



Università degli Studi di Milano-Bicocca
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
Corso di Laurea Magistrale in Fisica

Misura della vita media e verifica della violazione di parità nel decadimento del muone polarizzato

Candidati:

Emanuele Fossati

Giacomo Mangiagalli

Federica Mantegazzini

Fabio Moretti

- Anno Accademico 2013-2014 -

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Scopo dell'esperimento	1
1.2	Muoni nei raggi cosmici	1
1.3	Decadimento libero del muone	3
1.4	Decadimento nella materia	5
1.4.1	Decadimento in stato legato dei μ^-	5
1.4.2	Cattura nucleare dei μ^-	6
2	Apparato sperimentale	9
2.1	Setup sperimentale	9
2.1.1	Strumentazione elettronica	9
2.1.2	Scintillatori	10
2.1.3	Potere di frenamento del muone	11
2.1.4	Analisi della forma d'impulso	13
2.2	Caratterizzazione degli scintillatori	15
2.2.1	Misure di singola	15
2.2.2	Misure di efficienza	18
2.2.3	Linearità	21
2.3	Calibrazione elettronica	23
2.3.1	Unità di coincidenza	23
2.3.2	Discriminatore	24
2.4	Verifiche di stabilità del sistema	26
2.4.1	Distribuzione Poissoniana	26
3	Misura della vita media	29
3.1	Configurazione dell'apparato sperimentale	29
3.1.1	Ritardo start-stop	30
3.2	Risultati ed analisi	31
3.2.1	Decadimento in Carbonio	31
3.2.2	Decadimento in Alluminio	34
3.2.3	Decadimento in Cloruro di Sodio	38

4	Verifica della violazione di parità	41
4.1	Descrizione teorica	41
4.1.1	Violazione di parità nel decadimento muonico	41
4.1.2	Interazione con il campo magnetico	42
4.2	Configurazione dell'apparato sperimentale	46
4.3	Risultati ed analisi	51
A	Descrizione programma Libero.C	55
B	Teorema di Nyquist-Shannon	59

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Scopo dell'esperimento

Gli obiettivi dell'esperimento sono:

- Misurare la vita media τ_μ del muone in carbonio, cloruro di sodio e alluminio
- Verificare la violazione della parità nelle interazioni deboli e in particolare nel decadimento del muone

1.2 Muoni nei raggi cosmici

I muoni sono leptoni con carica unitaria positiva o negativa, spin $\frac{1}{2}$ e massa a riposo pari a

$$m_\mu = 105,6583668 \pm 0,0000038 \text{ MeV} \quad (1.1)$$

I muoni rivelati in laboratorio hanno origine cosmica. I raggi cosmici sono costituiti da particelle provenienti dallo spazio esterno e si dividono in due categorie:

- *Raggi cosmici primari*: hanno origine nello spazio esterno, provengono dal Sole e dalle altre stelle, da fenomeni energetici (come novae e supernovae) o anche da quasar; sono composti da protoni ($\sim 95\%$) e da nuclei di Elio ($\sim 5\%$).
- *Raggi cosmici secondari*: sono prodotti dall'interazione dei raggi cosmici primari con l'atmosfera terrestre; sono costituiti soprattutto da pioni e kaoni che decadono in particelle stabili o con una vita media tale da essere osservate sulla Terra (elettroni, protoni, muoni e neutrini):

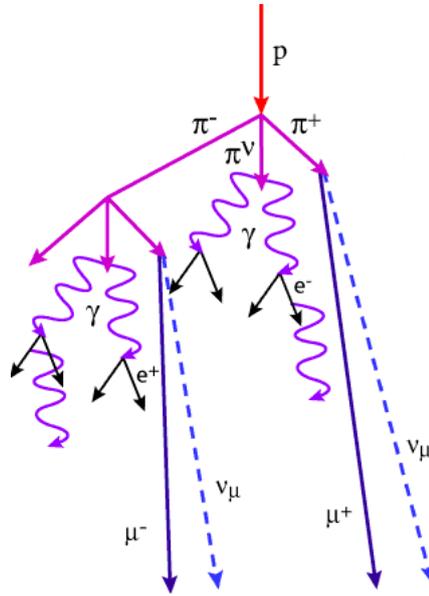


Figura 1.1: Raggi cosmici primari e secondari

I muoni rivelati in laboratorio sono originati a circa 15 Km di quota dal decadimento dei mesoni dei raggi cosmici secondari. Per percorrere tale distanza nel vuoto è necessario che il loro fattore relativistico γ valga ~ 23 , ovvero che la loro energia sia $E = \gamma mc^2 \approx 2,4 \text{ GeV}$. Inoltre tali muoni perdono circa 2 GeV di energia per ionizzazione. Di conseguenza, affinché un muone raggiunga la superficie terrestre, deve possedere un'energia minima di circa 4 GeV, che equivale all'energia media dei muoni osservati sulla Terra. La distribuzione angolare dei muoni a livello del mare con energia superiore ai 3 GeV è:

$$\frac{dN}{d\Omega dA dt} \approx I_0 \cos^2\theta \quad I_0 \approx 100 \text{ m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{s}^{-1} \quad (1.2)$$

1.3 Decadimento libero del muone

Il muone è una particella instabile: il muone negativo decade in un elettrone emettendo due neutrini, mentre il muone positivo decade in un positrone emettendo due neutrini:

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\quad (1.3)$$

con una vita media che è stata misurata sperimentalmente ([1]):

$$\tau_\mu = 2196980,3 \pm 2,1 \pm 0,7 \text{ ps} \quad (1.4)$$

Si tratta di un processo debole mediato dal bosone vettore W e il corrispondente diagramma di Feynman è riportato in figura 1.2.

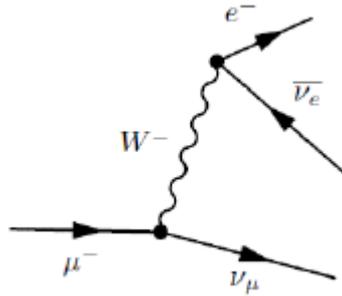


Figura 1.2: Diagramma di Feynman del decadimento del muone libero

Il propagatore ha la seguente forma:

$$P_{\mu\nu} = -i \frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_w^2 c^2}}{q^2 - M_w^2 c^2} \quad (1.5)$$

dove q è il momento trasferito e M_w è la massa del propagatore W. Dal momento che $q \ll M_w$, si può approssimare:

$$P_{\mu\nu} = i \frac{g_{\mu\nu}}{M_w^2 c^2} \quad (1.6)$$

I vertici del diagramma si scrivono così:

$$V_{\mu\nu}^1 = \bar{v}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_2 \frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} (2\pi)^4 \delta(p_1 - p_2 - q) \quad (1.7)$$

$$V_{\mu\nu}^2 = v_3 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \bar{u}_4 \frac{-i g_w}{2\sqrt{2}} (2\pi)^4 \delta(q - p_3 - p_4) \quad (1.8)$$

con $g_w = \sqrt{4\pi\alpha_w}$

dove V_1 è il primo vertice, V_2 è il secondo vertice, p_1, p_2, p_3, p_4 sono rispettivamente i momenti di μ^-, ν_μ, e^- e $\bar{\nu}_e$.

L'elemento di matrice \mathcal{M} risulta quindi:

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M} = & \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \bar{v}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \bar{u}_2 \left(-i \frac{g_w}{2\sqrt{2}} \right) (2\pi)^4 \delta(p_1 - p_2 - q) \\ & + v_3 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \bar{u}_4 \left(-i \frac{g_w}{2\sqrt{2}} \right) (2\pi)^4 \delta(q - p_3 - p_4) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Scegliendo un sistema di riferimento tale per cui la parte cinematica del muone si azzera e imponendo la conservazione del momento: $p_1 = p_2 + p_3 + p_4$ si ottiene:

$$\langle |\mathcal{M}^2| \rangle = \left(\frac{g_w^2 m_\mu}{M_w^2 c} \right)^2 |p_1| (m_\mu c - 2|p_2|) \quad (1.10)$$

La larghezza di decadimento si ottiene con la Regola d'oro di Fermi:

$$\Gamma = \frac{s}{2\hbar m_1} \int |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - \sum_j p_j) \prod_j (2\pi) \delta(p_j^2 - m_j^2 c^2) \theta(p_j^0) \frac{d^4 p_j}{(2\pi)^4} \quad (1.11)$$

e risulta:

$$\Gamma = \left(\frac{m_\mu g_w}{M_w} \right)^4 \frac{m_\mu c^2}{12\hbar(8\pi)^3} \quad (1.12)$$

Ricordano che $G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^2$ e ponendo $\hbar = c = 1$ si ottiene:

$$\Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} (1 + \Delta q) \quad (1.13)$$

dove $(1 + \Delta q)$ é la correzione di loop.

La vita media $\tau_\mu = 1/\Gamma$ risulta quindi:

$$\tau_\mu = 2,2 \mu s \quad (1.14)$$

1.4 Decadimento nella materia

Quando i muoni interagiscono con la materia si comportano in modo differente a seconda della loro carica. È utile tenere conto che i muoni che arrivano sulla superficie terrestre sono composti da μ^+ al 56% e da dei μ^- al 44%. Sia i μ^+ che i μ^- quando attraversano un materiale rilasciano energia per ionizzazione. Finché la loro energia è sufficientemente alta (maggiore di qualche keV) il processo di ionizzazione, che non dipende dalla carica dei muoni, domina sugli altri. Quando l'energia si abbassa oltre tale soglia gli altri processi, che dipendono dalla carica, iniziano a diventare significativi. I muoni positivi perdono energia attraversando un materiale e una volta a riposo possono decadere in stato libero. I muoni negativi dopo aver perso energia per ionizzazione vengono catturati dagli atomi del materiale andando a sostituire un elettrone atomico. Il muone catturato dall'atomo, se non si trova già sullo stato fondamentale, lo raggiunge emettendo energia sotto forma di fotoni X o elettroni Auger. A questo punto i μ^- possono seguire due diversi processi che sono il *decadimento in stato legato* o la *cattura nucleare*.

