere alla misura si è inizialmente caratterizzata tutta la strumentazione in modo da verificare il suo corretto funzionamento.

3.1 Linearità dell'MCA

Per verificare che l'MCA avesse una risposta lineare con l'ampiezza del segnale entrante si è utilizzato un generatore di forme d'onda impostato per generare quadre di ampiezza fissata. L'ampiezza delle onde è stata misurata inviando le onde ad un oscilloscopio. Una volta misurata l'ampiezza, si sono inviate le onde direttamente nell'MCA, acquisendo lo spettro in Figura (3.1).

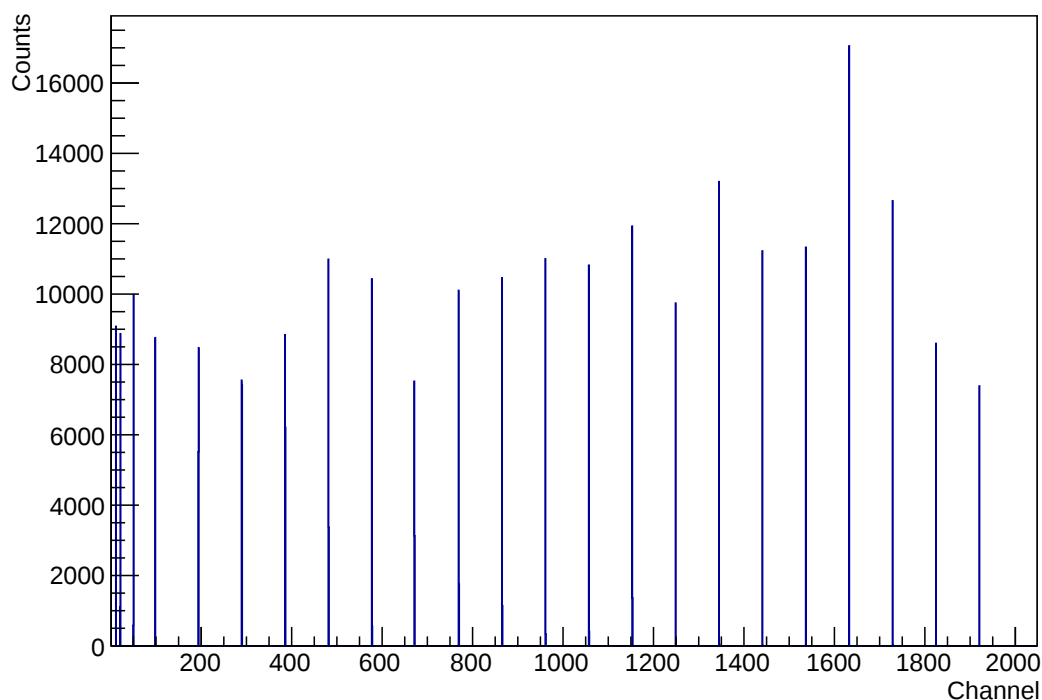


Figura 3.1: Spettro acquisito inviando onde quadre dal generatore d'onda direttamente nell'MCA

Si nota che tutti i picchi occupano un singolo canale, quindi le onde inviate sono effettivamente monocromatiche. I picchi che cadono in due canali hanno un egual numero di conteggi in entrambi i canali, ad indicare che un'onda monocromatica è stata digitalizzata in due bin

adiacenti dell'istogramma in quanto il valore di tensione cade sulla soglia dei due bin. Si sono poi rappresentati in un grafico i valori dei canali dei picchi in funzione dell'ampiezza delle onde entranti. Si è provato un fit con una retta e con una parabola ottenendo i grafici in Figura 3.2.

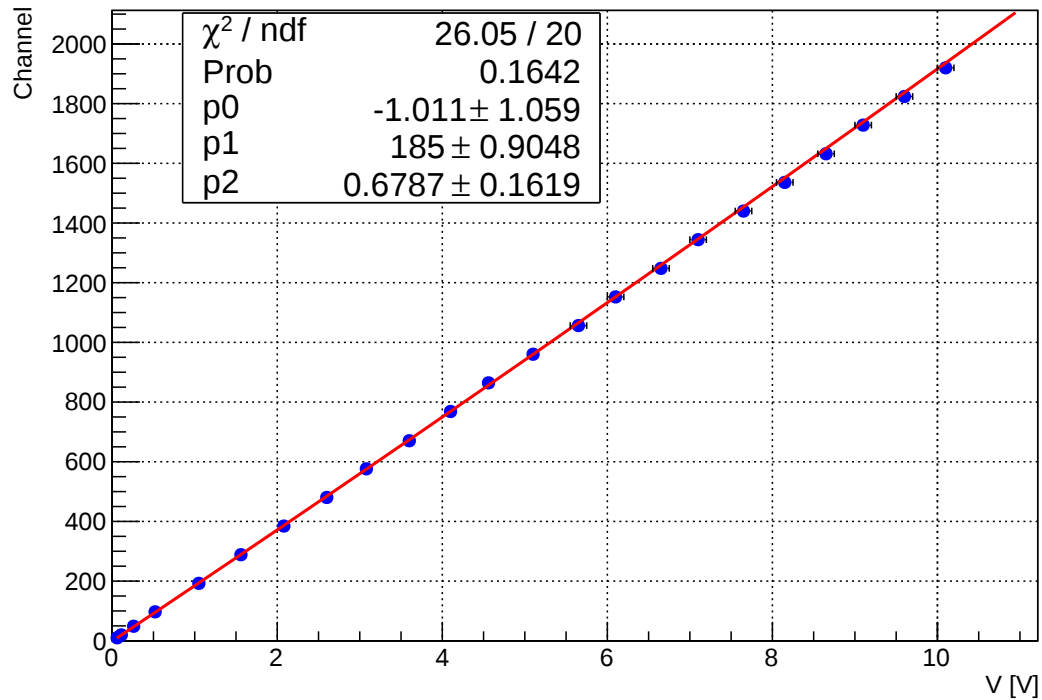
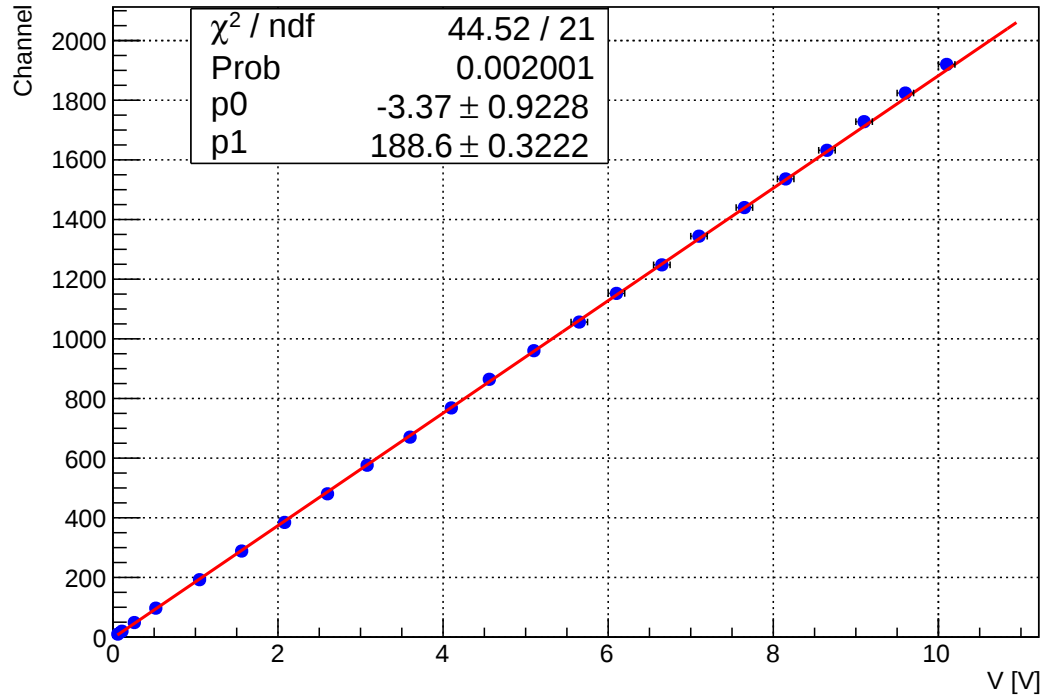


Figura 3.2: Fit rettilineo e parabolico dei dati relativi alla linearità di risposta dell'MCA.

Si osserva che il χ^2 per la retta è circa 2 mentre per la parabola è molto vicino all'unità. Pertanto l'MCA non garantisce un'acquisizione lineare. Tuttavia, se ci limitiamo a considerare i primi 1000 canali la risposta è lineare, come conferma il fit riportato in Figura 3.3.

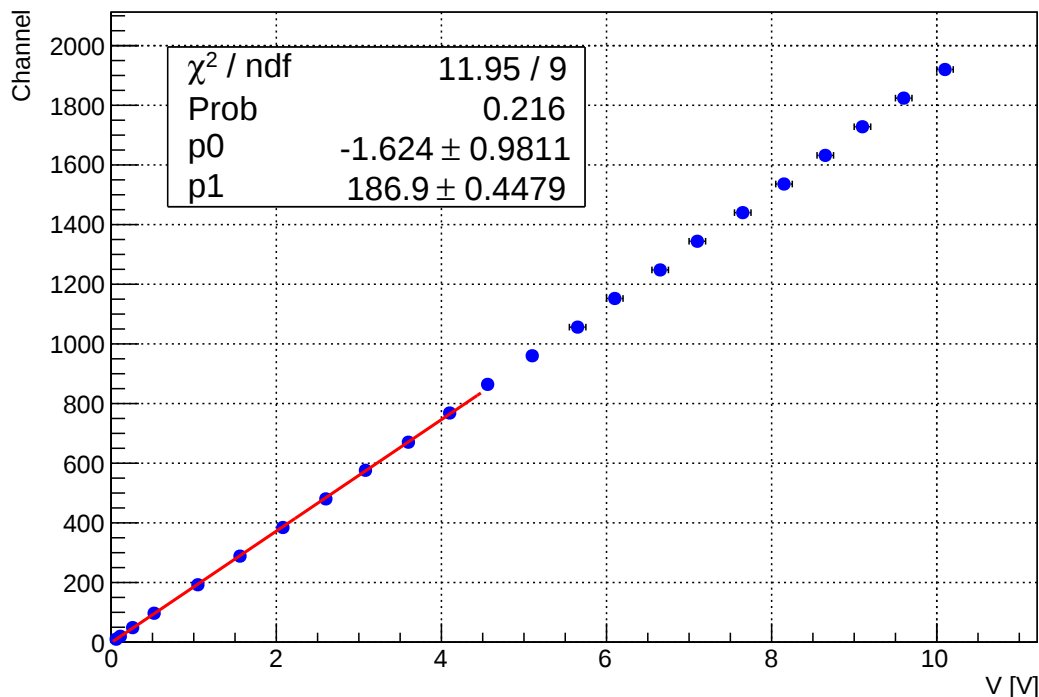


Figura 3.3: Fit rettilineo dei dati acquisiti solamente per i primi mille canali.

L'esperimento consisterà nel misurare energie al più di 511 KeV con scintillatori. Per questo, si ritiene che mille canali siano sufficienti per garantire una buona risoluzione e una chiara distinzione delle strutture dello spettro e, di conseguenza, si è scelto di lavorare solamente nella regione in cui l'MCA è lineare.

3.2 Risoluzione in funzione della tensione di polarizzazione

Si è studiato l'andamento della risoluzione energetica percentuale in funzione della tensione HV applicata al fotomoltiplicatore, con l'obiettivo di scegliere il valore della tensione che corrispondesse alla miglior risoluzione possibile.

Per ogni tensione di polarizzazione, impostata tramite il modulo dell'alta tensione, si è acquisito uno spettro in energia. Il guadagno dell'amplificatore lineare è stato scelto in modo tale che per ogni tensione impostata il picco dei fotoni di 511 KeV si trovasse in una regione di canali con una buona linearità dell'MCA, quindi non oltre il canale 950; la risoluzione percentuale, infatti, non dipende dal guadagno dell'amplificatore. Per ottenere questa condizione in corrispondenza di tensioni superiori a 800 V, si è spostato un *jumper* nel circuito dell'amplificatore lineare che aggiungesse un fattore $\frac{1}{10}$ nel guadagno della catena elettronica. Per alcune tensioni si sono acquisiti spettri con il *jumper* in entrambe le configurazioni, per controllare che la modifica del circuito non avesse introdotto una sistematica rilevante nel calcolo della risoluzione.

Un esempio di spettro acquisito è mostrato in Figura 3.4. Per ogni spettro si è fittato il picco dei fotoni di 511 KeV con una funzione gaussiana e si è ricavata la risoluzione energetica percentuale con

$$R = \frac{\text{FMHM}}{E} = \frac{2.35\sigma}{E}, \quad (3.1)$$

dove σ ed E sono, rispettivamente, i parametri di deviazione standard e media, ricavati dal fit gaussiano. L'errore sulle tensioni è stato assunto costante ed uguale a 1 V.

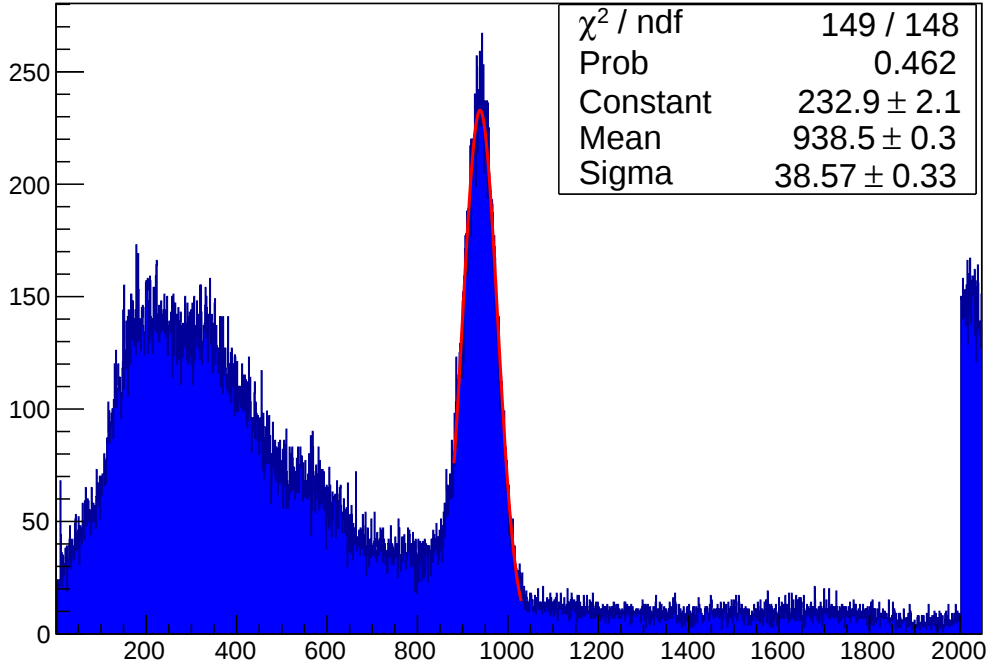


Figura 3.4: Spettro acquisito durante l'ottimizzazione della tensione di polarizzazione del fotomoltiplicatore.

Al variare della tensione V ci si aspetta che la risoluzione energetica abbia un valore ottimale in quanto:

- Si suppone che il contributo dominante nella risoluzione energetica sia la fluttuazione del numero di elettroni secondari estratti dal fotomoltiplicatore. Tale fluttuazione, in quanto poissoniana, è pari a $\sqrt{N}$, essendo N il numero di elettroni secondari che raggiungono l'anodo producendo un segnale di corrente $i(t)$ nel circuito di lettura. N è proporzionale, a parità del numero di fotoelettroni estratti dal fotocatodo, al guadagno del fotomoltiplicatore G . Se si suppone che la moltiplicazione degli elettroni avvenga in M stadi discreti, ciascuno con guadagno δ , si ha che

$$G \sim \delta^M. \quad (3.2)$$

Il guadagno δ di ciascun dinodo aumenta con l'aumentare della tensione V tra due dinodi successivi, in quanto all'aumentare di V un elettrone primario acquista una energia cinetica sempre maggiore e quindi cede più energia all'elettrone del dinodo che porta nella banda di conduzione; l'elettrone secondario ha quindi più possibilità di arrivare sulla superficie del dinodo con una energia superiore a quella di estrazione dal dinodo stesso. Si può quindi ipotizzare che $\delta \sim V^\beta$ con $\beta > 1$. Si ha quindi che

$$G \sim \delta^M \sim V^\alpha, \quad (3.3)$$

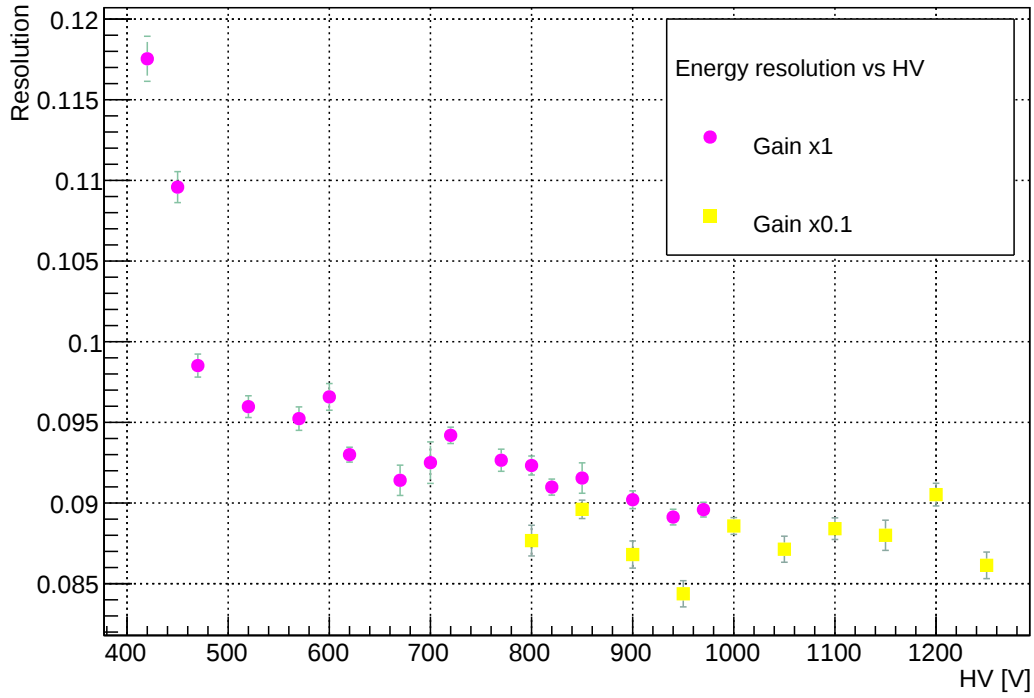
con $\alpha = \beta M$. Ci si aspetta quindi che, aumentando G e quindi N , la risoluzione migliori.

- Per valori di tensione oltre una certa soglia, il guadagno δ non è più proporzionale a V^β , in quanto l'energia cinetica acquistata dagli elettroni primari è così elevata che gli elettroni

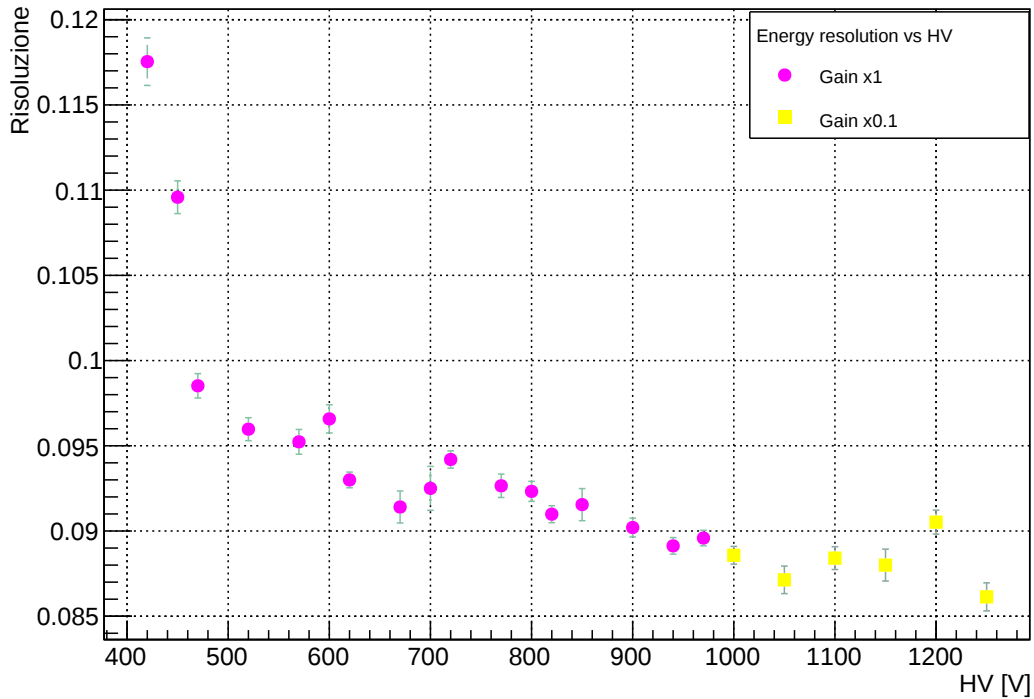
secondari sono creati sempre più in profondità nel dinodo, e quindi diminuisce la loro probabilità di raggiungere la superficie del dinodo con un'energia maggiore dell'energia di estrazione. Ci si aspetta, quindi, che la risoluzione peggiori con l'aumentare di V dopo una certa tensione di soglia.

La curva sperimentale ottenuta è mostrata in Figura 3.5 e conferma le osservazioni precedenti, anche se non mostra un peggioramento marcato della risoluzione ad alte tensioni. Si è stimato un valore $V_{best} = 900$ V per il rivelatore da 3" e un valore $V_{best} = 900$ V per il rivelatore da 2". Il generatore dell'alta tensione è stato impostato con tali valori di tensione che non sono più stati modificati.

In seguito, è stato eseguito uno studio della deriva di guadagno della catena di lettura dovuto alle oscillazioni della effettiva tensione applicata al fotomoltiplicatore dal generatore. Tale studio è mostrato nella Sezione 3.6.



(a) Rivelatore spettroscopico



(b) Rivelatore di gate

Figura 3.5: Curva che mostra l'andamento della risoluzione energetica percentuale in funzione della tensione di polarizzazione V del fotomoltiplicatore. È stato scelto il valore di 900 V per entrambi i rivelatori.

3.3 Linearità della catena di lettura elettronica

Si è verificata la linearità di risposta della catena elettronica costruendo i grafici in Figura 3.6, che illustrano l'andamento della posizione del picco dei fotoni di 511 KeV al variare del guadagno dell'amplificatore lineare.

L'analisi è stata svolta sia per l'amplificatore collegato al rivelatore spettroscopico che per quello collegato al gate, in modo indipendente.

- L'amplificatore dello spettroscopico permette di variare il guadagno utilizzando due manopole: il *coarse*, con moltiplicazioni 20, 50, 100 e 200, e il *fine*, che permette di cambiare il guadagno impostato dal *coarse* da 0.5 a 1.5, con variazioni di 0.01.
- L'amplificatore del rivelatore di gate ha un meccanismo identico, che permette di variare il guadagno in modo continuo dal 12 a 1280. I valori della manopola del *coarse* sono di 4, 8, 16, 32, 64 e 128; quelle del *fine* vanno da x3 a x10.

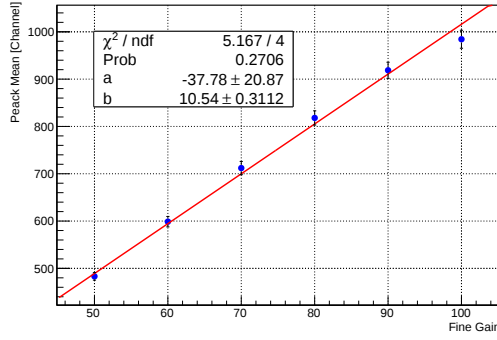
Il guadagno è stato modificato variando in modo indipendente la manopola *coarse* e la manopola *fine* di ognuno dei due amplificatori. Nei grafici della Figura 3.6 si illustrano i test svolti, in corrispondenza di differenti parametri fissati:

- (a) Il grafico mostra l'andamento della posizione dei picchi fotonici di 511 KeV, rivelati dal rivelatore accettore, al variare dei valori del *fine* e *coarse* fissato a 100.
- (b) Il grafico mostra un andamento identico al precedente, in corrispondenza del *coarse* fissato a 50.
- (c) Il grafico rappresenta l'andamento precedente, ma al variare dei valori del *coarse* e *fine* fissato a 100.
- (d) Il grafico illustra l'andamento della posizione dei picchi fotonici di 511 KeV, rivelati dal rivelatore di gate, al variare dei valori del *fine* e *coarse* fissato a 4.

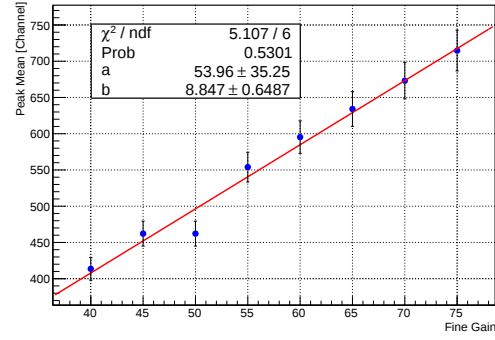
Si noti che non è stato possibile analizzare tutte le posizioni delle manopole poiché l'MCA presenta un limite di 10 V per gli impulsi in ingresso. Per quanto riguarda il rivelatore di gate, in aggiunta, è stato impossibile testare la linearità della manopola del *coarse* poiché, già in corrispondenza del secondo valore, la posizione del picco andava a cadere al di fuori della regione di linearità dell'MCA, da noi selezionata nella Sezione 3.1.

Ciò nonostante, dalla Figura 3.6 emerge chiaramente che, nei range di valori di guadagno accettabili per quanto detto sopra, i fit confermano la linearità della risposta della catena elettronica. Questo risultato, considerato lo studio sulla linearità di risposta dell'MCA, conferma l'affidabilità della catena elettronica utilizzata a regime nei primi 1000 canali dell'MCA.

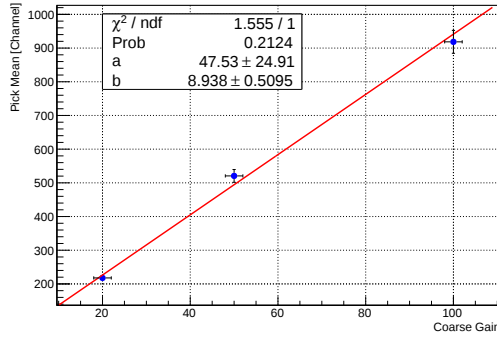
Si è studiato a parte l'effetto della deriva temporale sulla risposta della catena di lettura nel suo insieme. Si nota che non è stato possibile studiare la linearità dell'amplificatore escludendo il rivelatore dalla catena, poiché non si è trovato un metodo per generare impulsi con un generatore di funzioni accettabili direttamente dall'amplificatore; lo studio di questa sezione si riferisce quindi al ruolo della linearità dell'amplificatore nel complesso del sistema rivelatore-preamplificatore-amplificatore-MCA.



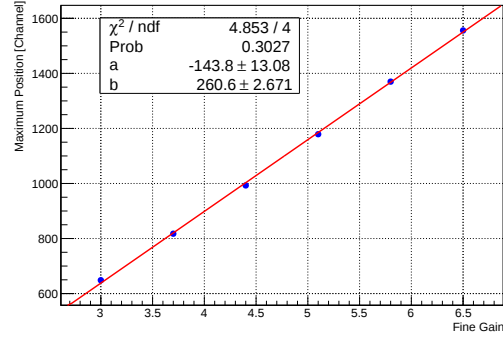
(a) Rivelatore Spettroscopico, *coarse* 100.



(b) Rivelatore Spettroscopico, *coarse* 50.



(c) Rivelatore Spettroscopico, *fine* 1

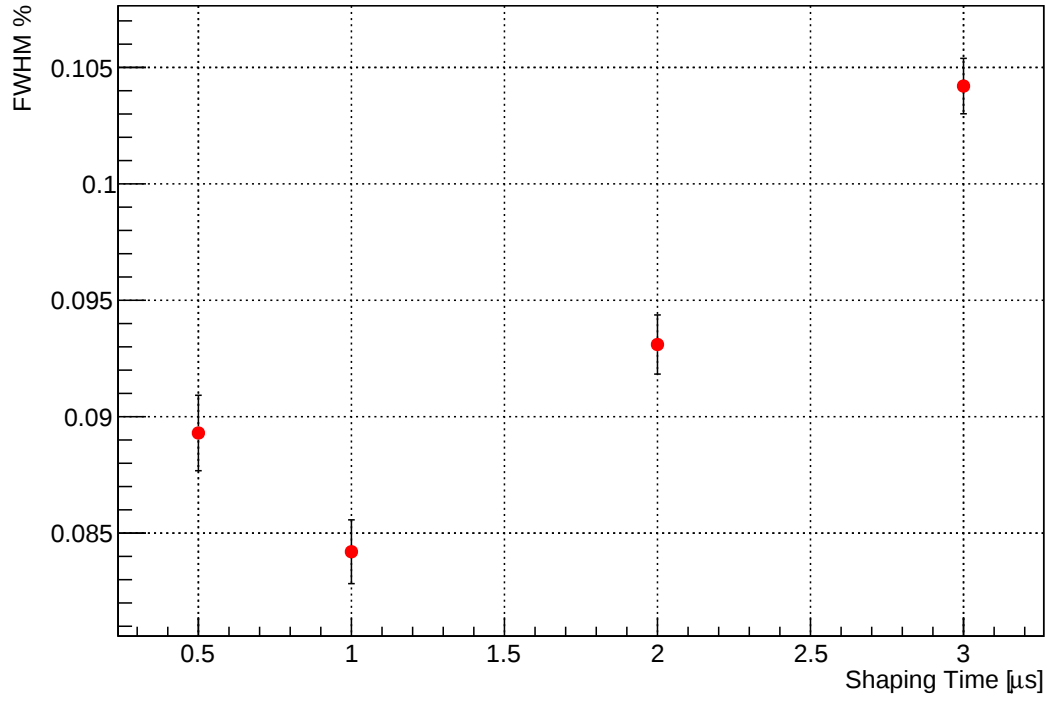


(d) Rivelatore di Gate, *coarse* 4.

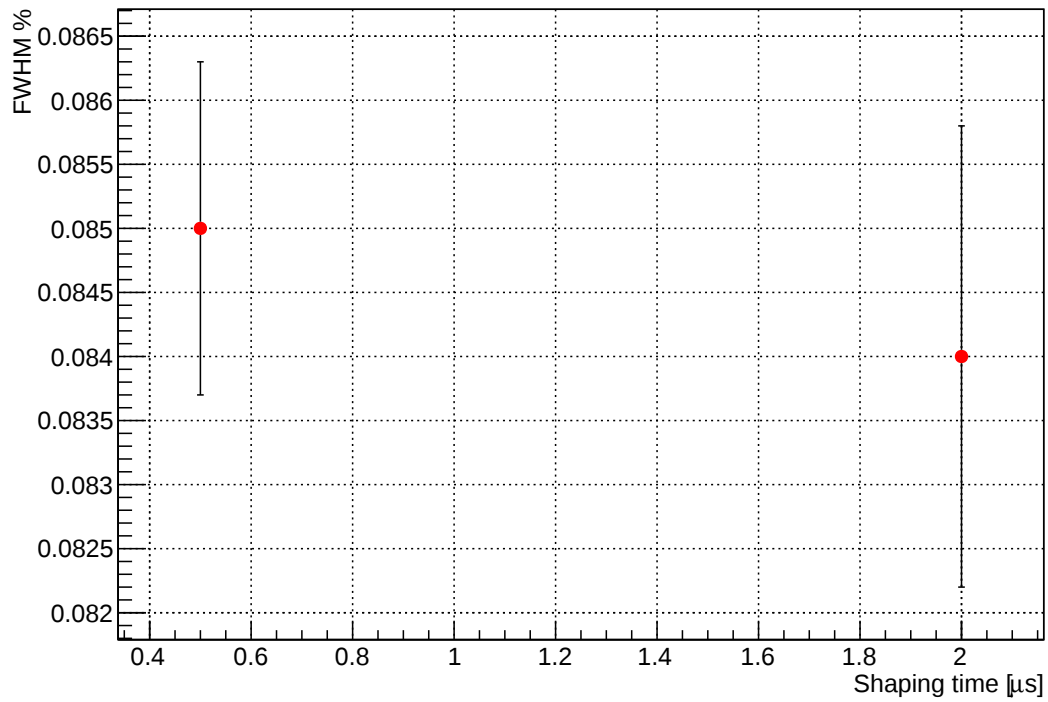
Figura 3.6: Grafici dell'andamento della posizione del picco dei fotoni di 511 KeV al variare di una delle due manopole del guadagno dell'amplificatore fissata l'altra al valore indicato.

3.4 Risoluzione in funzione dello shaping time

L'amplificatore ORTEC, a cui è collegato il rivelatore spettroscopico, permette una scelta di sei possibili valori per lo *shaping time* (0.5, 1, 2, 3, 6 e 10 μs) mentre il TiSCA, collegato al rivelatore di gate, permette di scegliere solo tra 0.5 μs e 2 μs . Per ogni differente shaping time è stata valutata la risoluzione del rivelatore, in modo da ottimizzare la risoluzione energetica dell'apparato. Si è acquisito lo spettro con il rivelatore, quindi si è fittato il picco di 511 KeV con una gaussiana; tale procedura è stata ripetuta per entrambi i rivelatori. La risoluzione si è calcolata come in Equazione 3.1.



(a) Rivelatore spettroscopico



(b) Rivelatore di gate

Figura 3.7: Risoluzione percentuale in funzione dello *shaping time* per i due rivelatori.

Come si vede dai grafici, lo shaping time che ottimizza la risoluzione è di 1 μs per il rivelatore spettroscopico mentre per il rivelatore di gate non c'è differenza tra i due shaping time possibili.

3.5 Scelta della finestra di gate e dello shaping time

Per poter garantire una corretta misura è necessario impostare la finestra dello SCA e verificare che il sistema sia effettivamente in coincidenza. La finestra è stata scelta osservando uno spettro in autocoincidenza del rivelatore di gate, ovvero utilizzando lo stesso segnale sia come gate che come *in* dell'MCA in modo da selezionare solo il fotopicco dei fotoni da 511 KeV.