1.4.1 Decadimento in stato legato dei μ^-

Gli effetti di cui bisogna tener conto nel calcolo della vita media del muone che decade in stato legato sono i seguenti:

- L'energia a disposizione del muone si riduce per via dell'energia impiegata per mantenere il legame e di conseguenza lo spazio fasi dei prodotti del decadimento del muone diminuisce.
- Il moto relativistico del muone attorno al nucleo fa sì che nel sistema di riferimento del muone il tempo si dilati. Tenendo conto che nel modello di Bohr le orbite sono circolari, calcolando la forza centripeta e inserendo l'equazione del raggio di Bohr, si ottiene:

$$t_\mu = \gamma t = \frac{t}{(1 - (Z\alpha)^2)^{1/2}} \quad (1.15)$$

- Il potenziale elettrostatico modifica la vita media di un fattore $b = 1 + \frac{V(r)}{mc^2}$. Utilizzando la formula del raggio di Bohr si ottiene:

$$b = 1 - (Z\alpha)^2 \quad (1.16)$$

Complessivamente la vita media del muone che decade in stato legato (τ_{legato}) subisce la seguente correzione rispetto al tempo di vita τ_μ del caso libero:

$$\tau_{legato} = \tau_\mu \frac{1 - (Z\alpha)^2}{(1 - (Z\alpha)^2)^{1/2}} = \tau_\mu (1 - (Z\alpha)^2)^{1/2} \quad (1.17)$$

1.4.2 Cattura nucleare dei μ^-

La probabilità di cattura è proporzionale al numero atomico Z dell'atomo poiché il raggio dell'orbitale atomico dipende da quest'ultimo tramite la seguente formula:

$$r_0 = \frac{\hbar^2}{Zm_\mu e^2} \quad (1.18)$$

Quindi maggiore è Z , minore sarà il raggio e di conseguenza maggiore sarà la probabilità che il muone si trovi sufficientemente vicino al nucleo da subire la cattura. Una volta all'interno del nucleo il muone può interagire con un quark attraverso il seguente processo debole, il cui diagramma di Feynman è mostrato in figura 1.3:

$$\mu^- + p \rightarrow \nu_\mu + n \quad (1.19)$$

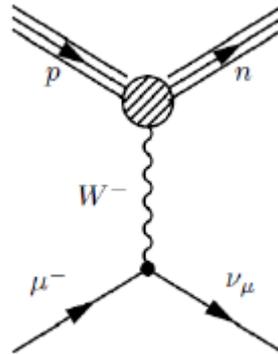


Figura 1.3: Diagramma di Feynman del decadimento $\mu^- + p \rightarrow \nu_\mu + n$

Il processo appena descritto può avvenire anche in maniera radiativa anche se la probabilità è inferiore di un fattore 10^4 rispetto a quella del processo non radiativo. Il neutrone prodotto può essere espulso dal nucleo oppure può cedere la propria energia emettendo fotoni o decadendo doppio β . La probabilità che il muone subisca cattura nucleare dipende dal numero

atomico Z del materiale e, secondo il modello fenomenologico di Promakiff, vale:

$$\Gamma_{cattura}(Z) = Z_{eff}^4 X_1 \left(1 - X_2 \frac{A-Z}{2A} \right) \quad (1.20)$$

dove X_1 rappresenta la probabilità di cattura nucleare da parte di un atomo di idrogeno, X_2 è una correzione legata al principio di esclusione di Pauli, Z_{eff} è la carica nucleare effettiva, ovvero vista dal muone al netto delle schermature da parte degli elettroni:

$$Z_{eff} = Z(1 + (Z/42)^{1,47})^{-0,68} \quad (1.21)$$

X_1 e X_2 sono parametri liberi del modello.

La corrispondente vita media risulta:

$$\tau_{cattura} = \frac{1}{\Gamma_{cattura}} = \frac{1}{Z_{eff}^4 X_1 \left(1 - X_2 \frac{A-Z}{2A} \right)} \quad (1.22)$$

In conclusione si deduce che i μ^+ decadono in un materiale con un tempo di vita equivalente al caso di decadimento libero. Invece la probabilità di decadimento dei μ^- in un materiale è data dalla somma delle probabilità di decadimento per cattura nucleare e per decadimento in stato legato

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{cattura} + \Gamma_{legato} \quad (1.23)$$

e di conseguenza la vita media risulta:

$$\tau = \frac{\tau_{cattura} \cdot \tau_{legato}}{\tau_{cattura} + \tau_{legato}} \quad (1.24)$$

Elemento	Z	τ (ns)
C	6	2025±4
Na	11	1190±20
Al	13	880±10
Cl	17	540±20

Tabella 1.1: Tempi di decadimento dei μ^- in diversi materiali [2]

Capitolo 2

Apparato sperimentale

2.1 Setup sperimentale

2.1.1 Strumentazione elettronica

La strumentazione elettronica utilizzata nel corso dell'esperimento è riportata nel seguente elenco:

- 12 Slot NIM Crate, mod NIM 8304 (C.A.E.N.)
- Dual Timer, mod 2255B (C.A.E.N.)
- Quad Coincidence , mod 622C (LeCroy)
- 3 Fold Logic Unit , mod N405 (C.A.E.N.)
- 4 Ch Programmable HV Power Suplly , mod N470 (C.A.E.N.)
- Dual Timer , mod N93B (C.A.E.N.)
- 4-8 Logic Fan In Fan Out , mod N454 (C.A.E.N.)
- 8 Ch Low Thr Discriminator , mod N417 (C.A.E.N.)
- Quad Scaler and Preset Counter Timer , mod N1145 (C.A.E.N.)
- Dual Delay 3,5 ÷ 35 ns , mod N108 (C.A.E.N.)
- Two Channel Digital Storage Oscilloscope ,mod TDS 2022 (Tektronix)

Le specifiche di ogni modulo sono disponibili nei siti web delle case produttrici.

2.1.2 Scintillatori

Gli scintillatori sono rivelatori che permettono di rivelare il passaggio di particelle ionizzanti. I materiali usati per costruire scintillatori possono essere di tipo organico o inorganico, nel nostro lavoro abbiamo usato scintillatori plastici cioè di tipo organico ((2CH₃)C₆H₄CH₂ Polyvinyl-Toluene) molto veloci nella risposta e quindi con una buona risoluzione temporale, ma con una bassa resa in luce. Alla base del funzionamento degli scintillatori organici c'è l'idea che la particella ionizzante deposita energia nel rivelatore generando un'eccitazione molecolare, successivamente si ha il processo di diseccitazione con una emissione di fotoni. In sostanza si ha una conversione dell'energia della particella incidente in luce, questa conversione per particelle cariche come i muoni è lineare:

$$L = SE \quad (2.1)$$

dove L è la luce raccolta, E è l'energia della particella. S è un coefficiente di conversione e assume valori dell'ordine di qualche percento. Uno scintillatore è tanto più buono quanto meno questa conversione devia dalla linearità; inoltre il fattore S deve essere indipendente dal punto dello scintillatore in cui è avvenuta l'interazione. La parte di energia che non viene trasformata in luce si dissipa tramite processi non radiativi, principalmente attraverso vibrazioni del reticolo e calore. È importante che la raccolta della luce sia uniforme, però la luce emessa nel decadimento è isotropica, quindi la maggior parte non viene emessa in direzione del fototubo e rischia di sfuggire dallo scintillatore. Per ridurre gli effetti legati alla perdita di fotoni alla superficie si sfrutta il meccanismo di riflessione totale. Altra ragione di una non corretta raccolta di luce riguarda lo spettro di emissione, infatti gli scintillatori devono essere trasparenti rispetto alla loro stessa emissione altrimenti si avrebbe un effetto di autoassorbimento molto importante. Ai fini di avere una buona risoluzione temporale il meccanismo di diseccitazione deve essere molto rapido, questo accade quando la diseccitazione avviene tramite fluorescenza (\sim ns), in parallelo a essa ci sono però meccanismi di diseccitazione ritardata come fosforescenza, fluorescenza ritardata o quenching ($\sim 100 \mu s$). I fotoni prodotti nello scintillatore vengono poi raccolti dal fotocatodo che avrà il compito di trasformare più fotoni possibile in elettroni di bassa energia (~ 3 eV) che serviranno a dare il segnale. Sulla superficie del fotocatodo vengono convogliati, tramite delle guide di luce, i fotoni di diseccitazione, questi interagiscono con il materiale del fotocatodo producendo fotoelettroni. Il fotoelettrone prodotto migra nel fotocatodo perdendo energia, quindi lo spessore del fotocatodo deve essere minore del range dell'elettrone così che l'elettrone possa uscire dal fotocatodo. Questa necessità rende però il fotocatodo semitrasparente

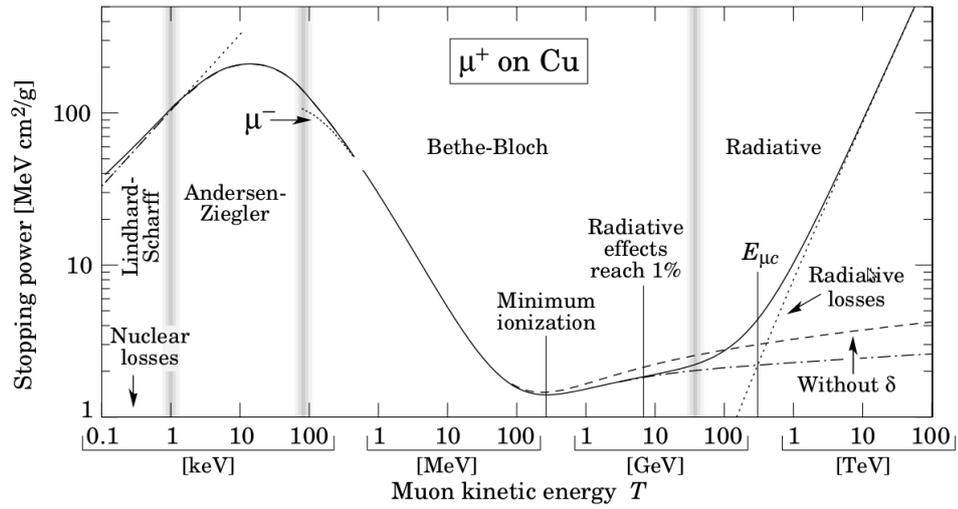
e incapace di trasformare tutti i fotoni incidenti in fotoelettroni. Una volta che gli elettroni sono arrivati sulla superficie del fotocatodo devono avere una energia sufficiente a superare la barriera di potenziale che c'è nell'interfaccia tra materiale e vuoto. Conseguenza di ciò è l'esistenza di un cut-off energetico per gli elettroni, valori di questo cut-off sono funzione del materiale del fotocatodo. Un parametro in grado di descrivere efficacemente questi fenomeni è l'efficienza quantica definita come il rapporto tra il numero di fotoelettroni emessi e il numero di fotoni incidenti, per i motivi di cui sopra l'efficienza quantica in un fotocatodo assume valori intorno al 20-30 %. Gli elettroni che vengono emessi dal fotocatodo vengono accelerati da un campo elettrico, che vista la piccola energia dell'elettrone in uscita dal fotocatodo deve essere molto grande, e fatti collidere su degli elettrodi, chiamati dinodi, che se di materiali adatti rimettono un numero maggiore di elettroni. Definiamo δ come il guadagno del singolo dinodo, cioè il rapporto tra il numero di elettroni incidenti e di elettroni emessi sulla e dalla superficie del dinodo. Nel fotomoltiplicatore questo processo di moltiplicazione viene ripetuto più volte e il guadagno totale risulta essere il prodotto dei guadagni di ogni singolo stadio di moltiplicazione (valori tipici di G sono dell'ordine di 10^6). Questo guadagno deve essere il più costante possibile altrimenti si perderebbe la correlazione tra impulso in uscita e energia della particella incidente sullo scintillatore. Infine gli elettroni moltiplicati vengono raccolti all'anodo e il segnale prodotto è sufficientemente ampio da poter essere trattato senza bisogno di amplificazione.

2.1.3 Potere di frenamento del muone

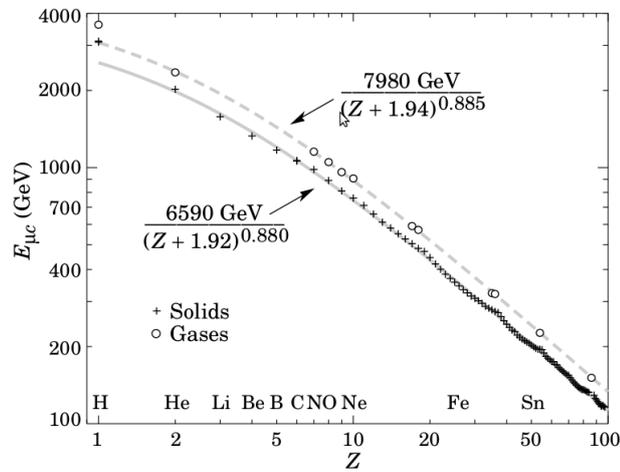
I modi attraverso i quali un muone perde energia in un materiale sono due: perdite radiative, come Bremsstrahlung, produzione di coppia e interazioni fotonucleari (il fotone interagisce elettromagneticamente con un nucleo atomico) e perdite elettroniche come ionizzazione e eccitazione. I muoni provenienti dai raggi cosmici interagiscono con i nostri scintillatori con energie intorno ai 4 GeV, il contributo predominante è quello dovuto alla ionizzazione e in piccola parte alle perdite radiative come Bremsstrahlung e produzione di coppia. Un parametro che ci permette di descrivere tale andamento è il potere di frenamento, ovvero l'energia persa per unità di lunghezza. Il potere di frenamento per un muone è scomponibile in due contributi nella seguente maniera:

$$-\frac{dE}{dx} = a(E) + b(E)E \quad (2.2)$$

dove $a(E)$ descrive il potere di frenamento elettronico mentre $b(E)$ quello dovuto ai processi radiativi. Il potere di frenamento elettronico è calcolato sommando tutti i contributi dovuti ai diversi eventi di scattering.