Si sono quindi posti i due rivelatori uno di fronte all'altro con la sorgente in mezzo acquisendo in coincidenza. Sono stati inviati ad un oscilloscopio il segnale dello spettroscopico e la finestra di gate, come mostrato in Figura 3.8.

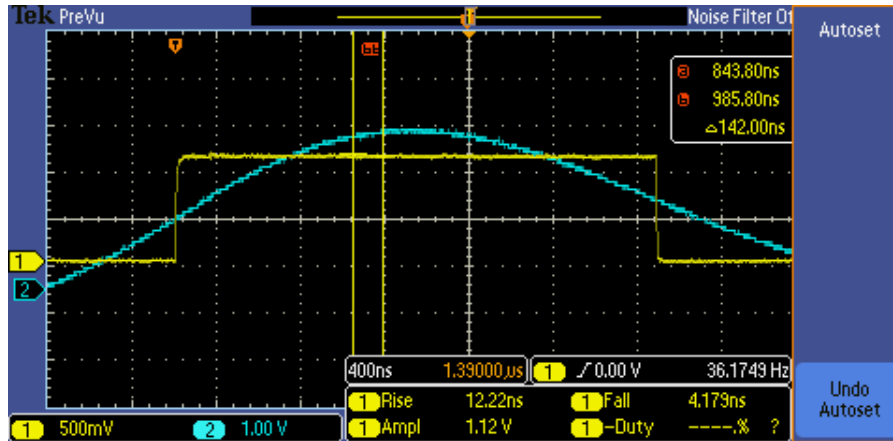


Figura 3.8: Immagine dell'oscilloscopio che mostra il segnale del rivelatore spettroscopico (azzurro) e quello di apertura del gate (giallo). Si nota come il massimo del segnale sia ben contenuto nell'onda quadra che apre il gate.

Per le caratteristiche dell'MCA il massimo dell'impulso del segnale deve cadere $0.5 \mu\text{s}$ dopo l'inizio del segnale di gate e deve trovarsi $0.5 \mu\text{s}$ prima della fine del segnale di gate. Per garantire la prima richiesta si è scelto uno *shaping time* di $1 \mu\text{s}$ per il segnale dello spettroscopico, che garantisce anche la miglior risoluzione temporale. La larghezza del gate è stata regolata impostando un *trimmer* del circuito dell'amplificatore del rivelatore di gate, in modo che si chiudesse passati $0.5 \mu\text{s}$ dal massimo del segnale. Lo shaping time del rivelatore di gate è stato impostato $0.5 \mu\text{s}$ dato che non vi sono differenze nella risoluzione energetica tra i differenti shaping time e scegliendo quello minore il segnale supera prima la soglia per attivare il gate.

3.6 Stabilità del sistema

Durante il periodo della pausa natalizia si è studiato il comportamento della catena di lettura dell'apparato, per evidenziare possibili derive nel guadagno della catena e quindi uno spostamento del canale del picco dei fotoni di 511 KeV. Tale spostamento, se non controllato, sarebbe una fonte di errore sistematico non considerata e potrebbe falsare i risultati dell'esperimento.

Si sono acquisiti degli spettri energetici del rivelatore spettroscopico ogni due ore per 15 minuti durante il periodo dal 19/12/2014 al 8/1/2015. Nello stesso periodo è stata misurata la temperatura nel laboratorio ogni ora. Per ogni spettro energetico acquisito si sono calcolati con un fit gaussiano il valore del centroide del picco dei fotoni di 511 KeV e la rispettiva FWHM.

Il grafico Figura 3.9 illustra simultaneamente l'andamento del centroide (blu), della FWHM (verde) e della temperatura (rosso) in funzione del tempo. Esso mostra una deriva importante nei primi due giorni di acquisizione, una deriva alternata fino al 24/12/2014, una fase di sostanziale stabilità fino al 5/1/2015 e una nuova fase di deriva alternata fino al 8/1/2015.

L'interpretazione che si è data del fenomeno è la seguente: la prima fase di deriva importante è dovuta ai transienti dell'elettronica e non è influenzata dalla temperatura; le fasi di deriva alternata sono dovute alla diversa sensibilità del cristallo scintillante alla temperatura, che infatti oscilla in tali periodi a causa dell'accensione e dello spegnimento del riscaldamento nel laboratorio; la fase di stabilità si ha infatti nel periodo in cui il riscaldamento rimane spento e l'elettronica si è già stabilizzata.

Come risultato dello studio, si è considerato il sistema stabile durante la fase della presa dati. Infatti, trascurata la deriva iniziale di pochi giorni dovuta all'elettronica, non si sono previste derive significative poichè le misure sono state prese a partire da metà marzo e in tale periodo non ci si aspettano delle variazioni di temperatura rilevanti come quelle dovute all'accensione e allo spegnimento del riscaldamento durante il periodo invernale.

In verifica di queste previsioni, durante la presa dati sono stati mandati degli impulsi dal generatore di funzioni al preamplificatore attraverso la porta *Test* del fotomoltiplicatore. Gli impulsi utilizzati sono delle onde quadre il cui transiente iniziale è letto in ingresso dal preamplificatore. Ne consegue che in tutti gli spettri acquisiti è presente un picco di controllo della deriva che è stato impostato al canale 1561, per non disturbare la regione di canali di interesse per la misura. La stabilità del centroide di questo picco assicura una buona stabilità di guadagno del sistema.

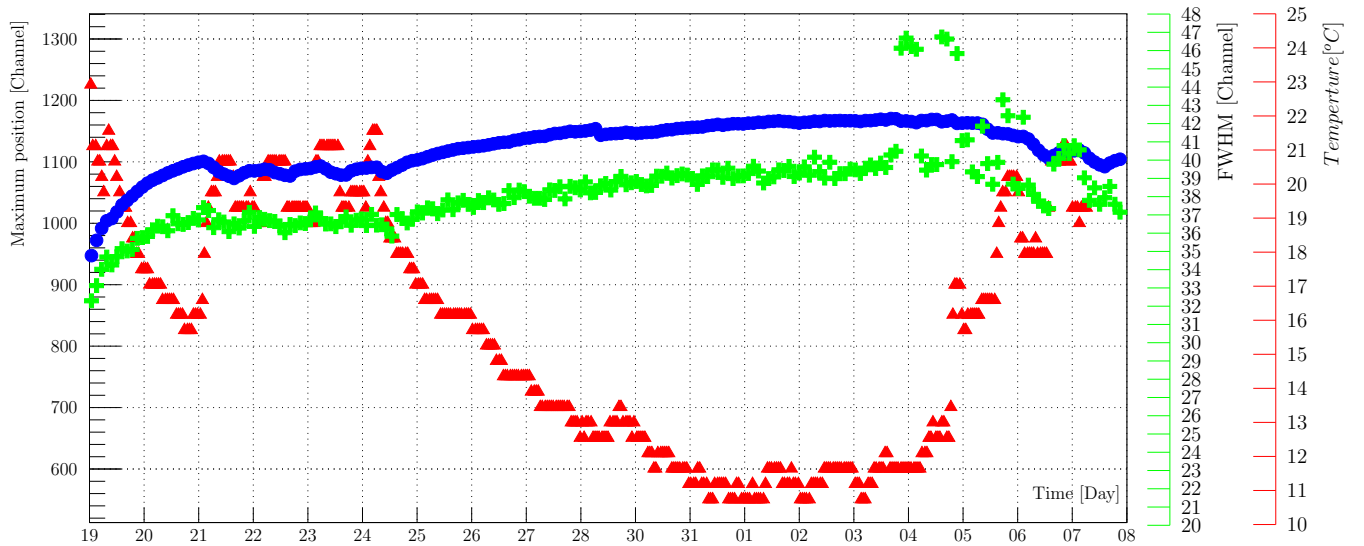


Figura 3.9: Deriva del centroide, della FWHM e della temperatura in funzione del tempo durante il periodo che va dal 19/12/2014 al 8/1/2015.

3.7 Efficienza

L'efficienza assoluta del rivelatore è definita come

$$\varepsilon = \frac{N}{2A Br \Delta t}, \quad (3.4)$$

dove N è il numero di conteggi registrati e $2A Br \Delta t$ è uguale al numero di quanti emessi, con A attività della sorgente, Br *branching ratio* del decadimento studiato; il fattore 2 tiene conto del fatto che per ogni positrone sono emessi due fotoni. Per svincolarsi dalla dipendenza geometrica, quindi dall'angolo solido Ω sotteso al rivelatore, si definisce l'efficienza intrinseca del rivelatore con

$$\varepsilon_{int} = \frac{N}{2ABr\Delta t} \frac{4\pi}{\Omega}. \quad (3.5)$$

Se si considera la sorgente come puntiforme e il rivelatore come un cilindro coassiale alla sorgente si ha che

$$\Omega = \int_A \frac{\cos\alpha}{d^2} ds = 2\pi \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right), \quad (3.6)$$

dove α è l'angolo tra l'elemento infinitesimo ds della superficie A del rivelatore e la sorgente, d è la distanza tra la sorgente e il rivelatore, a il raggio di quest'ultimo. Si può quindi scrivere l'efficienza intrinseca come

$$\varepsilon_{int} = \frac{N}{A Br \Delta t} \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right)^{-1}, \quad (3.7)$$

da cui si ricava

$$\frac{N}{\Delta t} = \varepsilon_{int} A Br \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right). \quad (3.8)$$

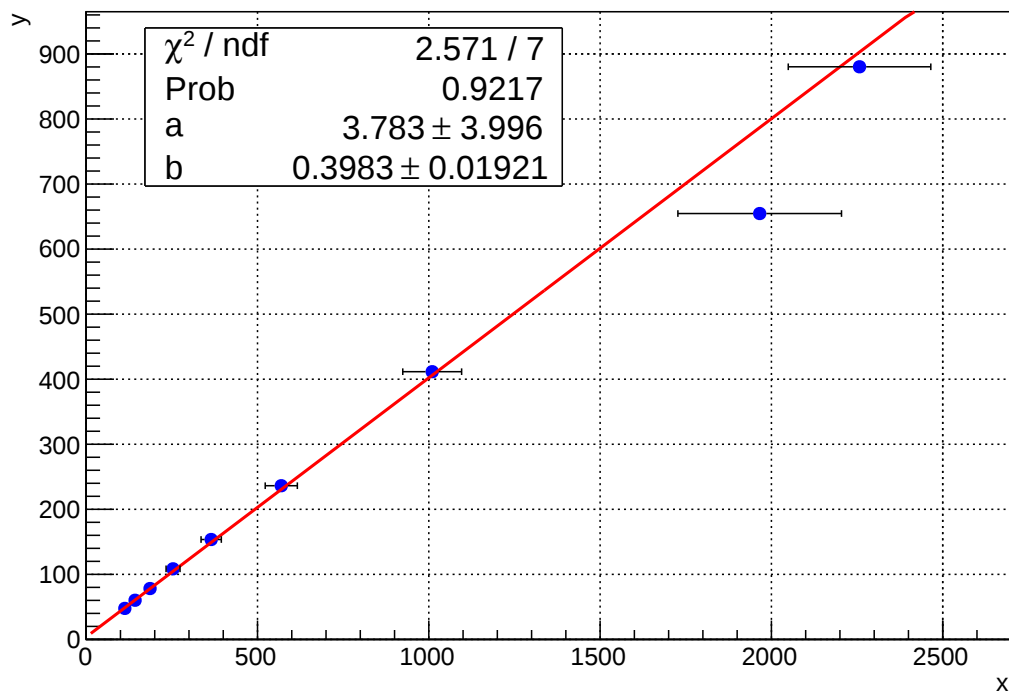
Con i due rivelatori, separatamente, si sono acquisiti spettri a differenti distanze d e si sono ottenuti i grafici in Figura 3.10, che presentano in ascissa

$$x = ABr \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right) \quad (3.9)$$

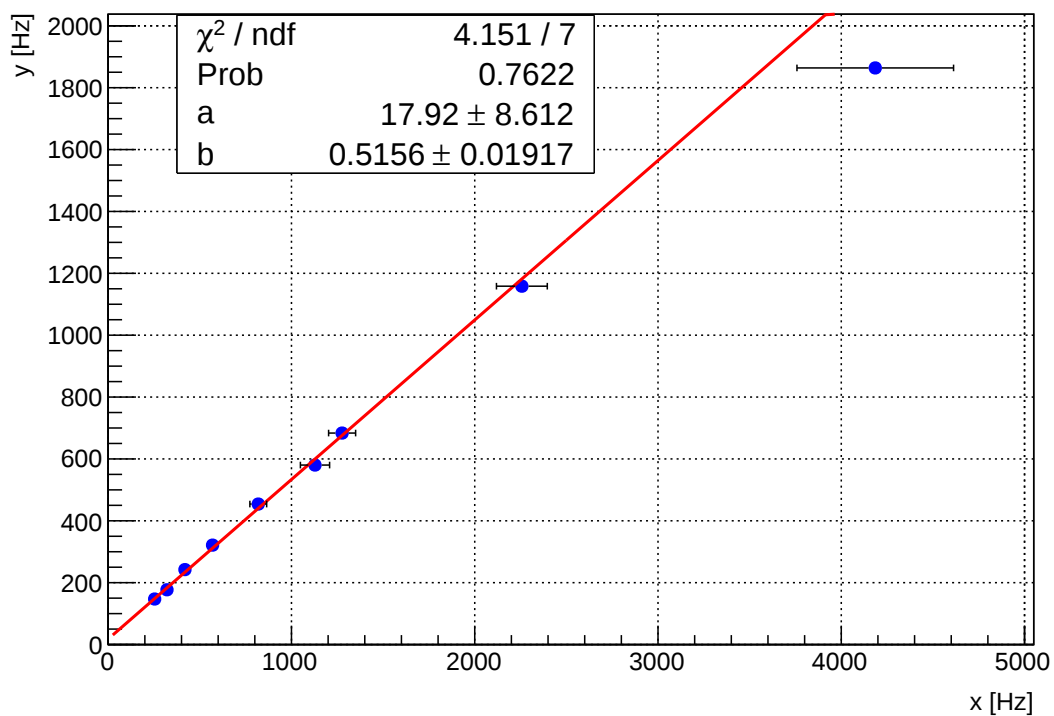
e in ordinata

$$y = \frac{N}{\Delta t}. \quad (3.10)$$

L'efficienza intrinseca si ricava come coefficiente angolare delle rette di fit.



(a) Rivelatore di gate



(b) Rivelatore spettroscopico

Figura 3.10: Acquisizioni a distanza d , tra rivelatori e sorgente, variabile. L'efficienza intrinseca ε_i è il coefficiente angolare dei fit lineari.

Si ricavano per i due rivelatori da 2'' e 3'' le efficienze del 39% e del 51% rispettivamente.

3.8 Calibrazione

Si è eseguita una calibrazione in energia del rivelatore spettroscopico, al fine di ricavare una relazione tra i canali degli spettri acquisiti e la rispettiva energia in KeV.

Si sono perciò acquisiti degli spettri di alcuni decadimenti γ di energia nota, utilizzando varie sorgenti. Si è eseguito un fit lineare tra il valore tabulato dell'energia dei decadimenti e il centroide del picco dello spettro corrispondente.

In Tabella 3.8 sono elencati i decadimenti noti utilizzati. In Figura 3.11 è mostrato il fit lineare. I parametri a e b ricavati permettono di ricavare un valore di energia, noto un valore in canali dello spettro dell'MCA. Il χ^2 ridotto conferma la linearità delle relazione di calibrazione. Nel fit si sono considerati gli errori di 1 KeV e 1 canale per tutti i punti, eccetto l'errore sul valore di energia dei raggi X emessi dal piombo, poiché il valore 78 KeV è il risultato di una media delle possibili energie degli X di diseccitazione atomica.

Sorgente	Energia decadimento [KeV]	BR [%]
²⁴⁹ Am	59.5	35.8
Pb (X)	78 (media)	-
⁵⁷ Co	122.1	85.5
²²⁸ Th	238.6	43.6
²²⁸ Th	583.2	30.5

Tabella 3.1: Sorgenti ed energie utilizzate per la calibrazione del rivelatore spettroscopico.

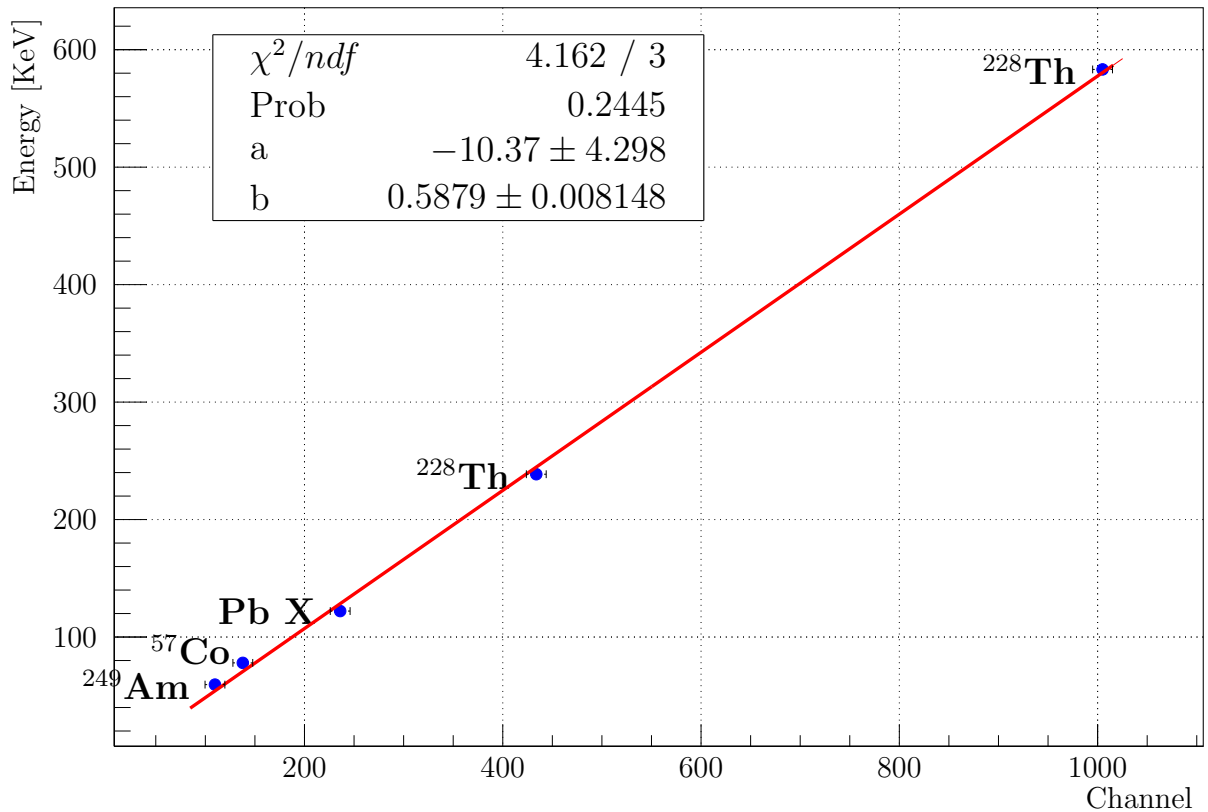


Figura 3.11: Grafico della calibrazione energetica del rivelatore spettroscopico.

3.9 Stima del pile-up

Si è infine proceduto a stimare gli effetti dei fenomeni di pile-up sulla misura. Per un'analisi quantitativa si sarebbe voluto inviare un impulso di test nel preamplificatore del rivelatore spettroscopico durante l'acquisizione in coincidenza e acquisire gli impulsi con la catena elettronica. Gli impulsi di test monocromatici si andranno a disporre in un picco di cui si può stimare l'area. Se un impulso è stato soggetto a pile-up sarà rimosso dal picco, pertanto noto il numero di impulsi inviati e l'area del picco è possibile stimare la frazione di impulsi soggetti a pile-up.

Tuttavia l'impossibilità di stimare il numero di impulsi di test effettivamente in ingresso nell'MCA durante la misura in coincidenza ha impedito di applicare tale procedura. Si nota però che ponendo i rivelatori in acquisizione in coincidenza a 180 gradi alla distanza scelta per la misura non compare nessun picco 1022 KeV, pertanto la probabilità che il sistema sia soggetto a pile-up sulla salita di due impulsi è bassa e può essere trascurata.

Capitolo 4

Ottimizzazione della Geometria dell'Apparato

Dopo aver eseguito la calibrazione dei singoli moduli, si è intrapreso l'assemblaggio dell'apparato sperimentale secondo considerazioni sulla geometria della configurazione, al fine di ottenere i migliori risultati possibili e di minimizzare gli errori sperimentali.

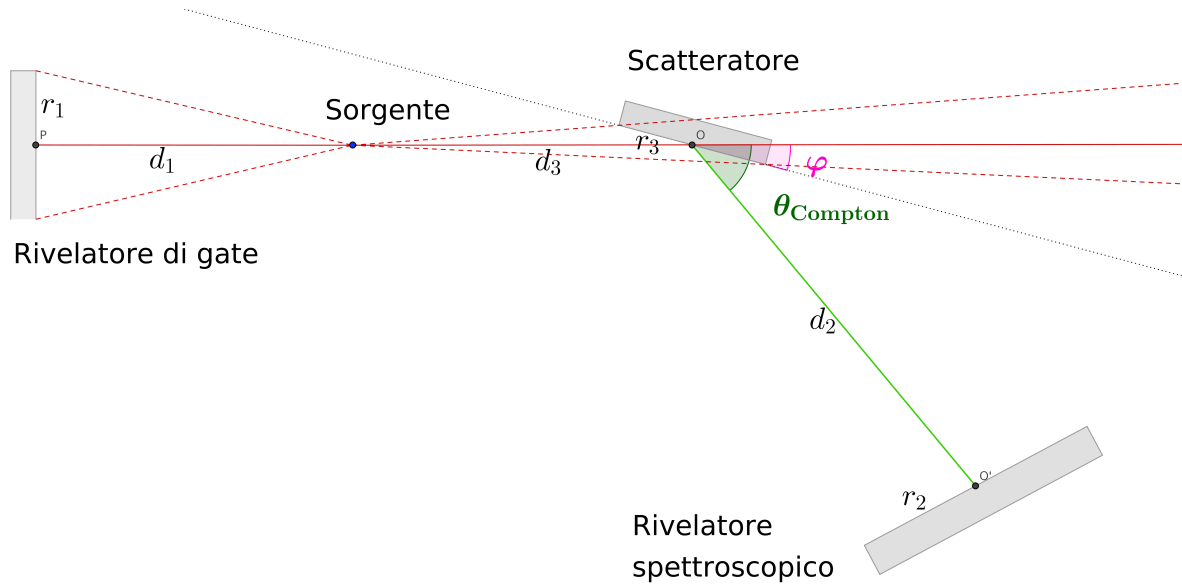


Figura 4.1: Rappresentazione della configurazione geometrica (in riflessione).

La configurazione geometrica dell'apparato sperimentale è rappresentata in Figura 4.1: si interpone tra la sorgente e il rivelatore accettore una lastra di Pb che funge da bersaglio per i fotoni, in modo che questo sia al centro della circonferenza su cui ruota il rivelatore da 3 pollici. I fotoni diffusi dal bersaglio e diretti sul rivelatore accettore mantengono la coerenza temporale con i fotoni eventualmente riscontrati dal gate, con energia pari a 511 KeV, in modo da isolare e distinguere gli eventi dovuti a diffusione Compton da quelli di fondo.

Grazie alla Figura 4.1 si possono evidenziare quali sono i parametri geometrici che hanno richiesto un'ottimizzazione finalizzata ai nostri scopi:

- La distanza dello scatteratore dal rivelatore accettore, d_2 ;
- Le distanze del rivelatore di gate e dello scatteratore dalla sorgente, d_1 e d_3 ;
- L'angolo di inclinazione dello scatteratore, φ .

Questa fase di progettazione geometrica dell'assemblaggio dei moduli è stata svolta con particolare attenzione a causa della difficoltà prevista nel riuscire ad avere misure esaustive in corrispondenza di alcuni angoli di scattering.

4.1 Distanza dello scatteratore dal rivelatore spettroscopico

Iniziamo col presentare la geometria del sistema. Data l'estensione finita dei componenti dell'apparato, è necessario superare il caso astratto di fasci fotonici perfettamente collimati e rettilinei che illuminano superfici puntiformi, per il quale la formula di Compton sarebbe esatta. Nel caso reale abbiamo a che fare, piuttosto, con una sorgente considerata isotropa che irradia in tutte le direzioni e illumina gli angoli solidi sottesi alle superfici attive dei rivelatori e del diffusore. Di conseguenza, nella misura dell'angolo di deflessione del fotone θ dello scattering Compton, da cui dipendono, naturalmente, energia del fotone uscente e sezione d'urto dell'interazione, si deve tenere conto di una $\Delta\theta = \theta^+ - \theta^-$ che valuti la dispersione angolare provocata dalla geometria finita.

Idealmente, tralasciando i limiti finiti del piano di laboratorio, si potrebbe pensare che la configurazione geometrica ottimale si ottenga massimizzando le distanze, al fine di avere, al limite di distanza infinita, fasci fotonici il più possibile collimati come nel caso astratto. In tale circostanza, si potrebbero trascurare i problemi legati all'estensione finita delle superfici interessate di rivelatori spettroscopici e della lastra di piombo e la dispersione angolare $\Delta\theta$ sarebbe infinitesima.

Questo approccio, d'altra parte, sarebbe erroneo. Abbiamo visto nella Sezione 3.2 che i rivelatori spettroscopici possiedono una risoluzione R limitata. Questa caratteristica implica una condizione sul limite inferiore della variazione di energia ΔE minima che i rivelatori possano sensibilmente misurare e distinguere. Le due quantità, ΔE e $\Delta\theta$, sono naturalmente legate dalle relazioni dello scattering Compton che ci proponiamo di verificare, dunque la condizione della risoluzione energetica si rispecchia in un limite inferiore per la risoluzione angolare $\Delta\theta$. Un'ulteriore controindicazione alla semplice massimizzazione delle distanze è rappresentata dall'esigenza di avere un alto tasso di conteggio degli eventi e, come sappiamo, il tasso si abbassa con l'aumentare delle distanze.

Per questi motivi, una configurazione geometrica che massimizzi il più possibile le distanze è da scartare in favore di quella che pone le distanze ottimali in modo che ad esse corrisponda una dispersione angolare che sia uguale alla risoluzione energetica del rivelatore accettore.

$$\Delta\theta \propto \Delta E' = |E'(\theta_{max}) - E'(\theta_{min})| = R.$$

Concretamente, per procedere alla stima della distanza cercata, assumiamo inizialmente che lo scatteratore sia puntiforme e che la sorgente sia infinitamente lontana da esso, in modo da supporre tutti i fotoni incidenti sullo scatteratore paralleli tra loro. Si veda la Figura 4.2.

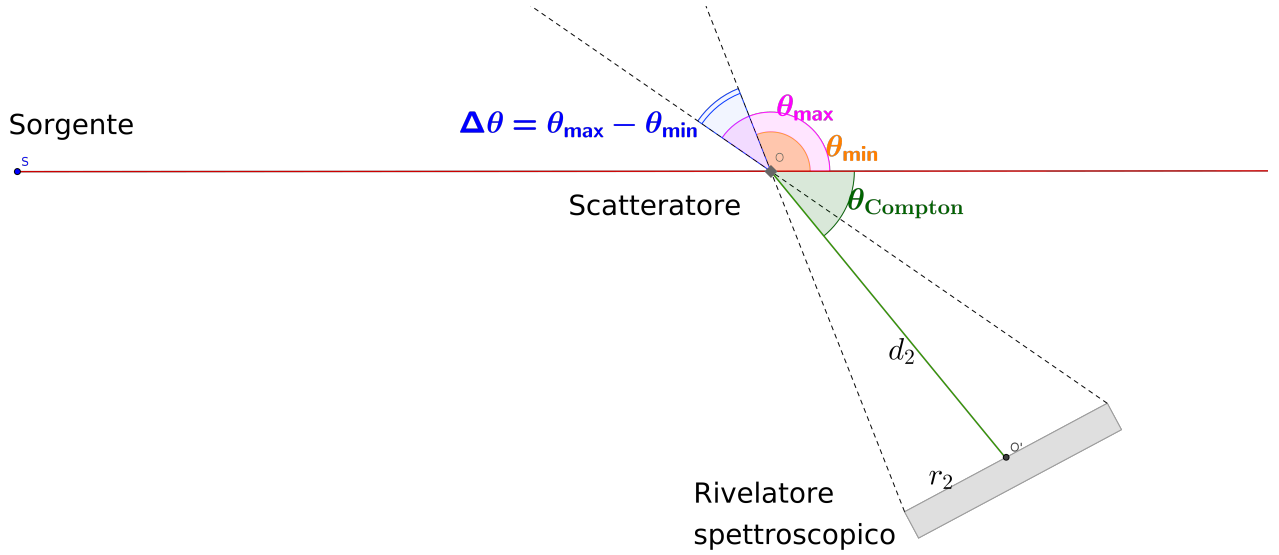


Figura 4.2: Rappresentazione della configurazione geometrica semplificata: sorgente a distanza infinita, scatteratore puntiforme.

Dal bersaglio di piombo si dipartono i fotoni scatterati per effetto Compton: possiamo sfruttare la formula di Compton operando immediatamente la semplificazione $E = m_e c^2$. Questo è possibile perché i fasci fotonici del nostro apparato sperimentale hanno energia di 511 KeV, essendo prodotti dall'annichilazione dei positroni emessi dalla sorgente. La relazione Compton diventa

$$E' = \frac{E}{2 - \cos \theta} . \quad (4.1)$$

Differenziando quest'ultima rispetto all'angolo θ ,

$$\frac{dE'}{d\theta} = - \frac{E \sin \theta}{(2 - \cos \theta)^2} ,$$

e dividendo entrambi i membri per E' si ottiene

$$\frac{dE'}{E'} = - (2 - \cos \theta) \frac{\sin \theta}{(2 - \cos \theta)^2} d\theta .$$

Dunque, identificando il membro a sinistra con la risoluzione, $\frac{dE'}{E'} = R$, si ricava la relazione cercata che descrive l'apertura dell'angolo solido sotteso al rivelatore,

$$d\theta = \frac{(2 - \cos \theta)}{\sin \theta} R .$$

Quest'espressione è minimizzata dal valore $\pi/3$, in corrispondenza del quale vale

$$\Delta\theta = \sqrt{3}R .$$

D'altra parte, il valore di $\Delta\theta$ si può calcolare con semplici passaggi trigonometrici in funzione della distanza tra lo scatteratore puntiforme e il rivelatore accettore, d_2 e il raggio di quest'ultimo r_2 :

$$\frac{1}{2}\Delta\theta = \arctan \frac{r_2}{d_2} .$$

Dalle due precedenti relazioni si ricava l'espressione grazie alla quale si calcola la distanza per ottimizzare la configurazione dell'apparato,

$$d_2 = \frac{r_2}{\tan \frac{\sqrt{3}}{2} R}. \quad (4.2)$$

Nel limite di scatteratore puntiforme, sostituendo i valori di risoluzione del rivelatore spettroscopico trovato nella Sezione 3.2, $R = 9\%$, e del suo raggio, $r_2 = 3.81$ cm, si ricava la distanza di ottimizzazione $d_2 = 48.8$ cm.

4.2 Considerazioni sulla scelta dello scatteratore

Per quanto riguarda la scelta dello scatteratore, ci siamo limitati ad un'analisi ristretta agli scatteratori a disposizione: tre dischi di diametro di 6.77 cm dei quali due di Pb, uno di spessore di 0.52 cm e l'altro di 0.17 cm, e uno di Al.

Per quanto riguarda la scelta del materiale, abbiamo optato per il Pb in ragione del più grande numero atomico Z . Infatti, Z corrisponde al numero di elettroni atomici e quindi, nel nostro caso, al numero di centri di scattering per ogni atomo. Si può osservare che la sezione d'urto totale dell'effetto Compton dipende linearmente da Z .

Riguardo alla scelta dello spessore, invece, abbiamo seguito i calcoli svolti da Zanotti *et al.*[4] per lo studio dello spessore ideale in configurazione di trasmissione (per angoli $0^\circ < \theta < 20^\circ$) e in configurazione di riflessione ($20^\circ \leq \theta \leq 100^\circ$). Secondo quanto analizzato in questo articolo, nel primo caso esiste uno spessore ideale che bilancia il contributo dell'attenuazione prodotta dal materiale del bersaglio sia sul fascio fotonico incidente che su quello uscente e la necessità di avere il più grande numero possibile di fotoni diffusi. Nel secondo caso, invece, lo spessore può essere arbitrariamente grande.

Questa ottimizzazione è compiuta massimizzando la funzione *spessore efficace* del bersaglio, una quantità ricavata dalla relazione tra il numero di fotoni incidenti e quelli diffusi in entrambe le configurazioni. Le due funzioni di spessore efficace presentano un andamento molto diverso in funzione dello spessore, come anticipato: nella configurazione in trasmissione esiste un valore determinato di spessore che sia estremante della funzione descritta. I calcoli svolti nell'articolo citato indicano 0.5 cm di spessore estremante relativamente agli angoli a cui abbiamo effettuato questo tipo di misure, cioè 10° e 20° . Per questo motivo la nostra scelta è ricaduta sul disco di Pb di spessore maggiore, di 0.52 cm. Viceversa, per la configurazione in riflessione il massimo della funzione di spessore efficace è all'infinito, dunque abbiamo mantenuto la scelta.

Si noti, in ultimo, che per quanto riguarda le ottimizzazioni delle distanze degli apparati della sezione successiva, lo scatteratore è stato sempre considerato di spessore infinitesimo e coincidente con superficie bidimensionale rivolta al rivelatore accettore.

4.3 Distanze dello scatteratore e del rivelatore di gate dalla sorgente

Torniamo, a questo punto, al caso reale di uno scatteratore di estensione finita. Quello a nostra disposizione, come visto nella sezione precedente, è costituito da un disco di piombo del diametro di 6.77 cm e di spessore 0.52 cm. L'obiettivo, come prima, è quello di scegliere la distanza tra scatteratore e sorgente che minimizzi la dispersione angolare.

Per fare questo calcolo si è supposto di porre il rivelatore accettore infinitamente lontano, in modo da poter considerare tutti i fotoni uscenti dallo scatteratore paralleli, e la sorgente è stata posta sull'asse dello scatteratore, come illustrato in Figura 4.3.