(a) Potere di frenamento per μ^+ in Cu in funzione dell'energia cinetica



(b) Energia critica dei μ

Figura 2.1: Grafici caratteristiche muoni, [3]

Si hanno differenti contributi dovuti a diverse energie cinetiche degli elettroni scatterati. A questi effetti vanno aggiunte delle correzioni: per le basse energie correzioni di shell che si manifestano quando la velocità delle particelle è prossima alla velocità orbitale degli elettroni e quindi devono essere considerati con maggior dettaglio i legami orbitali di ogni elettrone bersaglio. Altre correzioni sono quelle dovute a diagrammi di ordine superiore come può essere l'emissione di fotoni prima o dopo lo scambio del fotone con l'elettrone. Tutta questa discussione può essere riassunta nella seguente equazione di Bethe-Bloch per i muoni che descrive quindi il contributo elettronico [4]:

$$-\left(\frac{dE}{dX}\right)_{elet} = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left(\ln\left(\frac{2m_e v^2 \gamma^2}{I}\right) - \beta^2 \right) \quad (2.3)$$

Il contributo radiativo al potere di frenamento per un muone è come detto $b(E)E$, dove $b(E)$ ha una dipendenza debole da E ed è la somma dei diversi contributi introdotti precedentemente:

$$b = b_{brems} + b_{pair} + b_{nucl} \quad (2.4)$$

Dove b_{brems} è il contributo dovuto alla Bremsstrahlung, b_{pair} quello dovuto alla produzione di coppia che si divide in due differenti contributi, uno dovuto alla produzione di coppia causata dall'interazione muone-nucleo e uno dovuto all'interazione muone-elettrone atomico, infine b_{nucl} è il contributo dovuto a interazioni fotonucleari importanti in materiali ad alto Z . Si definisce come energia critica $E_{\mu c}$ quell'energia alla quale il contributo elettronico e quello radiativo sono equivalenti, in formule essa equivale al rapporto tra $a(E)$ e $b(E)$. Questo parametro è funzione dello Z del materiale e assume valori maggiori nei gas rispetto che nei solidi e nei liquidi a causa di una minore correzione dovuta all'effetto di densità. Esistono funzioni empiriche per descrivere l'andamento di $E_{\mu c}$ (2.1b) anche se la sua dipendenza dal potenziale di ionizzazione e dall'effetto di densità, oltre che da Z , fa sì che siano necessarie opportune correzioni per ogni singolo materiale. Nel caso del Carbonio si evidenzia dal grafico che $E_{\mu c}$ è intorno ai 1000 GeV, a conferma di quanto detto precedentemente riguardo al fatto che la ionizzazione sia il principale meccanismo di perdita di energia del muone nel materiale.

2.1.4 Analisi della forma d'impulso

Dal grafico in 2.1a possiamo valutare che il dE/dX di un muone di energia di 1 GeV nel rame ($Z = 29$) è circa pari a 1,5 MeV/cm, i nostri rivelatori sono però plastici con $Z \approx 6$ quindi dobbiamo sfruttare le relazioni di scala

per ricondurci alla nostra situazione:

$$S_C = \frac{Z_C}{A_C} \frac{A_{Cu}}{Z_{Cu}} S_{Cu} \approx 1,6 \text{ MeV/cm} \quad (2.5)$$

Lo spessore dello scintillatore è di circa 4 cm, quindi l'energia totale rilasciata dal muone sarà circa 6 MeV. Questi vengono convertiti in fotoni con un rate di $1 \gamma / 100 \text{ eV}$ di conseguenza si ottengono 60000 γ . Il sistema di raccolta della luce la fotocatodo permette che circa il 25% dei fotoni arrivino effettivamente al fotocatodo, il quale ha una Q.E. pari a 20%. Il numero di fotoelettroni prodotti è quindi circa pari a $N = 60000 \cdot 0,2 \cdot 0,25 = 3000$. Poniamo ora che il fotomoltiplicatore sia di tipo standard con un guadagno dell'ordine di 10^6 e che il segnale viaggi in uscita dal fotomoltiplicatore in un cavo con impedenza 50Ω allora ci aspettiamo un segnale di ampiezza:

$$\Delta V = \frac{N \cdot e \cdot G \cdot R}{t} \approx 250 \text{ mV} \quad (2.6)$$

in accordo con i segnali osservati sull'oscilloscopio durante il lavoro.

Di seguito si riporta in figura 2.2 il segnale osservato. Tenendo conto che le divisioni sugli assi x e y sono rispettivamente di 4 ns e 4 mV, si verifica che l'impulso misurato è confrontabile con il calcolo teorico.

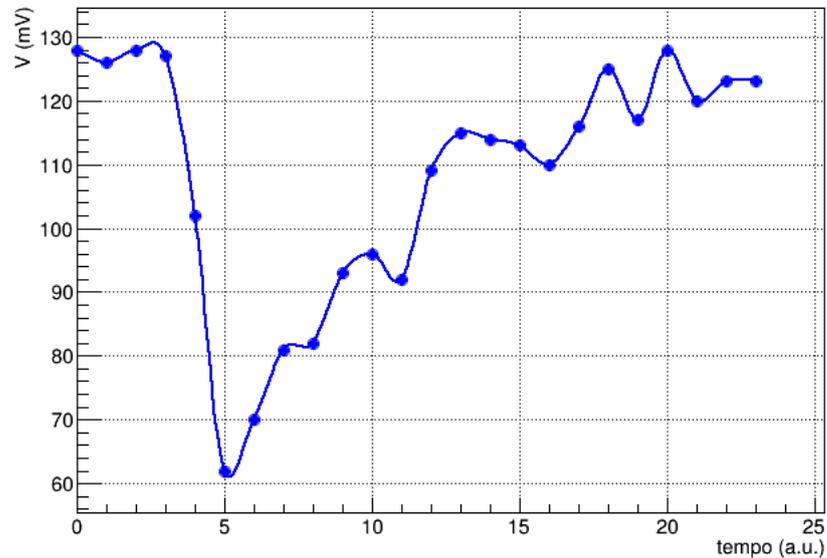


Figura 2.2: Impulso misurato

2.2 Caratterizzazione degli scintillatori

I tre scintillatori utilizzati nell'esperimento devono essere caratterizzati. In particolare si procede a due tipi di analisi:

Misure di singola Lo scopo è di studiare la risposta di ogni singolo scintillatore al variare della tensione di alimentazione e della soglia.

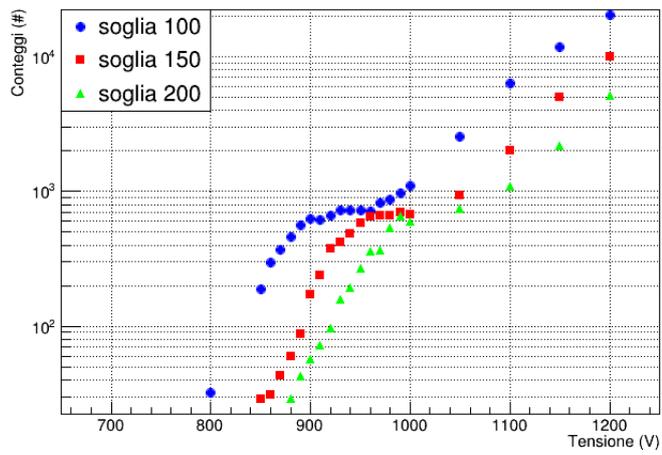
Misura di efficienza Si misurano conteggi di tripla coincidenza e di doppia coincidenza e dal loro rapporto si determina con buona accuratezza l'efficienza del rivelatore analizzato.

2.2.1 Misure di singola

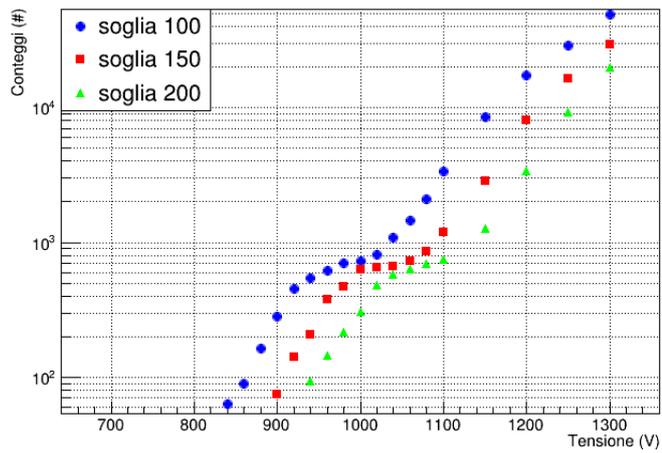
L'obiettivo della prima caratterizzazione effettuata sugli scintillatori è quello di selezionare gli impulsi generati dai muoni discriminandoli dal fondo gamma su un singolo scintillatore. A tale scopo colleghiamo l'uscita anodica del rivelatore ad un discriminatore a soglia che genera un impulso logico la cui salita è sincronizzata con l'istante in cui l'impulso lineare supera la soglia. La misura consiste nel conteggio di eventi su un intervallo di tempo fissato di 23 secondi, nella quale si aumenta la tensione di alimentazione tenendo la soglia fissa. L'andamento atteso è una curva in cui al crescere della tensione ci si aspetta un aumento del numero di conteggi dato che i segnali dovuti a radiazioni di bassa energia vengono amplificati fino al superamento della soglia. La soglia è stata fissata cercando un buon compromesso sul segnale anodico generato dallo scintillatore alimentato a 1 kV, tensione tipica di lavoro del fototubo. Considerando che il discriminatore ha un range di lavoro tra -250 mV e 0 mV, si sono scelte per le misure tre diverse soglie: -100 mV, -150 mV e -200 mV.

Le curve ottenute per i diversi scintillatori sono riportate in Fig. 2.3. Come ci aspettavamo inizialmente i conteggi aumentano all'aumentare della tensione poichè i segnali generati dai muoni meno energetici vengono portati sopra soglia. Vi è poi una regione di plateau nella quale il numero di conteggi non cambia al variare della tensione poichè tutti i segnali dei muoni, che hanno un flusso costante, sono sopra alla soglia mentre il fondo è ancora sotto. All'aumentare della tensione troviamo di nuovo una crescita del numero di conteggi dovuta ad un'eccessiva amplificazione dei segnali di fondo. La tensione di lavoro viene fissata ad un valore per cui si ha il plateau comune alle tre curve.