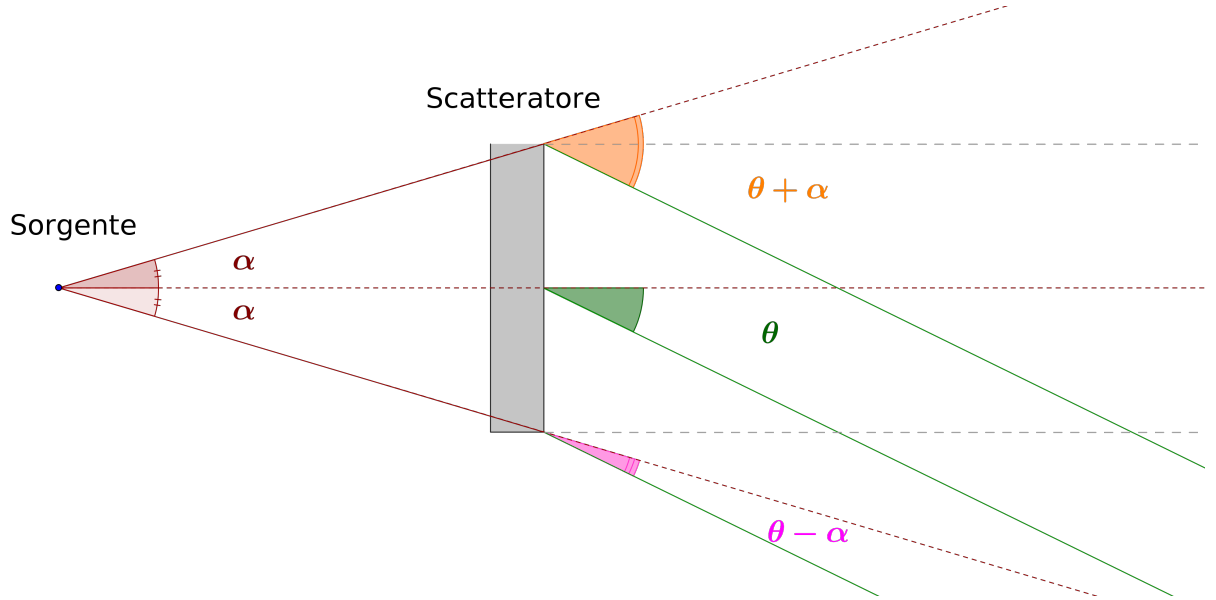


Figura 4.3: $\theta + \alpha$ e $\theta - \alpha$ rappresentano la dispersione angolare dovuta all'angolo solido sotteso allo scatteratore finito, di apertura 2α .

Ricalcando il caso precedente, si è scelta la distanza per cui l'incertezza sull'energia introdotta dalla dispersione angolare, dovuta all'apertura finita del cono individuato dalla sezione della lastra di piombo, risulta nuovamente uguale alla risoluzione del rivelatore accettore,

$$|E'(\theta + \alpha) - E'(\theta - \alpha)| = R.$$

In analogia con l'Equazione 4.2, ricaviamo che la distanza tra la sorgente e lo scatteratore è

$$d_3 = \frac{r_3 = 3.38 \text{ cm}}{\tan \frac{\sqrt{3}}{2} R} = 43.28 \text{ cm}.$$

Per quanto riguarda il calcolo della distanza tra la sorgente e il rivelatore di gate d_1 , invece, basta osservare che l'angolo solido sotteso a quest'ultimo, centrato nella sorgente, deve essere identico a quello appena considerato che si apre sotto lo scatteratore, di ampiezza 2α . Con questa considerazione, la procedura si riduce ad effettuare la proporzione

$$d_1 = \frac{r_1 = 2.54 \text{ cm}}{r_3} d_3 = 32.52 \text{ cm}.$$

Si precisa che, per quanto riguarda questa fase di ottimizzazione, si è scelto di considerare lo spessore dello scatteratore come infinitesimo.

4.4 Angolo di inclinazione dello scatteratore

L'ultimo parametro da ottimizzare è l'angolo chiamato φ in Figura 4.1, cioè l'inclinazione della lastra di piombo che funge da scatteratore nella configurazione in riflessione. Come già analizzato in precedenza, l'estensione finita degli elementi dell'apparato comporta una dispersione angolare non trascurabile, che tiene conto del fatto che gli elettroni bersaglio dello scattering Compton, ovvero gli elettroni degli atomi di piombo della lastra, sono distribuiti lungo tutta la superficie cilindrica dello scatteratore e, allo stesso modo, possono essere rivelati dall'intera superficie cilindrica del rivelatore accettore.

Una volta fissate le distanze d_1 , d_2 e d_3 delle sezioni precedenti in base alle caratteristiche dei rivelatori e della lastra a disposizione, l'angolo φ risulta essere l'unica variabile rimasta da poter fissare in modo da minimizzare la dispersione angolare al variare dell'angolo θ_{Compton} .

Per semplificare questa stima, la geometria del sistema è stata astratta al caso bidimensionale di un piano orizzontale, parallelo al banco di laboratorio, che seca le superfici discoidali della strumentazione. In questa rappresentazione, le superfici discoidali diventano rettangoli di lunghezza pari al diametro degli apparecchi e base pari allo spessore. (Questa rappresentazione è stata precedentemente sfruttata in tutte le Figure del capitolo, poiché corrisponde alla proiezione dall'alto del banco di laboratorio.)

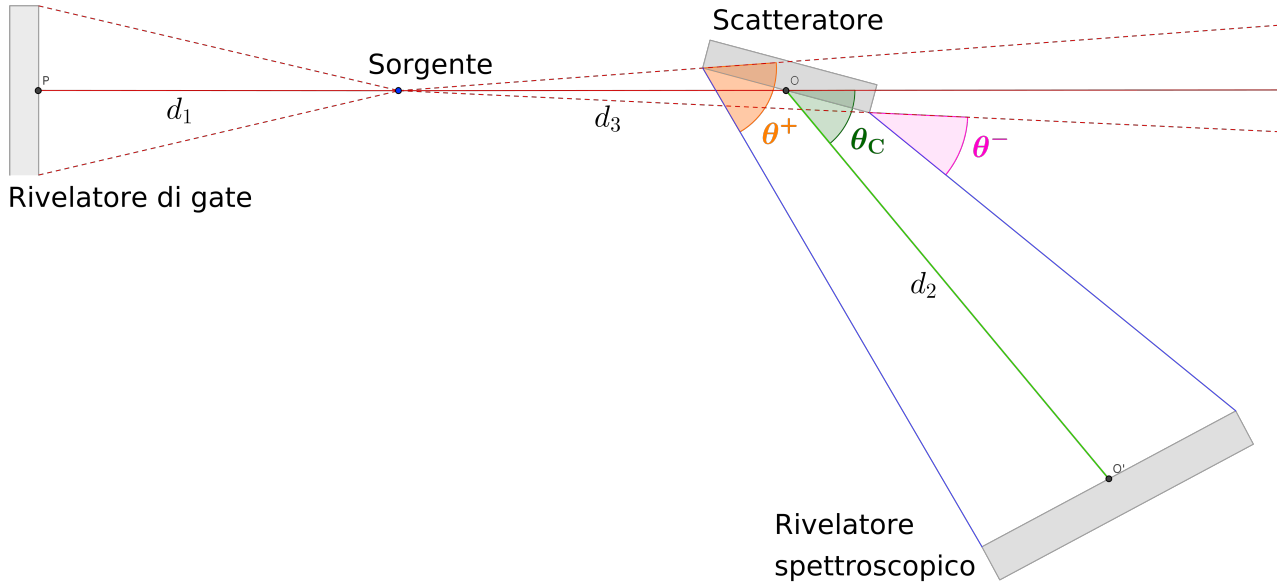


Figura 4.4: θ^+ e θ^- rappresentano la dispersione angolare causata dall'estensione finita dei moduli dell'apparato.

Naturalmente, poiché ogni elettrone atomico del piombo può fungere da bersaglio, la dispersione angolare varia evento per evento e non è possibile dare una stima univoca dal suo valore in corrispondenza di un determinato θ_{Compton} . É possibile, però, stimare il limite superiore della dispersione, in funzione, come già detto, di φ e θ_{Compton} : la dispersione angolare massima coincide con la differenza tra θ^+ e θ^- , gli angoli massimi e minimi di deflessione di fotoni che subiscano l'interazione Compton agli estremi del segmento dello scatteratore e che siano rivelabili dallo scintillatore accettore, come mostrato in Figura 4.4.

In corrispondenza di ogni angolo di misura θ_{Compton} in riflessione, una simulazione di Geogebra ci ha permesso di calcolare rapidamente questa differenza al variare di φ in $[0^\circ, 180^\circ]$. La Figura 4.5 mostra il grafico del limite superiore della dispersione angolare al variare di φ e θ_{Compton} .

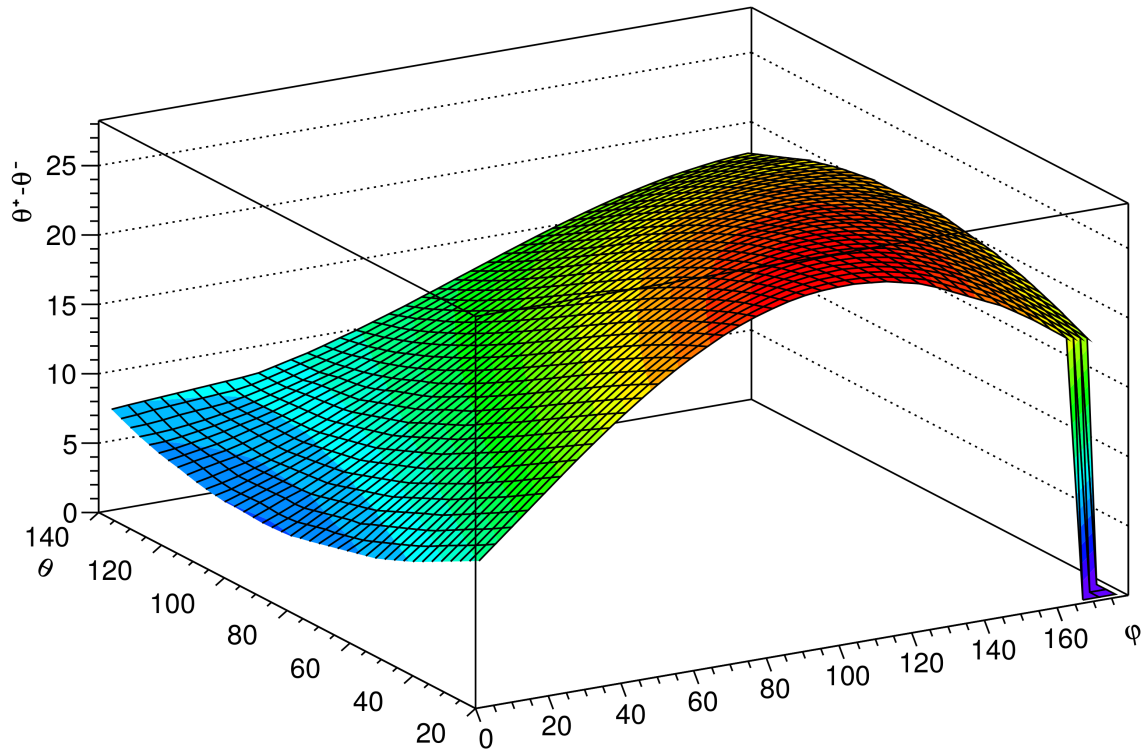


Figura 4.5: Simulazione dell'andamento del limite superiore della dispersione angolare al variare dell'angolo di deflessione Compton θ e dell'angolo di inclinazione dello scatteratore φ

Come si vede chiaramente dal grafico in Figura 4.5, in corrispondenza di ogni θ di deflessione di Compton, che variano tra 0° e 140° l'angolo di inclinazione dello scatteratore φ che minimizza la dispersione angolare ha valore inferiore a $\varphi < 20^\circ$, seppur trascurando una coppia punti in corrispondenza di $\varphi \simeq 170^\circ$ dove la simulazione appare poco significativa. Per comodità si è scelto un valore univoco di inclinazione dello scatteratore in configurazione di riflessione, pari a $\varphi = 15^\circ$.

Per concludere precisiamo invece che, per quanto riguarda la configurazione in trasmissione, lo scatteratore è stato posto perpendicolarmente al fascio fotonico, come nella Figura 4.3 della sezione precedente.

Capitolo 5

Dati Sperimentali

L'acquisizione dei dati è avvenuta per ogni angolo in un periodo variabile tra i tre e i sette giorni, aumentando il tempo con l'angolo in modo da avere una statistica sufficiente in tutte le misure. Le misure a basso angolo (10° e 20°) sono state prese in trasmissione mentre le rimanenti in riflessione. Si sono ottenuti degli spettri come in Figura 5.1

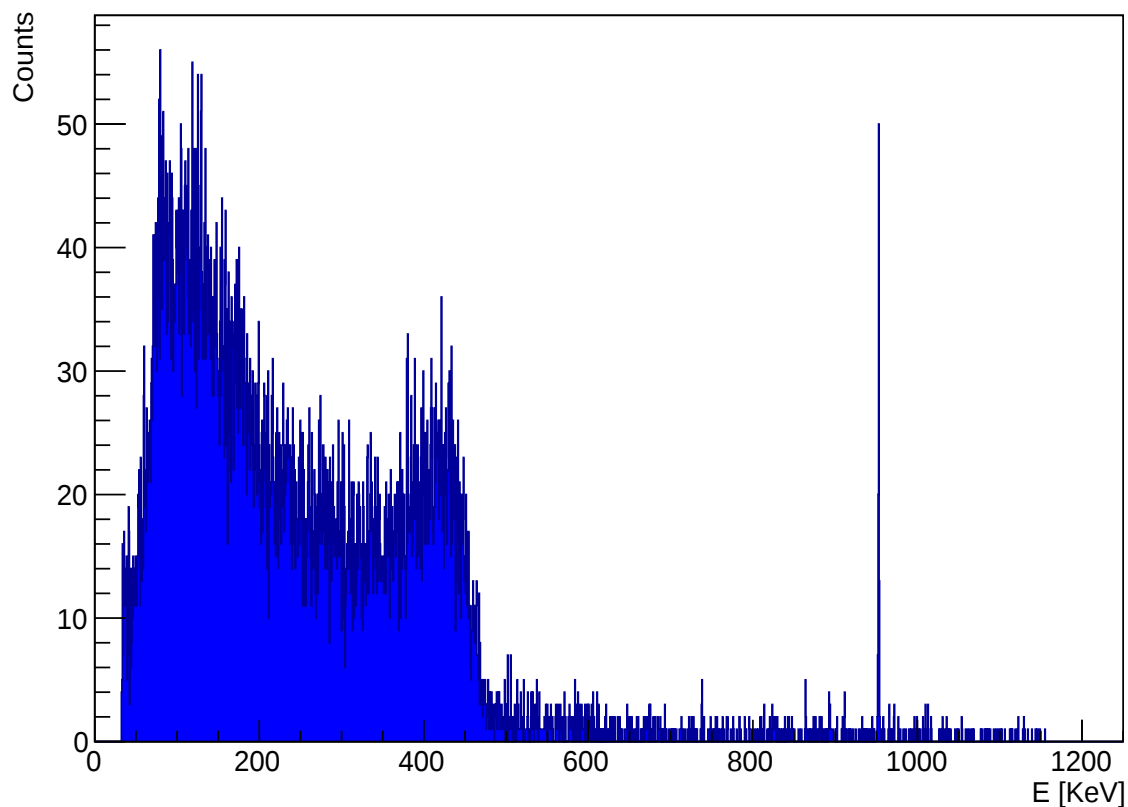


Figura 5.1: Spettro ottenuto per la misura a 30° .

Si osserva la presenza del picco sovrapposta al fondo, oltre picco di controllo di cui alla Sezione 3.6. Si nota che non sono presenti derive ed è quindi assicurata la stabilità del sistema.

5.1 Analisi del fondo

Si possono individuare due sorgenti differenti di fondo: il fondo ambientale ed il fondo dovuto alla sorgente. Per lo studio delle coincidenze accidentali dovute al fondo ambientale si sono posti i rivelatori con i relativi schermi in misura senza alcuna sorgente per la durata di dieci giorni, ottenendo lo spettro in Figura 5.2.