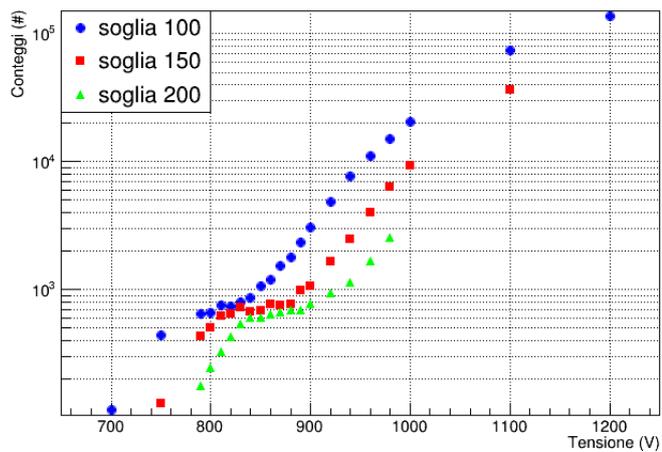
Fissata la tensione di lavoro per ogni scintillatore, viene effettuato il lavoro opposto, ossia si raccoglie il numero di conteggi a tensione costante mentre



(a) Scintillatore 565



(b) Scintillatore 566



(c) Scintillatore 567

Figura 2.3: Grafici conteggi vs tensione

viene fatta variare la soglia tra -50 mV e -250 mV con un passo di 10 mV. Al crescere della soglia il numero di conteggi diminuisce in corrispondenza di un restringimento della finestra del discriminatore, che accetta una tensione massima di -250 mV. L'innalzamento iniziale della soglia elimina gli eventi di fondo, dopodichè vi è una regione di plateau dovuta alla completa eliminazione del fondo. La soglia per il punto di lavoro verrà scelta nella regione centrale del plateau in modo che per piccole variazioni di tensione la misura rimanga il più stabile possibile. Un innalzamento ulteriore della soglia inizia a tagliare i muoni di basse energie fino alla chiusura totale della finestra di lettura. Gli andamenti sono in figura 2.4.

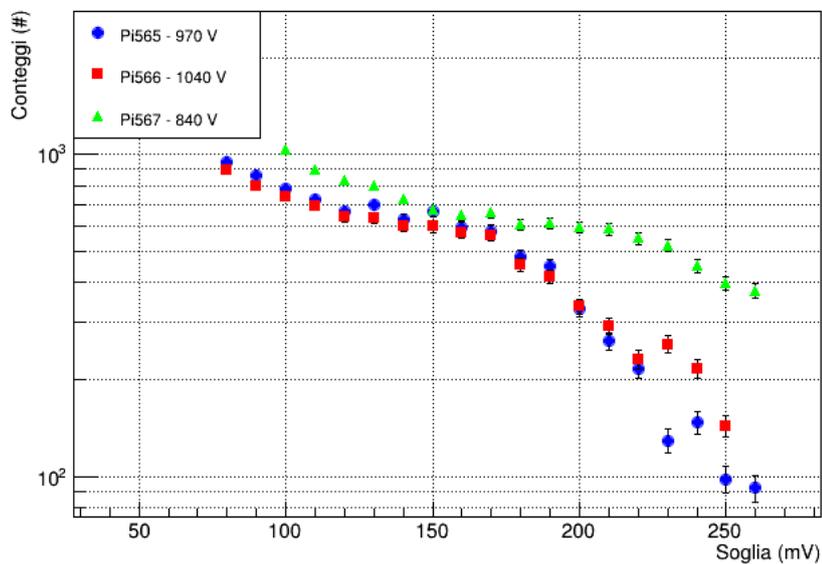


Figura 2.4: Grafici conteggi vs soglia

2.2.2 Misure di efficienza

Dalla calibrazione di singola si ottengono dei range di tensione e soglia ottimali per i diversi scintillatori, corrispondenti alle regioni di plateau, entro i quali troveremo il punto di lavoro. Per una stima più accurata di tale punto si valuta l'efficienza di rivelazione. Sovrapponiamo i tre rivelatori fissando per i due più esterni tensione e soglia ai valori centrali dei corrispondenti plateau. Ad essere caratterizzato sarà il rivelatore centrale, di cui saranno variate le soglie e l'alimentazione. I segnali uscenti dai rivelatori esterni vengono inseriti in un *Fan In Fan Out* che clona il segnale in ingresso e lo sdoppia in più uscite tenendo l'ampiezza del segnale costante.

Nel primo blocco di coincidenza, posto in configurazione di AND, vengono inseriti i segnali logici provenienti dai rivelatori esterni ottenendo un segnale logico in uscita in caso di successo. Questa operazione logica si chiama *coincidenza di doppia* e conferma, a meno di coincidenze causali, che il muone ha attraversato i rivelatori esterni e, per via della configurazione dell'apparato, necessariamente anche quello interno.

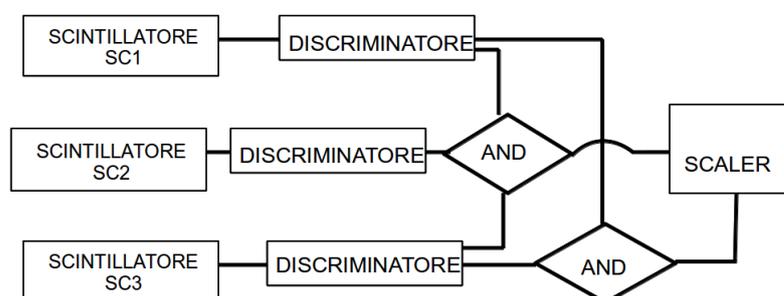


Figura 2.5: Configurazione elettronica per misure di efficienza

Nel secondo blocco di coincidenza, posto in configurazione di AND, ai segnali analoghi ai precedenti e clonati dal *Fan In Fan Out* si aggiunge il segnale logico uscente dal rivelatore di mezzo ottenendo così le cosiddette *coincidenze di tripla*. La misura dei conteggi viene effettuata su un intervallo di un minuto.

L'efficienza del rivelatore intermedio si ottiene dal rapporto tra i conteggi di tripla e i conteggi di doppia fissati. Se infatti consideriamo il tasso di conteggi dell' i -esimo rivelatore $R_i = \epsilon_i R$ dove R è il tasso di muoni che interagisce nel rivelatore e ϵ_i è l'efficienza del rivelatore, il tasso di coincidenze

doppie risulta $R_{ij} = R\epsilon_i\epsilon_j$ e quello di coincidenze triple è $R_{ijk} = R\epsilon_i\epsilon_j\epsilon_k$. L'efficienza del k-esimo rivelatore diventa:

$$\epsilon_k = \frac{R_{ijk}}{R_{ij}} \quad (2.7)$$

Otteniamo quindi una stima più accurata dell'efficienza dato che un muone, che si muove a velocità prossime a quelle della luce, attraversa in linea retta i tre rivelatori dando un segnale di tripla, contrariamente ai segnali spuri e al rumore che sono quindi facilmente eliminabili dato che danno impulsi scorrelati sul singolo rivelatore. La stessa operazione viene effettuata per tutti e tre i rivelatori ponendo sempre il rivelatore in analisi al centro. L'efficienza di ogni rivelatore in funzione dell'alimentazione e della soglia è riportata nei grafici di figura 2.6, il punto di lavoro è scelto in corrispondenza del massimo.

L'errore sull'efficienza è stato propagato considerando che la presenza (assenza) di un conteggio di tripla non è altro che un esito positivo (negativo) di una distribuzione binomiale il cui numero di tentativi è pari al numero di doppie. Per stimare l'errore sui conteggi di tripla si usa quindi l'errore proprio della distribuzione binomiale:

$$\sigma_{R_{123}} = \sqrt{Np(1-p)} \quad (2.8)$$

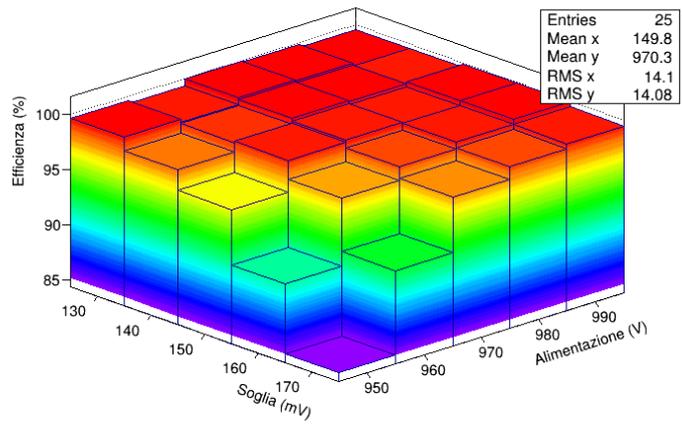
dove N è il numero di tentativi, cioè R_{13} , e p la probabilità di successo, cioè l'efficienza ϵ . Una volta ottenuta l'incertezza sul numero di triple si procede tramite la seguente formula in modo da ottenere l'errore sull'efficienza:

$$\epsilon = \frac{\sigma_{R_{123}}}{R_{13}} \quad (2.9)$$

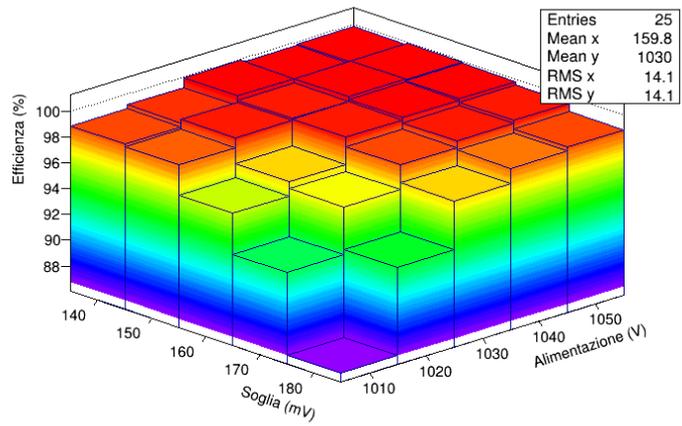
I punti di lavoro scelti sono:

Scintillatore	Tensione (V)	Soglia (mV)	Efficienza (%)
Pi-565	970	130	100
Pi-566	1040	150	99,81
Pi-567	840	150	99,91

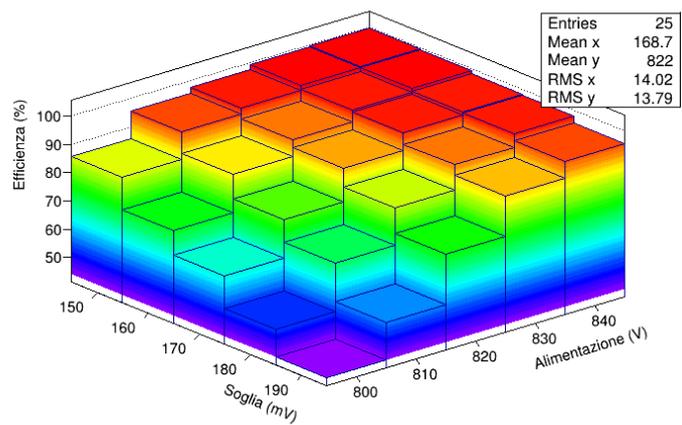
Tabella 2.1: Punti di lavoro



(a) Scintillatore 565



(b) Scintillatore 566

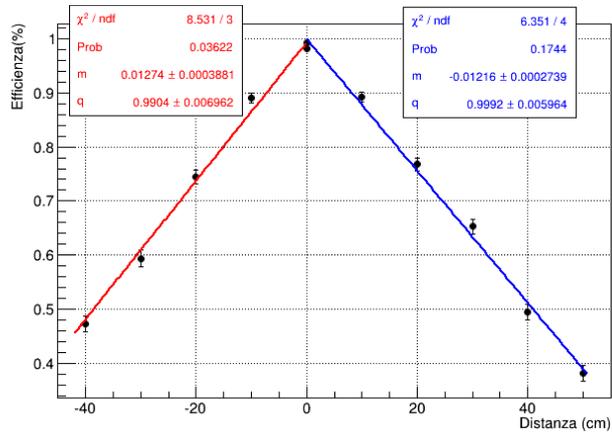


(c) Scintillatore 567

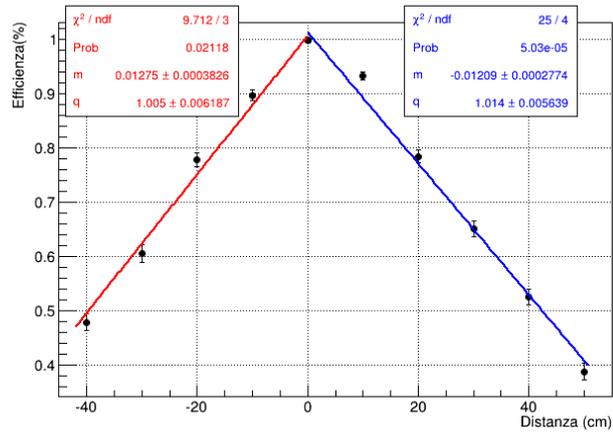
Figura 2.6: Efficienza scintillatori vs tensione vs soglia