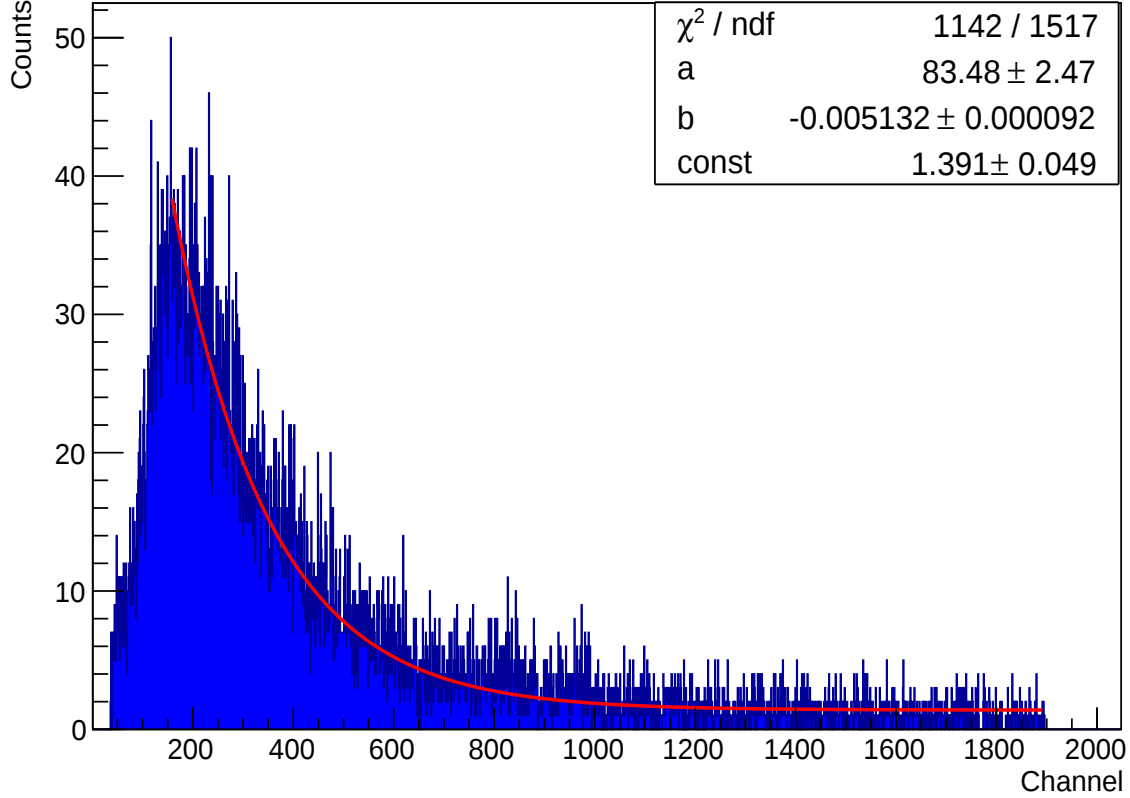


Figura 5.2: Spettro ottenuto dalla misura del fondo.

Il fondo è stato modellizzato come

$$N(t) = ae^{bE} + \text{const} \quad (5.1)$$

e il valore del χ^2 indica che la parametrizzazione risulta efficace nella descrizione del fondo. Da ogni spettro analizzato si è quindi sottratta la funzione 5.1 con i parametri ricavati dal fit riscalata in base ai tempi di acquisizione.

Per il fondo della sorgente si è fittato ogni spettro nella sua parte iniziale con la stessa funzione e quindi si è sottratta da tutto lo spettro in modo da isolare il segnale.

5.2 Legge Compton

In ogni spettro, dopo la sottrazione del fondo, si è proceduto ad un fit gaussiano del picco ricavando dalla posizione del centroide della gaussiana l'energia media dei fotoni incidenti. Si è quindi verificata la legge che lega l'angolo di scattering Compton con l'energia del fotone:

$$E = \frac{E_0}{1 - \frac{E_0}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)}, \quad (5.2)$$

che, considerando che i fotoni hanno energia incidente di 511 KeV ovvero $E_0 = m_e c^2$, si riduce a

$$E = \frac{E_0}{2 - \cos\theta}. \quad (5.3)$$

Plottando l'energia del fotone scatterato in funzione dell'angolo di scattering si ottiene:

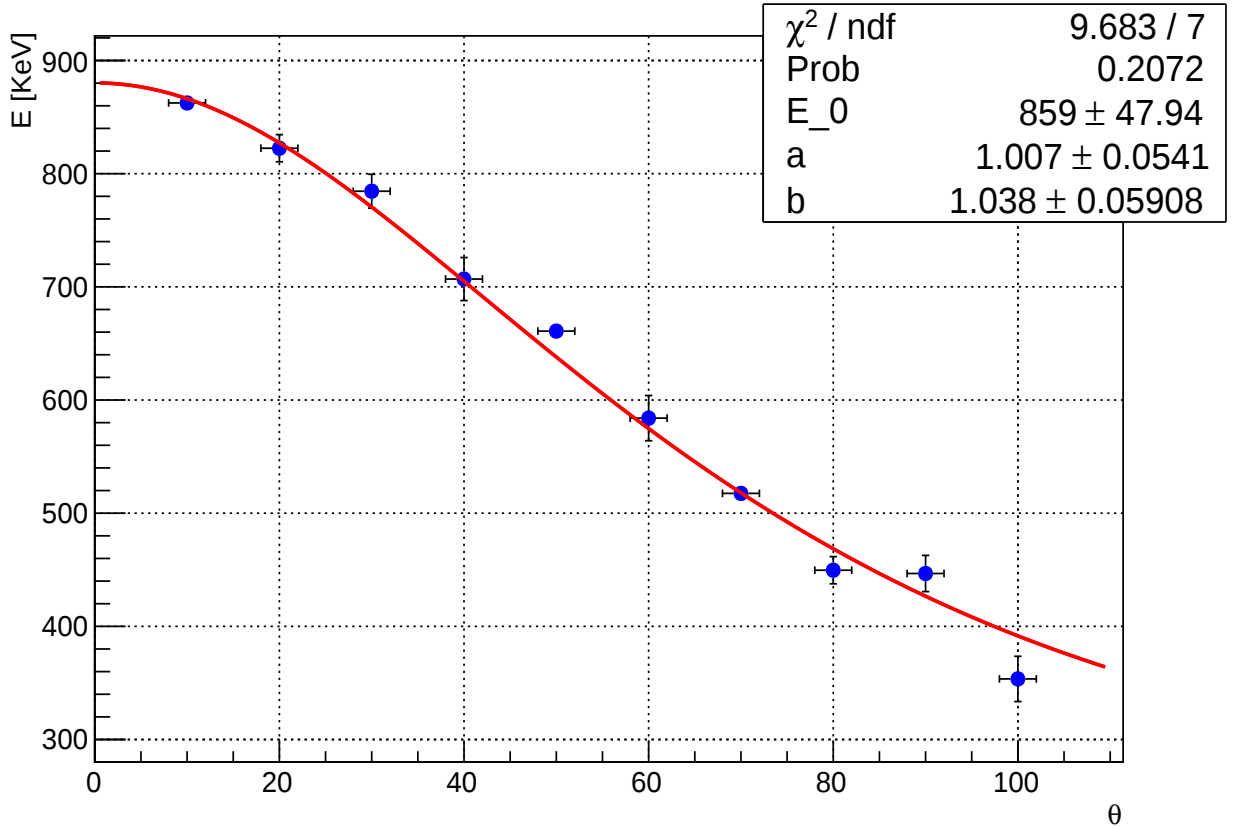


Figura 5.3: Energia del fotone scatterato in funzione dell'angolo di scattering

I dati sono stati fittati con:

$$E = \frac{E_0}{2 \cdot a - b \cdot \cos\theta}. \quad (5.4)$$

I parametri a e b sono entro una sigma da uno, come ci si aspetta per fotoni da 511 KeV e anche il parametro E_0 è compatibile con l'energia iniziale dei fotoni. Gli errori sulle energie sono stati assunti come spiegato nella Sezione 8.2. L'errore sulla dispersione angolare è già incluso nell'errore sull'energia in quanto una maggior dispersione causa una gaussiana più larga, pertanto l'errore sugli angoli comprende solamente il disallineamento residuo degli scintillatori che è stato assunto di 2° .

5.3 Sezione d'urto di Klein-Nishina

La sezione d'urto di Klein-Nishina per fotoni non polarizzati è:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{h\nu'}{h\nu} \right)^2 \left(\frac{h\nu'}{h\nu} + \frac{h\nu}{h\nu'} - \sin^2\theta \right). \quad (5.5)$$

Sperimentalmente si sono misurati i rate di decadimento a vari angoli, collegati alla sezione d'urto tramite:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\Phi \mathcal{N}} \frac{dN}{dt d\Omega} \quad , \quad (5.6)$$

dove $\mathcal{N}$ rappresenta il numero di bersagli nello scatteratore e Φ il flusso di fotoni incidenti. Il flusso incidente si può calcolare come:

$$\Phi = (A \cdot 2BR) \frac{\Omega_{2''}}{4\pi} \varepsilon_{2''} \frac{1}{S} \quad , \quad (5.7)$$

dove A è l'attività della sorgente, BR il branching ratio su questo canale, $\Omega_{2''}$ e $\varepsilon_{2''}$ sono rispettivamente efficienza e angolo solido sottesi al rivelatore di gate e S è la superficie dello scatteratore. L'angolo solido sotteso dalla sorgente allo scatteratore non compare nella formula in quanto per come si è scelta la geometria è pari all'angolo solido intercettato dal rivelatore di gate e poichè i due fotoni sono emessi *back to back* se il primo apre il gate allora il secondo arriverà allo scatteratore. Il numero di bersagli $\mathcal{N}$ si può calcolare come:

$$\mathcal{N} = n_e S l = \frac{Z N_A \rho}{M_{atomica}} S l \quad , \quad (5.8)$$

dove n_e è la densità di elettroni e l la profondità media dei fotoni incidenti, assunta pari alla lunghezza di attenuazione λ per le misure in riflessione mentre per la configurazione in trasmissione anziché la lunghezza di radiazione si è considerato l pari allo spessore t dello scatteratore. Dato che per fotoni da 511 KeV $\lambda \cong t$ la densità elettronica può considerarsi costante nei due casi.

Il fattore $\frac{dN}{dt d\Omega}$ si è calcolato come:

$$\frac{dN}{dt d\Omega} = \frac{\Delta N}{\Delta t \Delta\Omega_{3''} \varepsilon_{3''}} \quad (5.9)$$

dove ΔN è l'area sottesa al picco dello spettro, Δt il tempo di acquisizione e $\varepsilon_{3''}$ l'efficienza del rivelatore spettroscopico. Il numero di eventi si è calcolato come l'area del picco gaussiano ottenuta dal fit dello spettro. Si ottengono i dati riportati in Figura 5.4

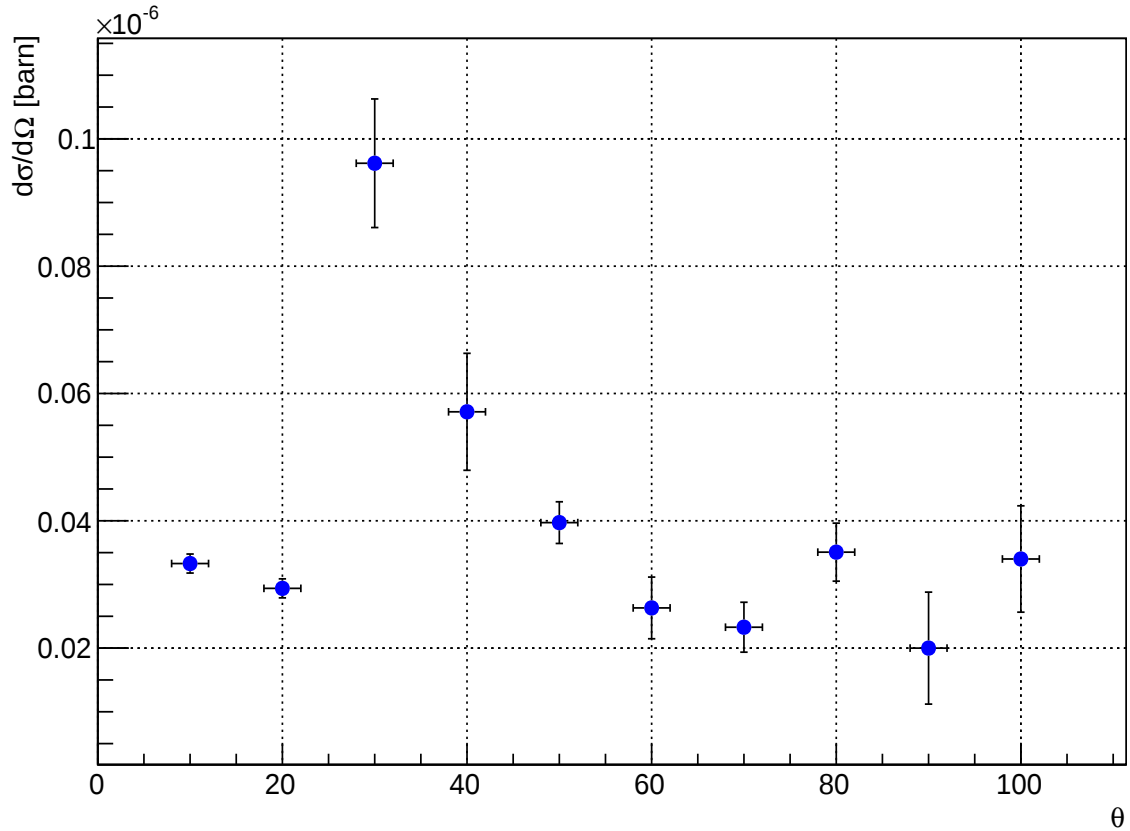


Figura 5.4: Sezione d'urto ricavata vs angolo di scattering

Le incertezza sugli angoli sono state trattate come nel paragrafo precedente mentre le incertezza sulla sezione d'urto si sono ricavate dalla propagazione degli errori. Si osserva che tutti i valori sono di diversi ordini di grandezza inferiori a quelli attesi. Inoltre i punti ad angolo più basso, cioè le misure effettuate in trasmissione, sono inferiori rispetto agli altri. Si può concludere che il calcolo dei fattori che legano la sezione d'urto al rate misurato è errato. Tale errore può essere causato da:

- L'angolo solido tra sorgente e rivelatore di gate e sorgente e scatteratore si è supposto uguale anche se per le misure in riflessione lo scatteratore è stato inclinato rispetto alla normale.
- Si è trascurato l'assorbimento dei fotoni da parte del piombo.
- Lo spessore di interazione è stato assunto un libero cammino medio senza considerare la distribuzione attesa del percorso compiuto dai fotoni nel piombo.

Tuttavia è possibile procedere ad un fit rappresentando il rate misurato in funzione dell'angolo e lasciando libero il parametro che lega sezione d'urto e rate in modo che sia stimato con il fit. Procedendo in questo modo non è però possibile includere anche i rate misurati in trasmissione. Si ricava il grafico 5.5

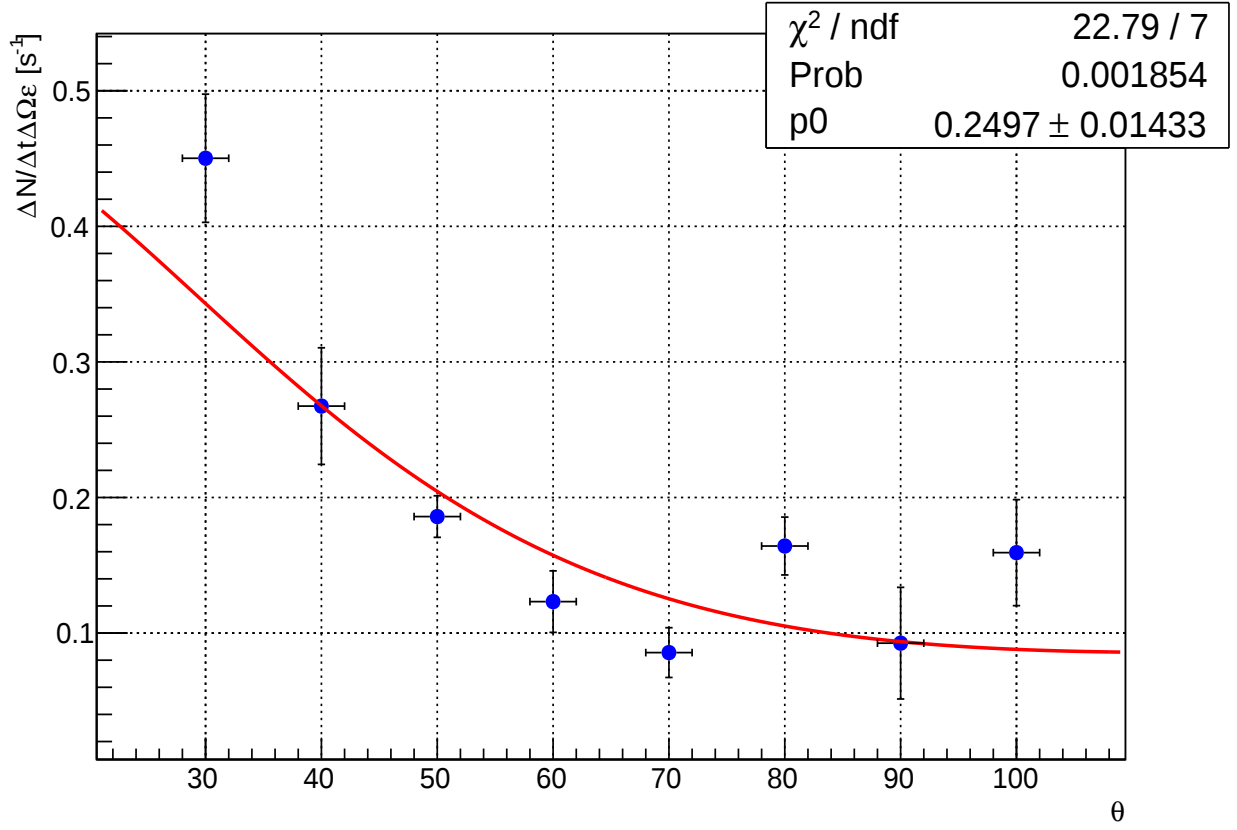


Figura 5.5: Rate vs angolo di scattering

dove la funzione di fit è:

$$\frac{\Delta N}{\Delta t \Delta \Omega_{3''} \varepsilon_{3''}} = p_0 A^2 (A + 1/A - \sin^2 \theta) \quad , \quad (5.10)$$

dove $A = \frac{1}{2 - \cos \theta}$. Si osserva che il χ^2 ridotto è di circa 3 e sono presenti grandi fluttuazioni statistiche dei dati che possono essere ricondotte alla bassa statistica che si è raccolta, soprattutto a grandi angoli. Nonostante il χ^2 non sia ottimale si conferma comunque l'andamento atteso.