2.2.3 Linearità

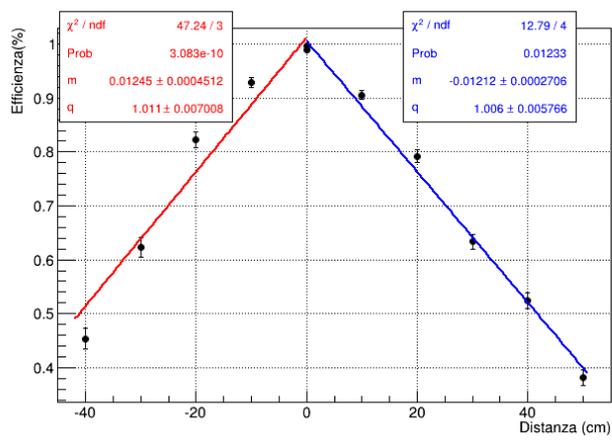
In questa sezione dell'esperimento si vuole verificare che ogni scintillatore abbia una raccolta di luce omogenea su tutta la superficie, o meglio che un particolare muone con energia e traiettoria ben definiti, produca lo stesso segnale elettronico indipendentemente dal punto dello scintillatore per cui passa. Per effettuare questa verifica si mantiene la catena logica utilizzata per la misura di efficienza del rivelatore (Fig 2.5). Si misura il rate di triple su doppie, ovvero l'efficienza, su un intervallo di tempo fisso, per le diverse misure si estrae e inserisce con un passo di 10 cm il rivelatore intermedio lungo la direzione del fototubo. In questo modo la superficie sovrapposta dei tre rivelatori diminuisce progressivamente e con essa l'efficienza. Ci si aspetta un calo lineare dell'efficienza in funzione della lunghezza di rivelatore estratta. La verifica è stata effettuata sia per estrazione che per inserimento dello scintillatore per verificare l'andamento lungo tutta la superficie dello scintillatore; inoltre è importante verificare la linearità del lato in cui è presente il fotomoltiplicatore poichè la zona di attacco potrebbe presentare problemi in relazione alla raccolta di luce. I grafici relativi a questa esperienza sono riportati in Fig 2.7. I coefficienti angolari delle rette restituiti dai fit sono confrontabili entro una sigma, a conferma che il coefficiente di linearità per estrazione e per inserimento è confrontabile.



(a) Scintillatore 565



(b) Scintillatore 566



(c) Scintillatore 567

Figura 2.7: Efficienza lineare per estrazione e inserimento

2.3 Calibrazione elettronica

2.3.1 Unità di coincidenza

In questa parte dell'esperienza si vuole stimare la precisione dell'unità di coincidenza, che può essere deteriorata da disturbi prodotti dagli strumenti elettronici utilizzati per processare il segnale. In uscita dal discriminatore si ottengono impulsi logici veloci per elettronica NIM. La prima fase della calibrazione ha il fine di verificare che la forma dell'impulso logico sia il più possibile approssimabile a un'onda quadra; il passaggio del segnale lungo i cavi e tra diversi moduli introduce effetti distorsivi e dissipativi che modificano la forma dell'impulso. L'approssimazione è tanto più verificata quanto più il *rise time* e il *decay time* dell'impulso sono prossimi a zero secondi. Per effettuare questa verifica si utilizza uno scintillatore il cui segnale in uscita dal discriminatore viene sdoppiato tramite l'unità *Fan In Fan Out*, successivamente un'uscita viene collegata a un *delay* che inserisce un ritardo t^* variabile e si collega poi ad un unità di coincidenza in configurazione AND il cui secondo ingresso è l'altro segnale sdoppiato ma non ritardato ottenendo così le coincidenze ritardate. In una seconda unità di coincidenza si effettuano conteggi di autocoincidenza.

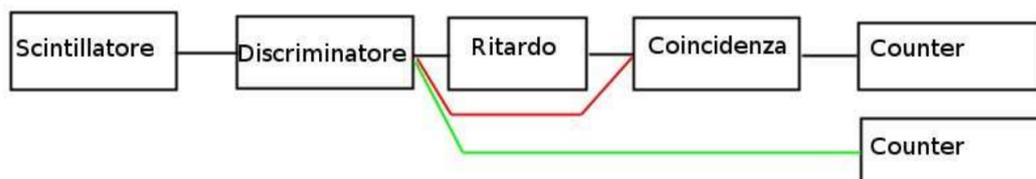


Figura 2.8: Configurazione elettronica per autocoincidenze e coincidenze ritardate

I segnali in uscita dal *Fan In Fan Out* sono identici e quindi sincronizzati, l'unica traslazione temporale è data dal ritardo t^* inserito dal *delay*. Per t^* nullo le onde quadre sono perfettamente sovrapposte e l'unità di coincidenza dà il segnale in uscita. Aumentando progressivamente il ritardo ci si aspetta che le due onde quadre arrivino al punto in cui non siano più sovrapposte e che quindi l'unità in coincidenza non dia più segnali in uscita. Riportando in

un grafico (Fig. 2.9) il rapporto tra il numero di coincidenze ritardate e quello di autocoincidenze, il cui numero è fissato, in funzione del ritardo t^* ci aspettiamo che il rapporto crolli in un range di tempo molto stretto. Tanto più è largo questo range temporale quanto più *rise* e *decay time* sono diversi da zero.

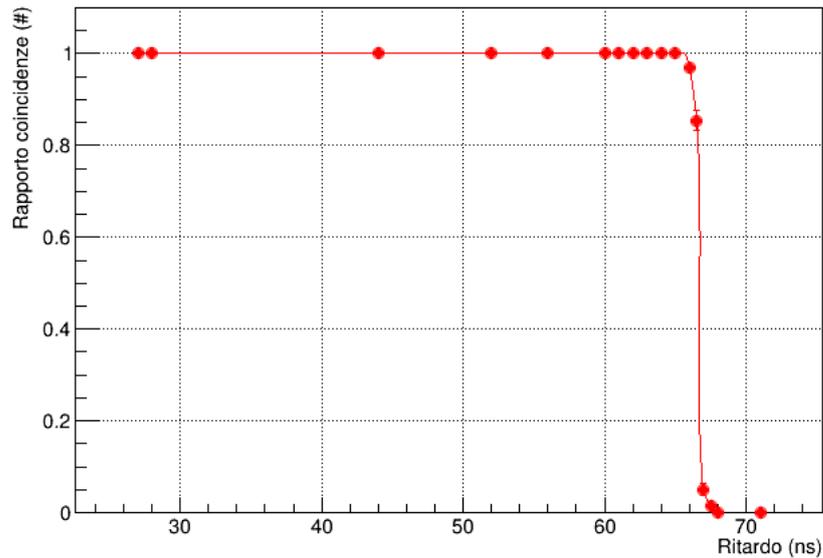


Figura 2.9: Rapporto coincidenze vs ritardo

Dal grafico stimiamo il range temporale di crollo del rapporto di conteggi in 2 ns che risulta essere l' 1% della durata dell'onda (150 ns). Concludiamo che il contributo all'incertezza sulla misura dovuto a questo strumento è trascurabile.

2.3.2 Discriminatore

La seconda parte della calibrazione è atta a quantificare i disturbi prodotti a livello del discriminatore dal rumore elettronico e da altri effetti legati al range dinamico. Tali disturbi alterano l'istante di tempo in cui il segnale logico in uscita dal discriminatore viene generato a causa del superamento della soglia da parte dell'impulso lineare e sono:

Time jitter oscillazioni casuali dovute a rumore elettronico e fluttuazioni statistiche sui portatori di carica che sovrapposte al segnale, determinano il superamento della soglia a istanti diversi per segnali identici.

Amplitude walk segnali con stessa forma e rise time ma con ampiezze diverse superano la soglia in istanti diversi pur arrivando sincronizzati nel discriminatore.

Il *time jitter* è trascurabile nella zona dove la salita è più ripida e quindi viene minimizzato con una soglia alta mentre l'*amplitude walk* si minimizza con soglie tendenti allo zero. Dato che la soglia è stata fissata nella ricerca del punto di lavoro il nostro fine non è di trovare la soglia ottimale per la quale gli effetti siano minimizzati ma di quantificarli per la soglia da noi precedentemente fissata. A tale scopo si utilizzano due scintillatori, ciascuno collegato al proprio discriminatore. Ogni muone che passa dal primo scintillatore, in linea di massima passa anche dal secondo, in uscita dal discriminatore ci saranno quindi due segnali contemporanei a meno del tempo necessario ai muoni per muoversi da un rivelatore all'altro, che però è inferiore alla sensibilità degli strumenti. I segnali in uscita dai discriminatori vengono sdoppiati, e si effettuano poi due coincidenze: la prima tra i segnali dei due scintillatori, la seconda tra il segnale del primo scintillatore e del secondo ritardato.

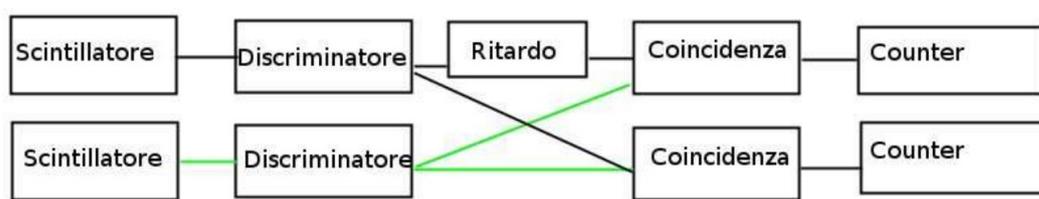


Figura 2.10: Configurazione elettronica per stime di Time Jitter e Amplitude Walk

In assenza di rumore ci si aspetta che aumentando il ritardo, il rapporto tra le coincidenze ritardate e quelle dirette, il cui numero è fissato, rimanga pari a uno fino a crollare a zero in un range temporale molto stretto quando la sovrapposizione tra i due segnali è nulla. Il *time jitter* e l'*amplitude walk* rendono il range temporale in questione più ampio come si può osservare in figura 2.11. Alla larghezza dell'intervallo temporale, che risulta essere circa 15 ns, si associa l'incertezza dovuta al rumore introdotto dai discriminatori. Questo effetto è molto più importante rispetto a quello introdotto dall'unità di coincidenza e se ne terrà quindi conto nel proseguo dell'esperienza.