Capitolo 6

Parità del Positronio

In questo capitolo si illustra l'esperienza finale del Laboratorio, la verifica indiretta della parità del positronio.

L'esperimento, proposto *in primis* da Wheeler[5] ma portato a termine con successo da Wu e Shaknov[6] grazie alla trattazione teorica di Snyder *et al.*[7], ha lo scopo di verificare sperimentalmente una delle richieste della teoria di Dirac per i fermioni, la parità intrinseca opposta di particelle e antiparticelle.

Questo test si basa sull'osservazione che i piani di polarizzazione dei due fotoni prodotti dall'annichilazione di una coppia elettrone-positrone debbano essere perpendicolari tra loro affinché lo stato finale – e quindi quello iniziale del decadimento, per l'invarianza delle interazioni elettromagnetiche sotto inversione degli assi spaziali – abbia parità $P = -1$.

La polarizzazione relativa dei due fotoni si può misurare compiendo delle acquisizioni in coincidenza dello scattering di entrambi i fotoni di annichilazione ad azimuth variabile, sfruttando la forte dipendenza della distribuzione angolare delle due diffusioni Compton dalle polarizzazioni dei fotoni.

6.1 Materia d'indagine

L'operazione di parità, P , consiste di una trasformazione discreta che descrive il comportamento di un sistema fisico sottoposto all'inversione degli assi spaziali di coordinate, $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$; essa comporta, dunque, il passaggio da sistemi destrorsi a sistemi sinistrorsi. Se per secoli si era dato per scontato che la natura non facesse distinzione tra questi tipi di sistemi – che fosse, cioè, assolutamente simmetrica sotto trasformazioni di parità – la scoperta della violazione della parità delle interazioni deboli, invece, cambiò la prospettiva dei fisici che furono costretti a prendere in considerazione anche questa nuova materia di indagine.

Il positronio è uno stato legato di elettrone e positrone che può essere visto, nel limite non relativistico, come

$$\Psi_{n,l,m}(\mathbf{r}) |S, S_z\rangle,$$

il prodotto di una funzione d'onda orbitale $\Psi_{n,l,m}$, equivalente all'analogia dell'atomo di idrogeno a patto di sostituire la massa dell'elettrone con la massa ridotta della coppia di elettrone e positrone, e un vettore di spin $|S, S_z\rangle$ ottenuto come combinazione lineare delle polarizzazioni individuali delle due particelle.

Con questa premessa è facile osservare che il livello energetico fondamentale S (con $L = 0$) del positronio ha due possibili configurazioni: quella di orto-positronio $^3S_{J=1}$, in cui gli spin di elettrone e positrone sono paralleli, e quella di para-positronio $^1S_{J=0}$, in cui gli spin sono antiparalleli. Il primo è uno stato di tripletto che decade in un numero dispari di fotoni, preferibilmente tre, con una vita media dell'ordine di $10^{-7}s$. $^1S_{J=0}$, invece, è uno stato di

singoletto che, per la conservazione del momento totale, può decadere solo in un numero pari di fotoni emessi *back to back*. La probabilità maggiore si ha per il decadimento

$$e^+ + e^- (^1S_0) \rightarrow 2\gamma (E_\gamma = 511 \text{ KeV}) , \quad (6.1)$$

che ha un tempo caratteristico $\tau = 1.244 \cdot 10^{-10} \text{ s}$.

Analizziamo la parità degli stati a destra e sinistra del decadimento elettromagnetico in (6.1). Sappiamo che le interazioni elettromagnetiche sono simmetriche sotto trasformazioni di parità, quindi il numero quantico P si deve conservare.

Ricordando che le funzioni d'onda orbitali sono costituite da una parte radiale moltiplicata per un'armonica sferica, con un breve ragionamento¹ si può concludere che la *parità orbitale* dello stato di un sistema atomico come quello considerato è pari a $(-1)^L$. Nel nostro caso, quindi, la parità orbitale dello stato S del positronio è $P = +1$.

La parità è un numero quantico moltiplicativo: per valutare la parità complessiva è necessario prendere in considerazione le *parità intrinseche* di elettrone e positrone e moltiplicarle per quella precedente. Di conseguenza, la parità dello stato 1S_0 del positronio dipende dalla parità intrinseca relativa tra la particella fermionica e la sua antiparticella e vale:

- $P(^1S_0) = +1$, se esse hanno la stessa parità intrinseca;
- $P(^1S_0) = -1$, se esse hanno parità intrinseca opposta, come previsto dalla teoria di Dirac.

Dunque, progettando un apparato che permetta di misurare la parità dello stato a due fotoni a destra nella (6.1) è possibile determinare indirettamente la parità dello stato di singoletto del positronio, verificando la previsione teorica per la parità intrinseca dei fermioni.

6.2 Tecnica Sperimentale

Vediamo quali sono le premesse che ci consentono di compiere questa verifica sperimentale. Nel sistema di riposo del positronio, i due fotoni sono emessi con momento uguale e opposto $\pm \mathbf{k}$ e vettori di polarizzazione $\vec{\varepsilon}_1$ e $\vec{\varepsilon}_2$, perpendicolari a $\mathbf{k}$. Le funzioni d'onda più semplici che descrivono questo stato a due fotoni, rispettando la simmetria per scambio di particelle prevista dalla statistica di Bose, possono essere scritte in termini di $\vec{\varepsilon}_1$, $\vec{\varepsilon}_2$ e $\mathbf{k}$ come:

$$\psi_1(2\gamma) = A(\vec{\varepsilon}_1 \cdot \vec{\varepsilon}_2) \propto \cos \alpha , \quad (6.2)$$

$$\psi_2(2\gamma) = B(\vec{\varepsilon}_1 \times \vec{\varepsilon}_2) \cdot \mathbf{k} \propto \sin \alpha , \quad (6.3)$$

dove A e B sono costanti e α è l'angolo tra i piani di polarizzazione dei fotoni. La funzione ψ_1 è uno scalare e quindi pari sotto trasformazione di parità. La ψ_2 , invece, è il prodotto di un vettore assiale con un vettore polare, pertanto è una quantità pseudoscalare dispari sotto inversione degli assi. È di fondamentale importanza osservare come la ψ_1 , pari, abbia un massimo in corrispondenza di $\alpha = 0^\circ$, ovvero quando i due fotoni hanno piani di polarizzazione paralleli, mentre il massimo di ψ_2 , dispari, sia in $\alpha = \pi/2$, quando i due fotoni sono tra loro polarizzati perpendicolarmente².

Per determinare quale delle due funzioni d'onda, ψ_1 o ψ_2 , descriva lo stato finale dell'annichilazione del positronio – quindi, quale sia la configurazione preferenziale per i piani di polarizzazione dei due fotoni emessi – l'esperimento qui riproposto richiede di compiere misure in coincidenza dello scattering di entrambi i fotoni ad azimuth variabile (0 e $\pi/2$), sfruttando la

¹Si veda [3] pp. 65-66

²Si noti che la polarizzazione degli stati ψ_1 e ψ_2 è una sovrapposizione di polarizzazioni differenti dei singoli fotoni, combinate tra loro; individualmente i fotoni non possiedono polarizzazione lineare definita. Si veda [8]

dipendenza della distribuzione angolare dello scattering Compton dalle polarizzazioni dei fotoni incidenti, illustrata nella Sezione 6.2.1.

Al termine delle acquisizioni, come vedremo nel paragrafo successivo 6.2.2, il rapporto tra il numero di conteggi in coincidenza ottenuti ai diversi azimuth potrà indicare quale sia la funzione d'onda che corrisponde allo stato finale del decadimento e, di conseguenza, quale sia la parità del positronio.

6.2.1 La dipendenza della sezione d'urto di Compton dalla polarizzazione

Sia $\mathbf{k}$ il momento di un fotone che incide su uno scatteratore e $\mathbf{k}'$ il momento del fotone prodotto. La sezione d'urto differenziale di questo scattering dipende fortemente dall'angolo Θ tra le polarizzazioni dei due fotoni:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} - 2 + 4 \cos \Theta . \quad (6.4)$$

Mediando sulle polarizzazioni del fotone in uscita, la (6.4) diventa:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi , \quad (6.5)$$

dove θ è l'angolo dello scattering Compton mentre ϕ è l'angolo tra il piano di scattering, Π_S , e il vettore polarizzazione del fotone incidente, $\vec{\varepsilon}$. Dall'equazione (6.5) si ricava immediatamente che

$$\text{se } \vec{\varepsilon} \parallel \Pi_S \Rightarrow \phi = 0 \quad , \quad \frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega} \propto \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} - 2 \sin^2 \theta ; \quad (6.6)$$

mentre

$$\text{se } \vec{\varepsilon} \perp \Pi_S \Rightarrow \phi = \pi/2 \quad , \quad \frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega} \propto \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} . \quad (6.7)$$

A priori, avremmo considerato identiche le probabilità che il fotone incidente fosse parallelo o perpendicolare al piano di scattering, $P(\vec{\varepsilon} \parallel \Pi_S) = P(\vec{\varepsilon} \perp \Pi_S) = 1/2$. A posteriori, invece, grazie alla (6.6) e alla (6.7), notiamo che,

$$P(\vec{\varepsilon} \parallel \Pi_S) = \frac{\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} - 2 \sin^2 \theta}{2 \left(\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} - \sin^2 \theta \right)} ; \quad (6.8)$$

mentre

$$P(\vec{\varepsilon} \perp \Pi_S) = \frac{\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}}}{2 \left(\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}'} + \frac{\mathbf{k}'}{\mathbf{k}} - \sin^2 \theta \right)} . \quad (6.9)$$

Nel caso più semplice di angolo di diffusione $\theta = \pi/2$, possiamo calcolare i valori di queste probabilità:

$$\frac{\frac{d\sigma_{\perp}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\Omega}} \equiv \frac{P(\vec{\varepsilon} \perp \Pi_S)}{P(\vec{\varepsilon} \parallel \Pi_S)} = \frac{5/6}{1/6} = 5 , \quad \text{con } \mathbf{k}'(\theta = \pi/2) = \frac{1}{2} \mathbf{k} , \quad (6.10)$$

ovvero, statisticamente si ha probabilità pari a 5/6 di avere fotoni incidenti con $\phi = \pi/2$ (polarizzazione ortogonale al piano di scattering) e pari ad 1/6 di avere fotoni con $\phi = 0^\circ$. Dunque, se il fotone incidente subisce scattering Compton a $\theta = \pi/2$, la frequenza di scattering con $\phi = \pi/2$ è cinque volte più frequente che quello a $\phi = 0^\circ$.

6.2.2 Rapporto di asimmetria delle misure in coincidenza

Come anticipato, la tecnica sperimentale che consente di verificare quale sia la configurazione preferenziale per i piani di polarizzazione dei due fotoni emessi dall'annichilazione consiste nel predisporre un apparato che faccia compiere ad entrambi i fasci fotonici, destro e sinistro, uno scattering Compton ad angoli θ_1 e θ_2 fissi. La procedura prevede di effettuare delle misure in coincidenza tramite un rivelatore spettroscopico e un rivelatore di gate posti ad azimuth relativo variabile, come si vede nelle Figure 6.1 e 6.2 che illustrano le due configurazioni sperimentali.

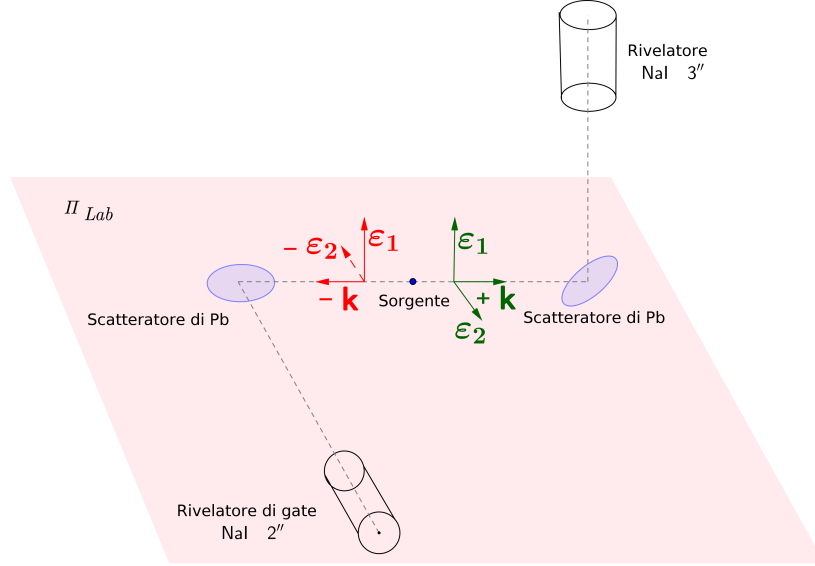


Figura 6.1: Schema dell'apparato sperimentale in Configurazione A, $\Pi_{S1} \perp \Pi_{S2}$.

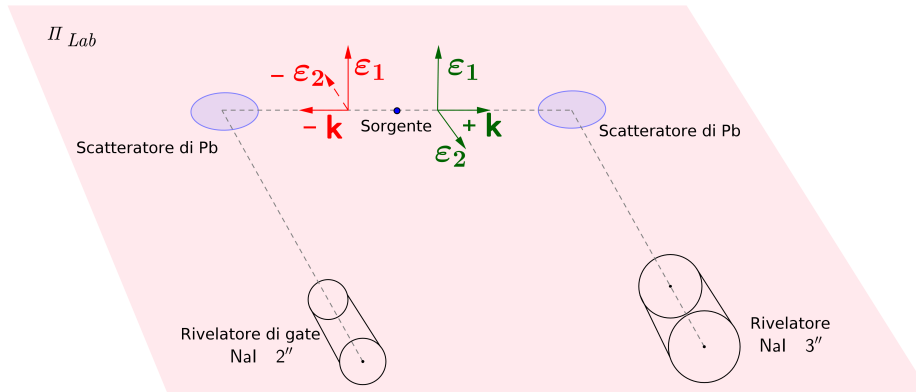


Figura 6.2: Schema dell'apparato sperimentale in Configurazione B, $\Pi_{S1} \equiv \Pi_{S2}$.

Nelle due configurazioni, dunque, i piani dei due scattering Π_{S1} e Π_{S2} sono in un caso perpendicolari (A) e nell'altro coincidenti (B).

Il rapporto tra il numero di conteggi in coincidenza ottenuti nelle due Configurazioni (A) e (B), chiamato **rapporto di asimmetria** ρ ,

$$\rho = \frac{\mathcal{N}_A}{\mathcal{N}_B},$$

al termine delle acquisizioni verrà confrontato con il valore atteso del rapporto delle sezioni d'urto calcolato nei due casi. Questo ci permetterà di riconoscere quale sia la funzione d'onda che corrisponde allo stato finale del decadimento e, di conseguenza, quale sia la parità del positronio.

Seguendo il procedimento di Snyder *et al.*³, il problema della combinazione delle probabilità si risolve osservando che lo scattering di uno dei due fotoni fornisce informazioni sulla polarizzazione iniziale dell'altro.

Iniziamo dal caso di più semplice comprensione: imponiamo che i due angoli di scattering siano retti, $\theta_1 = \theta_2 = \theta = \pi/2$. Calcoliamo quali sono i valori di aspettazione del rapporto di asimmetria ρ nelle due differenti ipotesi di parità intrinseca.

▷ Se gli stati a destra e sinistra del decadimento possiedono numero quantico $P = -1$, allora lo stato finale deve essere descritto dalla funzione d'onda ψ_2 , data in (6.3). Affinché questo sia vero, i due fotoni prodotti devono avere piani di polarizzazione perpendicolari. Per questo, a partire dalle probabilità di orientazione della polarizzazione del fotone destro $(+\mathbf{k}, \vec{\varepsilon}_{Dx})$, secondo i calcoli della Sezione 6.2.1, possiamo dedurre le probabilità riguardanti il vettore polarizzazione del fotone incidente sinistro, descritto da $(-\mathbf{k}, \vec{\varepsilon}_{Sx})$:

$$P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \parallel \Pi_{S1}) = P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \perp \Pi_{S1}) , \quad (6.11)$$

e

$$P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \perp \Pi_{S1}) = P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \parallel \Pi_{S1}) . \quad (6.12)$$

A questo punto, per mettere insieme le considerazioni relative ai due fotoni basta considerare che le probabilità di diffusione sono indipendenti e, quindi, si moltiplicano tra loro. Configurazione (**A**): $\Pi_{S1} \perp \Pi_{S2}$, lo stato ψ_2 che descrive due fotoni con piano di polarizzazione perpendicolari tra loro ha probabilità

$$\begin{aligned} P(\psi_2)_A &= P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \perp \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \perp \Pi_{S2}) + P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \parallel \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \parallel \Pi_{S2}) = \\ &= P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \perp \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \parallel \Pi_{S1}) + P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \parallel \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \perp \Pi_{S1}) = \\ &= \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{36} . \end{aligned} \quad (6.13)$$

Configurazione (**B**): $\Pi_{S1} \equiv \Pi_{S2}$, lo stato ψ_2

$$\begin{aligned} P(\psi_2)_B &= P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \perp \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \parallel \Pi_{S2}) + P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \parallel \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \perp \Pi_{S2}) = \\ &= P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \perp \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \perp \Pi_{S1}) + P(\vec{\varepsilon}_{Dx} \parallel \Pi_{S1}) \cdot P(\vec{\varepsilon}_{Sx} \parallel \Pi_{S1}) = \\ &= \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{36} . \end{aligned} \quad (6.14)$$

Le due probabilità precedenti sono state calcolate tramite (6.10), (6.11) e (6.12).

Il valore di aspettazione del rapporto di asimmetria ρ nel caso di parità dispari e $\theta = \pi/2$ è, dunque,

$$\rho(P = -1) = \frac{26}{10} .$$

▷ Viceversa, se gli stati del decadimento dovessero possedere parità $P = 1$, rifacendo tutto il ragionamento imponendo che lo stato dei due fotoni emessi sia descritto dalla ψ_1 data in (6.2), che prevede che i fotoni abbiano piani di polarizzazioni paralleli, il valore di aspettazione del rapporto di asimmetria ρ sarebbe

$$\rho(P = 1) = \frac{10}{26} ,$$

³Si veda [7] p. 443.

come si può verificare immediatamente invertendo le relazioni in (6.11) e (6.12).

Nel caso più generale, seguendo ancora la trattazione di Snyder *et al.*⁴, si può calcolare il rapporto di asimmetria atteso tra le probabilità dello stato ψ_2 nelle due configurazioni (**A**) e (**B**), in corrispondenza di angoli di scattering θ_1 e θ_2 e angoli tra piani di scattering generici.

Per uguali angoli di scattering e in una rappresentazione di geometria ideale, $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, il rapporto generale appena citato si riduce alla funzione

$$\rho = \frac{\mathcal{N}_A}{\mathcal{N}_B} = 1 + \frac{2 \sin^4 \theta}{\gamma^2 - 2\gamma \sin^2 \theta} \quad (6.15)$$

con

$$\gamma = 2 - \cos \theta + \frac{1}{2 - \cos \theta} ,$$

disegnata nella Figura 6.3. A conferma della trattazione esemplificativa sopra illustrata, si

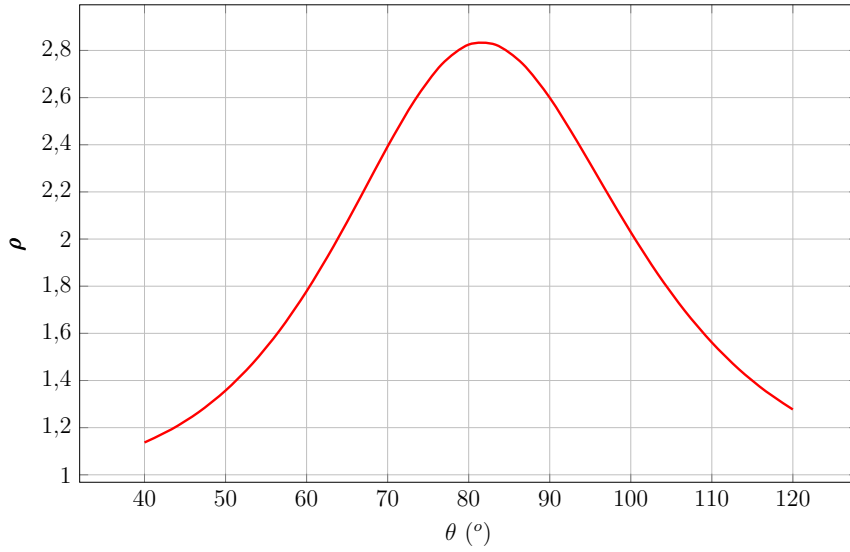


Figura 6.3: Grafico dell'andamento del valore atteso del rapporto di asimmetria ρ in funzione di θ

noti che in corrispondenza di $\theta = \pi/2$ questo rapporto ha valore $\rho = 2.6$, esattamente lo stesso ricavato sopra. Possiamo osservare, inoltre, che la curva $\rho(\theta)$ presenta un massimo in corrispondenza di $\theta = 82^\circ$, dove $\rho = 2.835$.

⁴Si veda [7] p. 441-443.

6.3 Analisi dei dati

Gli spettri acquisiti sono stati analizzati come nella sezione precedente. Dopo la sottrazione del fondo, si è proceduto ad effettuare un fit gaussiano del picco per valutare l'area sottesa al picco stesso. Si sono acquisiti i dati nelle due Configurazioni **(A)** e **(B)** ad azimuth variabile (0 e $\pi/2$), in corrispondenza di due differenti angoli di scattering θ :

Configurazione	Angolo di scattering θ
(A)	90°
(B)	90°
(A)	82°
(B)	82°

Si è scelto 90° che permette la trattazione teorica più semplice e 82° dove ρ è massimo. Si è quindi proceduto a calcolare il rapporto tra il numero di conteggi in Configurazione **(A)** e in Configurazione **(B)** per entrambi gli angoli. Si riportano i valori ottenuti:

Angolo di scattering θ	$\rho = \frac{N_A}{N_B}$	σ_ρ	ρ_{atteso} per P=-1	ρ_{atteso} per P=+1
90	2.97	0.29	2.6	0.38
82	2.58	0.32	2.835	0.35

Entrambi i risultati sono compatibili con il valore atteso per parità P=-1 entro una σ , mentre distano circa 7σ dal valore atteso se il positronio presentasse una parità intrinseca P=1. Si può quindi concludere che la parità intrinseca del positronio è P=-1.

Capitolo 7

Conclusioni

Dalle analisi effettuate sui dati sperimentali raccolti si ricavano i seguenti risultati:

- 1) La legge di Compton è ben verificata e i parametri ricavati dal fit sono entro 1σ compatibili con quelli attesi.
- 2) Si è verificato, seppur con χ^2 ridotto di circa 3, l'andamento della sezione d'urto di Klein-Nishina. Non stato possibile verificare il valore assoluto della sezione d'urto poichè non si è potuto stimare correttamente il parametro di numero di bersagli.
- 3) Il rapporto di asimmetria risulta compatibile entro 1σ con quello atteso: si può quindi concludere che la parità del positronio è $P=-1$, come previsto dalla teoria di Dirac.

Capitolo 8

APPENDICI

8.1 Schermature

Si analizza in questa Sezione il ruolo delle schermature introdotte ai fini di massimizzare il rapporto segnale/rumore degli spettri energetici acquisiti.

In primo luogo si è valutato di schermare il rivelatore accettore. La schermatura del rivelatore accettore è necessaria in quanto, nei casi di coincidenze spurie, esso acquisisce dei conteggi relativi ad eventi non corrispondenti ai fotoni Compton, che costituiscono quindi un fondo ambientale importante. Le coincidenze spurie sono dovute all'apertura del gate da parte dei fotoni provenienti dalla sorgente o eventualmente anche da parte di fotoni ambientali. Tale fondo è sensibilmente ridotto dalla schermatura adottata e ha un andamento esponenziale ben verificata come in Sezione 5.1.

È inoltre stato necessario schermare il rivelatore spettroscopico anche dai fotoni di 511 KeV provenienti direttamente dalla sorgente, come mostrato in Figura 8.2, poichè, soprattutto ad angoli bassi, il picco relativo a tali eventi copriva quello degli eventi Compton, che risultava così difficilmente individuabile.

Si è deciso di schermare anche il rivelatore di gate, in quanto la schermatura evita che il gate si apra in corrispondenza di fotoni ambientali con un'energia compatibile con la larghezza della finestra di selezione in energia. Le schermature adottate durante le acquisizioni delle misure relative alla formula di Compton e alla sezione d'urto Klein-Nishina sono mostrate in Figura 8.2.

Per quanto riguarda le acquisizioni delle misure di verifica della parità del positronio si sono fatte considerazioni analoghe per quanto riguarda le schermature, e si è quindi deciso di schermare il rivelatore accettore e quello di gate dalla radioattività ambientale e da quella proveniente direttamente dalla sorgente, come mostrato in Figura 8.3

Per effettuare la schermatura sono stati scelti mattoni di piombo dello spessore di 5 cm. Tale spessore garantisce che tutti i fotoni rivelabili incidenti sul mattone siano assorbiti. Infatti, come si può dedurre dal grafico in Figura 8.1, il coefficiente di assorbimento totale massico μ/ρ decresce con l'energia del fotone incidente e per fotoni di 1,5 KeV (energia massima rivelabile dall'MCA in uso) vale 0,05222 cm²/g per il piombo. La frazione di fotoni di 1,5 MeV uscenti dal mattone è quindi $f = \frac{I}{I_0} = e^{-(\mu/\rho)t}$ con $t = \rho x$, che per $x = 5$ cm e $\rho = 11.34$ g/cm³ (a 20 °C) risulta essere del 5 % circa. Per fotoni di energia inferiore, dato l'andamento di μ/ρ mostrato in Figura 8.1, ci si attende una frazione di fotoni trasmessi inferiore; risultano quindi sufficienti i 5 cm di spessore utilizzati. La radioattività della schermatura stessa che viene rivelata dagli scintillatori consiste in dei raggi X di energie comprese tra 75 e 87 KeV. Si nota infatti negli spettri un picco allargato compatibile con quelle energie; tale picco però non disturba la misura in quanto si trova ad energie molto più basse di quelle di interesse.

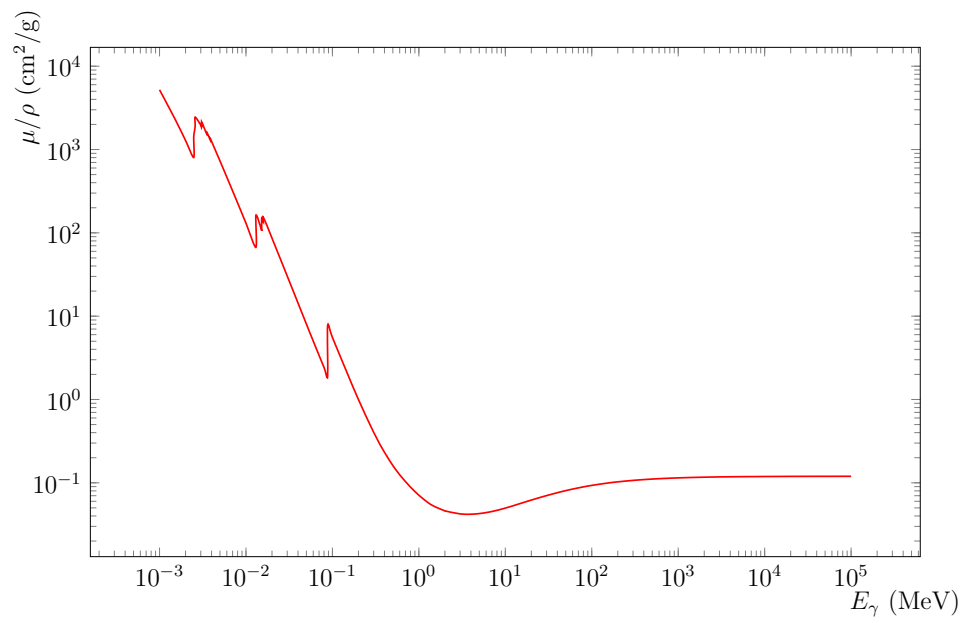
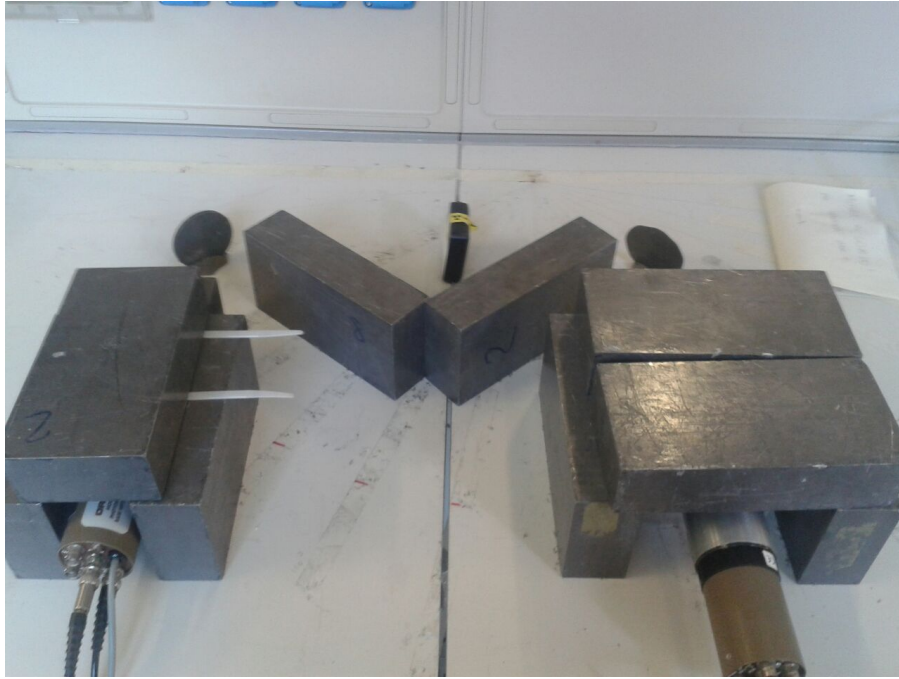


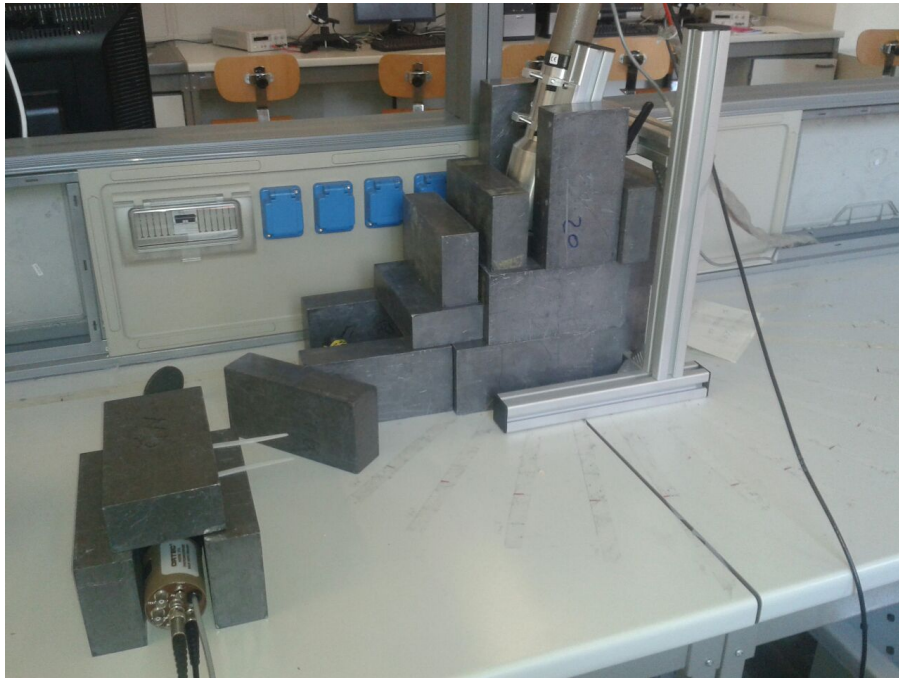
Figura 8.1: Coefficiente di attenuazione totale massico per il piombo in funzione dell'energia dei fotoni incidenti.



Figura 8.2: Schermature utilizzate per la misura della formula di Compton e della Klein-Nishina.



(a) Configurazione planare.



(b) Configurazione verticale.

Figura 8.3: Schermature utilizzate per la misura della parità del positronio.

8.2 Errori Sperimentali

Gli errori sulle gaussiane fittate sono stati assunti come:

Grandezza	Errore
Centroide	$\frac{\sigma \cdot C}{\sqrt{A}}$
Area	$\sqrt{A}$
FWHM	$\frac{W^2}{\sqrt{2A}}$

Tabella 8.1: Formule di propagazione degli errori utilizzate.

dove A è l'area del picco, C il centroide, σ è la deviazione standard ricavata dal fit e W è la FWHM. Gli errori sulle distanze sono stati assunti pari alla sensibilità dello strumento utilizzato per misurare. Infine tutti gli errori sono stati propagati con la formula alle derivate parziali per la propagazione delle incertezze.

Bibliografia

- [1] G. F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, Wiley, 4th Edition.
- [2] W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach*, Springer, 1994.
- [3] D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Cambridge University Press, fourth edition, 2000.
- [4] A. Alessandrello, B. Gervasio, L. Zanutti, D. Belluzzo (*) e S. Donati Guerrieri (*), *Misura della diffusione Compton in un esperimento a scopo didattico*, Giornale di Fisica, Vol. XXXV n.3, Luglio-Settembre 1994.
- [5] J.A. Wheeler, *Polyelectrons*, Annals of the New York Academy of Sciences 48, 219, 1946.
- [6] C.S. Wu, L. Shakhnov, *Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation*, Physical Review, Vol. 77 n.1, 1 Gennaio 1950.
- [7] H.S. Snyder, S. Pasternack, J. Hornbostel, *Angular Correlation of Scattered Annihilation Radiation*, Physical Review, Vol. 73 n.5, 1 Marzo 1948.
- [8] M.D. Harpen, *Positronium: Review of symmetry, conserved quantities and decay for the radiological physicist* Med. Phys. 31, 57 (2004).