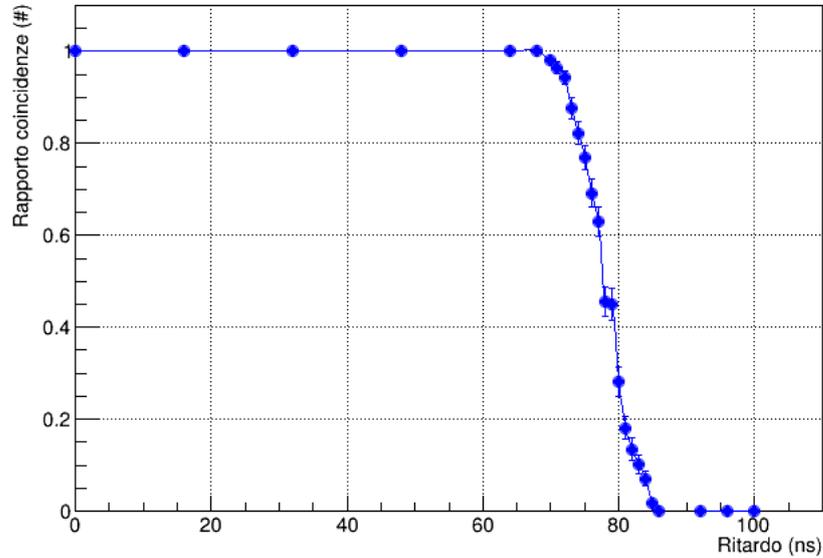


Figura 2.11: Rapporto tra coincidenze vs ritardo

2.4 Verifiche di stabilità del sistema

2.4.1 Distribuzione Poissoniana

Si è svolta una misura sul flusso di muoni che attraversa un rivelatore; i decadimenti sono eventi indipendenti gli uni dagli altri, quindi essi dovrebbero distribuirsi con una PDF di Poisson $\mathcal{P}(n)$:

$$\mathcal{P}(x) = \frac{(\bar{x})^x e^{-\bar{x}}}{x!} \quad (2.10)$$

dove x rappresenta il numero di conteggi e \bar{x} il numero medio di eventi attesi. Al fine di ottenere una statistica sufficiente per ricostruire la curva attesa abbiamo effettuato 1131 misure. La misura è stata effettuata con un solo rivelatore (Pi-567) con alimentazione e soglia del punto di lavoro, si è raccolto il numero di conteggi su un intervallo di tempo fisso di 6 secondi e si sono poi riportati in un grafico i conteggi ottenuti e la frequenza con la quale si sono presentati. Il fit è stato eseguito con una distribuzione di Gauss dal momento che quando il valor medio atteso è grande, la distribuzione di Poisson può essere approssimata con una gaussiana.

Il flusso di muoni a livello del mare è di $100 \mu/m^2s$, gli scintillatori hanno dimensioni di 0,83 m x 0,33 m e il tempo di misura è di 6 secondi, ci aspettiamo

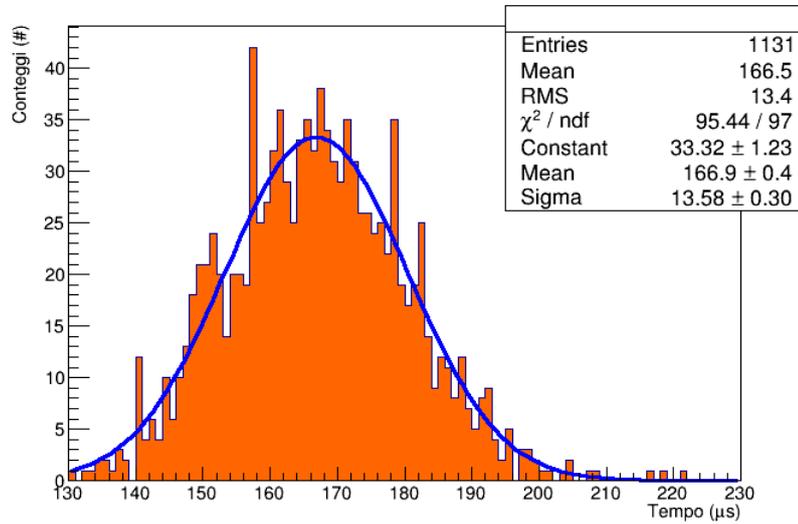


Figura 2.12: Istogramma dei dati raccolti con fit gaussiano

quindi un numero medio di conteggi pari a:

$$N_{\mu} = A \cdot \Phi \cdot t = 164,34 \quad (2.11)$$

Il valore medio restituito dal fit è di $166,9 \pm 13,58$. Siamo in accordo con il valore atteso entro una sigma. Dato che i conteggi sono stati campionati regolarmente durante tutta la durata dell'esperimento questa analisi conferma la stabilità del sistema a settimane di distanza.

Capitolo 3

Misura della vita media

3.1 Configurazione dell'apparato sperimentale

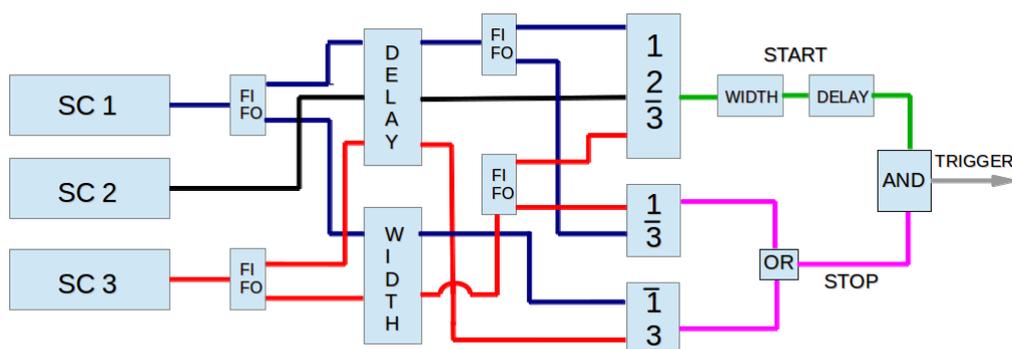


Figura 3.1: Catena elettronica per segnale di Trigger Ext

Allo scopo di determinare la vita media del muone si sono posti i tre scintillatori uno sovrapposto all'altro. Si è poi sviluppata la catena logica rappresentata in figura 3.1 così da misurare il tempo di vita di un muone in un determinato materiale. Questa catena consiste di vari passaggi logici di coincidenze atte a sviluppare due segnali, uno di start e uno di stop, rispettivamente equivalenti il primo alla cattura del muone nel materiale mentre il secondo alla rivelazione dell'elettrone in uno dei scintillatori esterni, a riprova dell'avvenuto decadimento del muone. Il segnale di start descrive la cattura di un muone nello scintillatore intermedio e quindi dà segnale nei primi due scintillatori ma non nel terzo, a differenza di un muone non catturato che dà segnale anche nel terzo rivelatore. Il segnale di stop invece può essere di due tipi in quanto l'elettrone emesso nel decadimento può essere

emesso sia verso il primo scintillatore che verso l'ultimo. A questo scopo si prende il segnale del primo rivelatore e lo si manda in ingresso a *un Fan In Fan Out* in modo da sdoppiarlo, delle due uscite una viene ritardata e poi nuovamente sdoppiata mentre l'altra viene allargata e successivamente negata. Il segnale dello scintillatore intermedio viene semplicemente ritardato. Il segnale del rivelatore inferiore, come nel primo caso, viene sdoppiato e i due output vengono uno ritardato e uno allargato e poi sdoppiato e negato. A questo punto possiamo effettuare le coincidenze necessarie a generare gli impulsi di start e di stop. I ritardi e gli allargamenti del segnale devono essere ottimizzati tramite oscilloscopio in modo da avere segnali ben sovrapposti nelle coincidenze così da minimizzare le perdite di conteggi dovute a disturbi elettronici. L'impulso di start, descritto precedentemente, viene generato da una coincidenza AND tra il segnale ritardato del primo rivelatore (muone che passa), quello ritardato del secondo (muone catturato) e quello allargato e negato del terzo (il muone non arriva nel terzo scintillatore). L'impulso di stop viene invece generato tramite una coincidenza OR di due segnali di output di due coincidenze AND, la prima tra il segnale ritardato del primo scintillatore e quello allargato e negato del terzo, cioè l'elettrone del decadimento catturato dal primo scintillatore; la seconda tra il segnale ritardato del terzo scintillatore e quello allargato e negato del primo, cioè l'elettrone del decadimento catturato dal terzo scintillatore. I due segnali di start e stop vengono messi a loro volta in coincidenza AND dopo che il segnale di start è stato opportunamente ritardato e allargato così da ottimizzare la coincidenza. L'output di quest'ultima coincidenza fornirà il segnale di trigger all'oscilloscopio che quindi avvierà la presa dati.

3.1.1 Ritardo start-stop

Il ritardo dell'impulso di start deve essere valutato opportunamente in quanto il segnale di start genera per sua stessa costruzione un segnale di stop infatti qualunque segnale in grado di generare uno start ($12\bar{3}$) genera automaticamente uno stop ($\bar{1}3$). Questo segnale viene detto *false stop*. Per eliminare questo segnale si sono contate tramite uno scaler le coincidenze tra start e stop al variare del ritardo dato al segnale di start. Dalla curva in figura 3.2 si osserva come si abbia una drastica diminuzione del numero di coincidenze registrate da un certo valore di ritardo in poi. Per ritardi scelti in questa regione i conteggi dovuti ai falsi stop vengono eliminati. Bisogna trovare la configurazione ottimale in quanto per un ritardo troppo ampio il rischio è di eliminare anche coincidenze vere, generate da decadimenti molto rapidi, e di quindi tagliare la parte iniziale della curva esponenziale del tempo di vita.

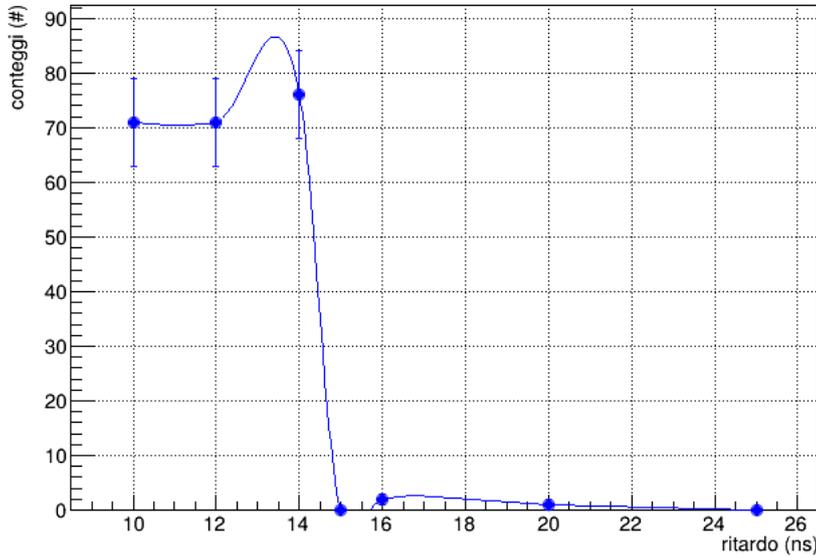


Figura 3.2: Conteggi start stop in funzione del ritardo

3.2 Risultati ed analisi

Per misurare la vita media del μ è necessario raccogliere una buona statistica di eventi e misurare per ognuno il tempo di decadimento. Tali tempi vengono poi inseriti in un istogramma che verrà poi interpolato con la funzione che descrive il decadimento:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.1)$$

dove $N(t)$ è il numero di particelle al tempo t , N_0 è il numero di particelle all'istante iniziale e τ è il tempo di vita media.

3.2.1 Decadimento in Carbonio

I decadimenti in Carbonio avvengono quando un muone si arresta nel rivelatore intermedio, decade ed emette un elettrone che viene poi rivelato negli scintillatori esterni generando il segnale di stop. Nell'apparato decadono μ^+ e μ^- che hanno tempi di vita rispettivamente di 2197 ns e 2026 ns. I primi hanno un decadimento libero mentre i secondi decadono in stato legato o per cattura nucleare, ma quest'ultima è trascurabile dato il basso Z . Il binnaggio dell'istogramma è stato scelto cercando un buon compromesso tra la risoluzione temporale del sistema e la statistica accumulata. Data la piccola

differenza tra i due tempi di vita, si è scelto di eseguire il fit con un solo esponenziale che resistuisce un τ intermedio. La funzione di fit utilizzata è quindi:

$$f(t) = Ae^{-t/\tau} + B \quad (3.2)$$

dove A è l'ampiezza dell'esponenziale, τ è il tempo di vita e B è un parametro libero che restituisce i conteggi del fondo.

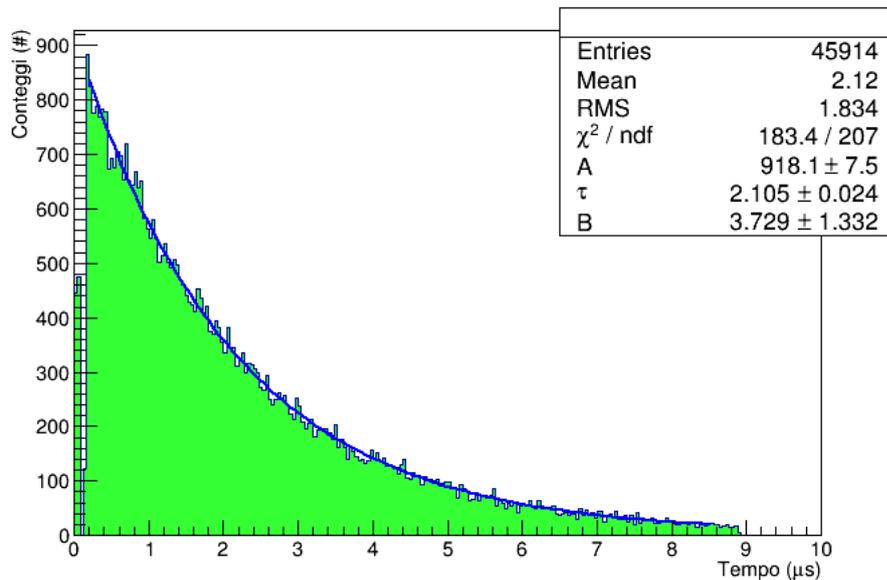


Figura 3.3: Decadimento muone in Carbonio

Il fit è stato eseguito col metodo della Binned Maximum Likelihood e il valore restituito è

$$\tau = (2,105 \pm 0,024) \mu s \quad (3.3)$$

che è intermedio tra i due tempi di vita.

Verifiche di stabilità Si è effettuata un'analisi di stabilità al variare del binnaggio. Utilizzando la stessa raccolta di dati, mantenendo funzione e estremi di fit costanti, si è eseguito il fit su istogrammi a binnaggi diversi. Si è passati da un minimo di 30 bin (1 bin = 333,33 ns) a un massimo di 630 (1 bin = 15,87 ns) con un passo di 2 bin si è poi riportato il τ ottenuto in un grafico in funzione del binnaggio corrispondente. Ci si attende che τ sia costante al variare del binnaggio e che quindi la pendenza della retta del grafico sia prossima a zero mentre l'intercetta dovrebbe assumere un

valore prossimo a quello atteso. Bisogna specificare che tale test serve solo per verificare la stabilità, quindi l'intercetta ottenuta non fornisce una stima del tempo di vita. I risultati di questa verifica sono riportati in Fig. 3.4 dove si può vedere che $m = -1,478 \cdot 10^{-5}$ e quindi approssimabile a zero, mentre $q = 2,164$.

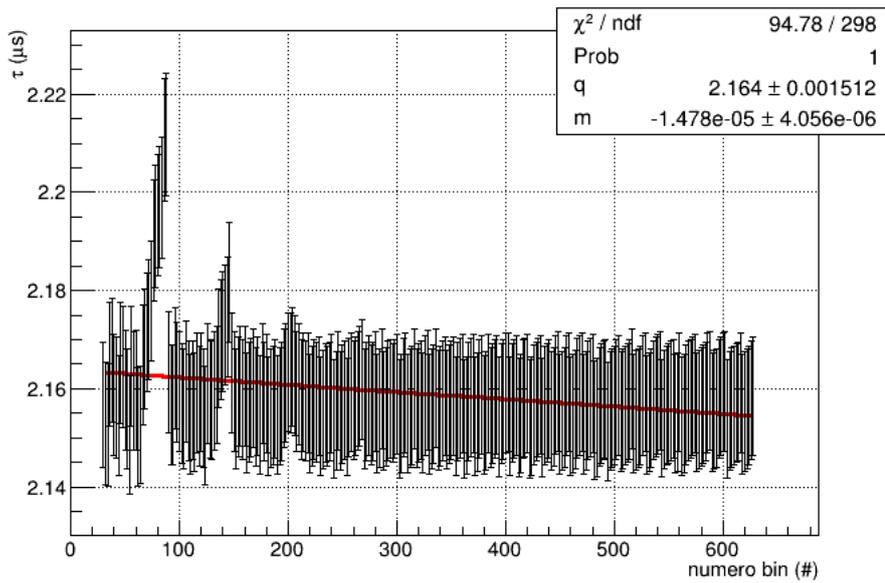


Figura 3.4: τ in funzione del binnaggio

Al fine di verificare la stabilità del fit al variare degli estremi e dei parametri iniziali si è creato un programma che prendendo lo stesso campione di dati analizzato in precedenza svolge una serie di fit sullo stesso istogramma a binnaggio fisso fittando su un range diverso ogni volta. Gli estremi del range variano secondo due numeri pseudocasuali scorrelati tra $t_{min} \in [0 ; 3] \mu s$ e $t_{max} \in [6 ; 9] \mu s$ mentre i parametri iniziali vengono variati entro un range del $\pm 10\%$ ogni volta in modo casuale. Si sono eseguiti 10000 fit e si sono riportati in grafico i valori di χ^2 e τ con le relative frequenze (Fig.3.5).

Come si può vedere dai grafici riportati in Fig. 3.5 τ ha una distribuzione con un picco sufficientemente stretto centrato attorno al valore atteso per il tempo di vita in Carbonio, confermando l'affidabilità dell'analisi. Anche in questo caso il valor medio di τ non è significativo per il calcolo del tempo di vita. Si è inoltre riportata la distribuzione dei χ^2 centrata attorno a 0,89 con un picco molto stretto, a confermare la stabilità e la bontà del fit.

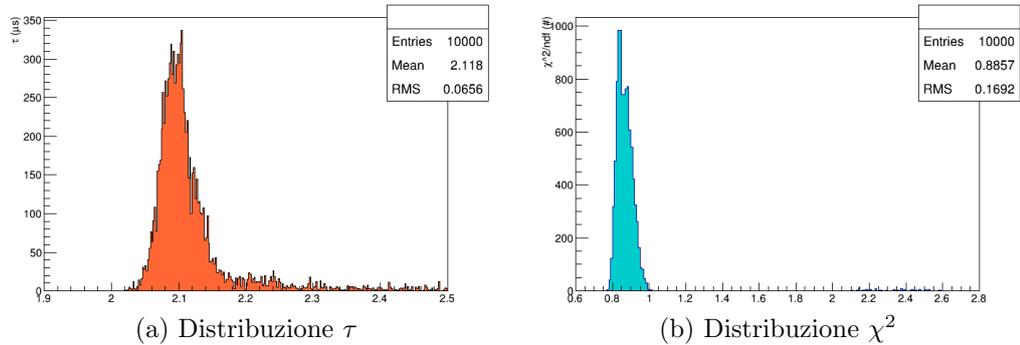


Figura 3.5: Grafici verifiche di stabilità

3.2.2 Decadimento in Alluminio

Nel proseguo dell'esperienza si è studiato il decadimento dei μ^- in diversi materiali. Il primo materiale ad essere analizzato è l'Alluminio (Al, $Z=13$). Per studiare i decadimenti in questo materiale, si pongono delle lastre di alluminio a colmare lo spazio tra il rivelatore inferiore e quello intermedio, in questo modo i muoni possono arrestarsi entro lo spessore della lastra, decadere in Al ed essere poi rivelati con i metodi già descritti. Studiando i decadimenti in diversi materiali dobbiamo prestare particolare attenzione ai diversi processi che possono avvenire: i μ^+ sono sostanzialmente insensibili al materiale in cui viaggiano poiché non sono soggetti a cattura nucleare, essi infatti formano legami in atomi muonici o sono catturati dalle buche di potenziale del reticolo; al contrario i μ^- hanno un rate di decadimento che per Z alti viene dominato dalla cattura nucleare mentre il contributo di decadimento in stato legato rimane costante. Si hanno quindi quattro diversi casi per la configurazione da noi impostata per questa misura:

μ^+ in Al è soggetto al solo processo di decadimento in stato legato e non sente dipendenza da Z

μ^+ in C è identico al μ^+ in Al proprio perché non c'è dipendenza da Z ; il decadimento in C è ancora presente perché è sempre possibile che un muone si fermi nel rivelatore intermedio.

μ^- in C per il discorso fatto nel paragrafo 3.2.1 possiamo considerare il tempo di vita equivalente a quello del μ^+ nello stesso materiale

μ^- in Al il suo tempo di vita è sensibilmente differente da quello degli altri tre perché è l'unica particella che risente dell'effetto dello Z dell'alluminio,

che aumenta la probabilità di decadimento per cattura abbassando così il tempo di vita.

Date queste considerazioni si è deciso di fittare l'istogramma con un doppio esponenziale:

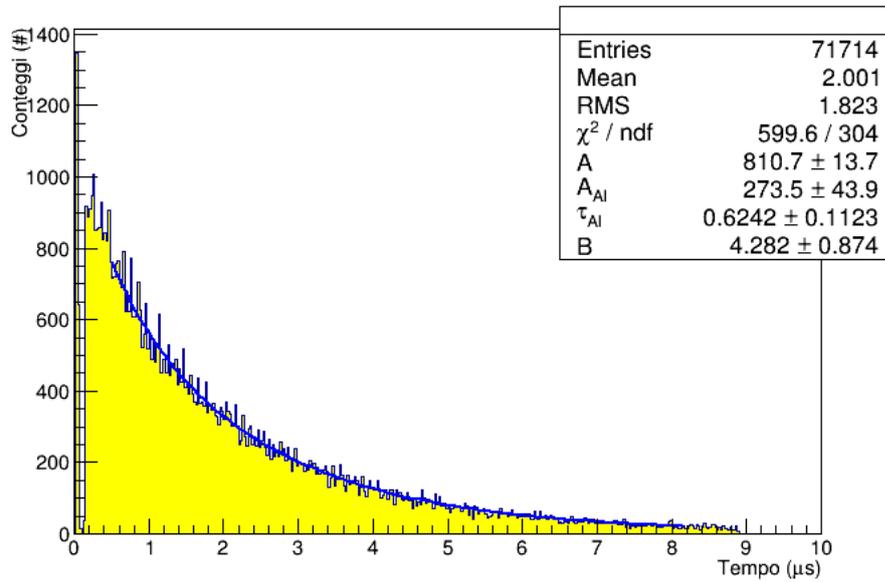
$$f(t) = Ae^{-t/\tau} + A_{Al}e^{-t/\tau_{Al}} + B \quad (3.4)$$

dove A , A_{Al} , τ_{Al} e B sono i parametri liberi e τ_{Al} corrisponde al tempo di vita dei μ^- in Al, mentre τ è stato fissato al valore restituito dal fit del Carbonio (equazione 3.3) e corrisponde ai tempi di vita dei μ^+ in entrambi i materiali e dei μ^- nel Carbonio, è quindi un termine che separa il fondo dagli eventi di interesse. Dato che il tempo di vita atteso è minore, si è deciso di diminuire la larghezza dei bin ma per ottenere un risultato significativo è stato necessario raccogliere una statistica sufficiente allungando quindi il tempo di misura. Per ottimizzare la misura si possono selezionare solo gli eventi down, infatti l'elettrone emesso dal decadimento del μ perde una quantità di energia dell'ordine della decina di MeV in Al rendendo quindi più probabile un segnale di stop nel rivelatore inferiore che in quello superiore.

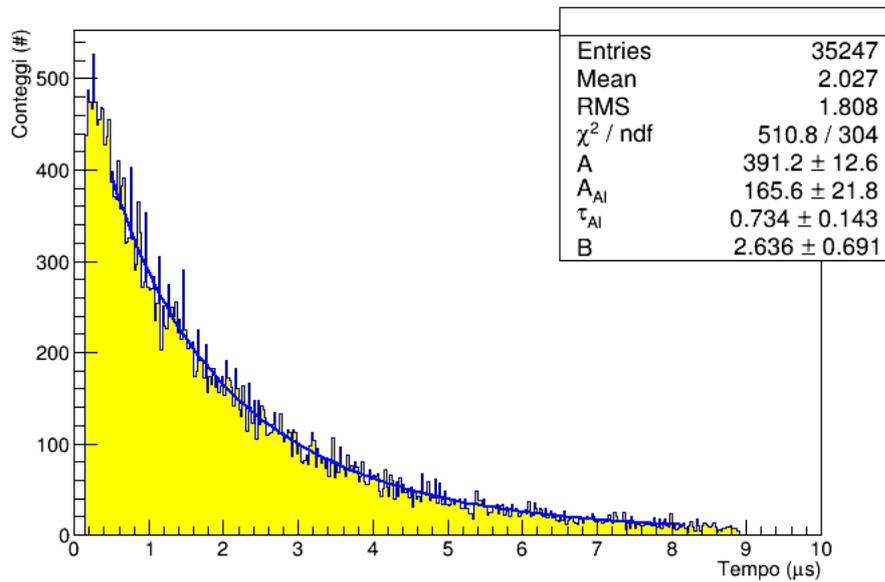
I risultati da noi ottenuti sono riportati in figura 3.6; il tempo di vita per il decadimento in alluminio è di:

$$\tau_{Al} = (0,734 \pm 0,143) \mu s \quad (3.5)$$

confrontabile entro poco più di una sigma rispetto al valore teorico riportato in tabella 1.1. Come si può vedere dai due grafici riportati in figura 3.6 la selezione di eventi down è molto efficace nel discriminare i decadimenti liberi rispetto a quelli legati, infatti il rapporto A/A_{Al} cresce selezionando solo gli stop provenienti dal canale 2.



(a) Up e down



(b) Solo down

Figura 3.6: Decadimento muone in alluminio

Verifiche di stabilità Anche per questo materiale si è effettuata l'analisi di stabilità al variare del binnaggio descritta in precedenza per il Carbonio, l'unica differenza è nella funzione di fit che per l'Alluminio è un doppio esponenziale. I risultati di questa verifica sono riportati in Fig. 3.7 dove si può vedere che $m = 3,311 \cdot 10^{-5}$ e quindi approssimabile a zero, mentre $q = 0,769$.

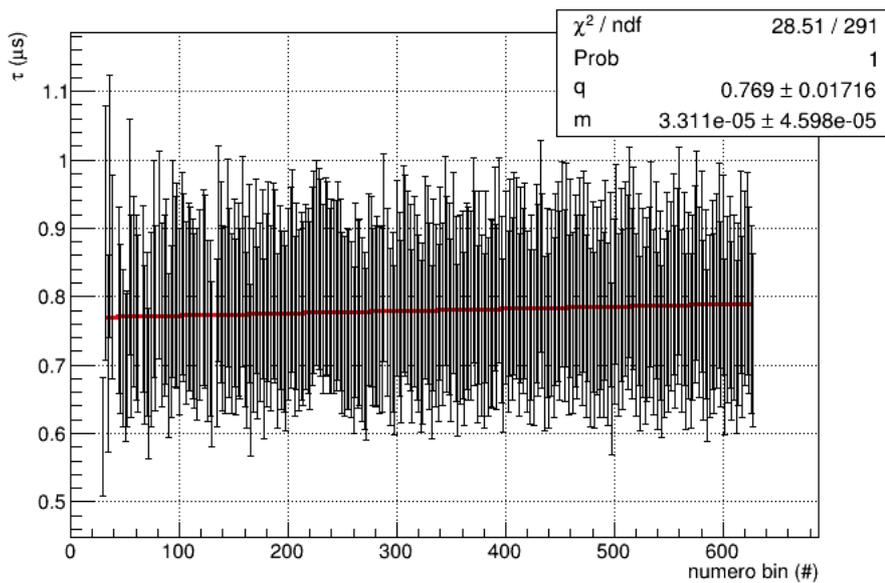


Figura 3.7: τ in funzione del binnaggio

Si è poi effettuato anche il secondo test di stabilità eseguendo diversi fit su un range con estremi variabili tra $t_{min} \in [0,48 ; 1,48] \mu s$ e $t_{max} \in [7,18 ; 8,18] \mu s$ e con i parametri variati casualmente entro un range del 10 %. Le distribuzioni di τ_{Al} e χ^2 sono riportate in figura 3.8.

Anche la verifica di stabilità conferma che τ_{Al} si distribuisce attorno al valore dell'equazione 3.5. Le entrate accettate dal test sono circa il 20 % del totale, l'esclusione è dovuta a dei controlli inseriti su valori ed errori di ampiezze e tempi di vita, sul χ^2 e sulla convergenza del fit. Si sono inseriti questi controlli poiché il fit raggiunge la convergenza in quasi tutti i casi, ma analizzando i valori ottenuti si osserva che non sono accettabili (ampiezze negative o superiori al valore massimo di conteggi) oppure hanno errori percentuali superiori al 40 %. La distribuzione del χ^2 è riportata in figura 3.8 e ci permette di ritenere i fit selezionati accettabili, tuttavia la percentuale di fit che soddisfano le condizioni imposte non è sufficientemente alta da permettere di considerare il fit stabile.

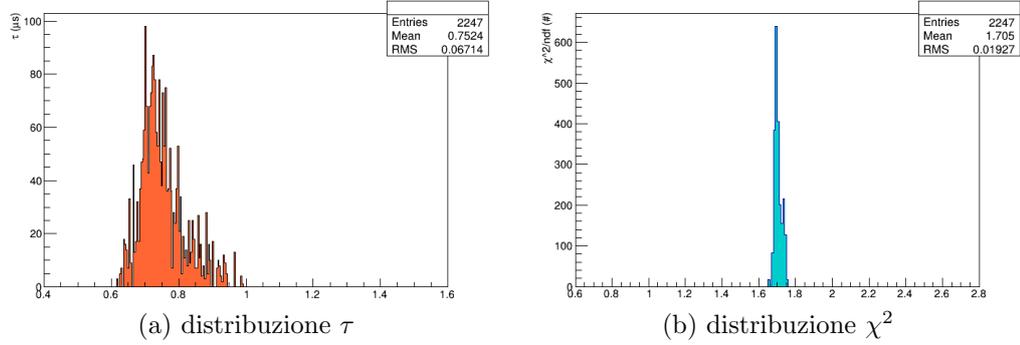


Figura 3.8: Grafici verifiche di stabilità

3.2.3 Decadimento in Cloruro di Sodio

Per analizzare il tempo di vita nel Cloruro di Sodio si sono poste delle scatole di sale fino a colmare lo spazio tra i due rivelatori più bassi per i motivi spiegati nella sezione dell'Alluminio. Si è mantenuta la larghezza dei bin a 25 ns per i motivi sopra elencati e si è raccolta una statistica sufficiente. La funzione utilizzata per il fit è un doppio esponenziale :

$$f(t) = Ae^{-t/\tau} + A_{NaCl}e^{-t/\tau_{NaCl}} + B \quad (3.6)$$

dove τ assume di nuovo il valore ottenuto nel fit del Carbonio e τ_{NaCl} è il tempo di vita che stiamo cercando. Anche in questo caso la selezione di eventi down ottimizza il rapporto tra le ampiezze degli esponenziali per i motivi già esposti in precedenza.

I risultati ottenuti sono riportati in figura 3.9 e come si può vedere il tempo di vita restituito dal fit si pone nel mezzo tra i τ tabulati per Na e Cl (tabella 1.1) assumendo un valore pari a:

$$\tau_{NaCl} = (0,714 \pm 0,144) \mu s \quad (3.7)$$

Si può effettuare quindi un calcolo delle probabilità di cattura da parte di Na e di Cl. La probabilità di decadimento Γ , pari all'inverso del tempo di vita τ , è scomponibile in due contributi, uno dovuto al Sodio e uno al Cloro, come mostrato nella seguente formula:

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{Na} \cdot P_{Na} + \Gamma_{Cl} \cdot P_{Cl} \quad (3.8)$$

Dalla quale noto Γ_{tot} dal fit e Γ_{Na} e Γ_{Cl} dalla teoria, si possono ricavare i valori di P_{Na} e P_{Cl} .

$$P_{Na} = 44,62 \pm 9,00 \quad P_{Cl} = 55,38 \pm 11,17 \quad (3.9)$$

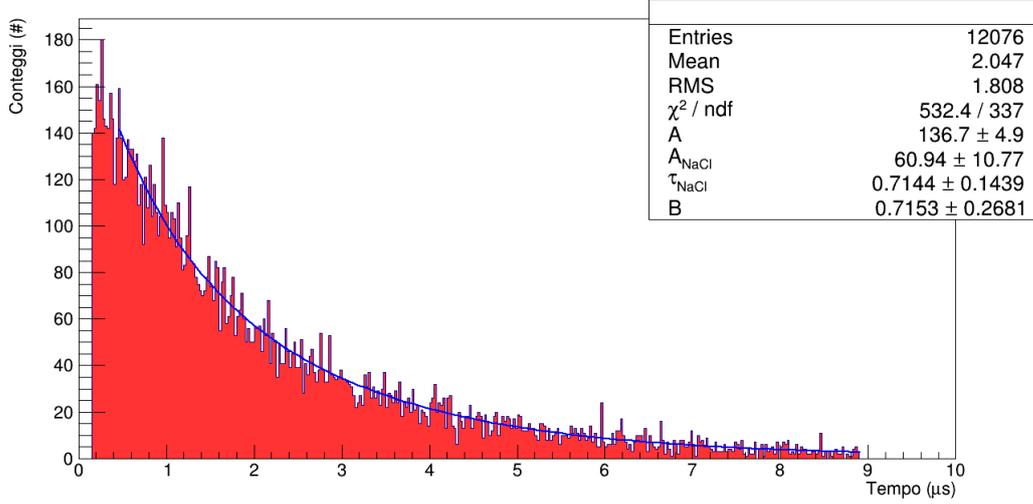


Figura 3.9: Decadimento muone in NaCl

Questi valori vengono confrontati con quelli teorici ricavati dalla formula 3.10 nella quale si approssima che la cattura di un muone dipenda esclusivamente dalla carica del nucleo.

$$P_{Cl} = \frac{Z_{eff,Cl}}{Z_{eff,Cl} + Z_{eff,Na}} \quad (3.10)$$

Dove si è considerato che la Z del nucleo sia quella efficace dato che gli elettroni atomici schermano il nucleo, la Z_{eff} è stata calcolata tramite la seguente formula:

$$Z_{eff} = Z \left(1 + \left(\frac{Z}{42} \right)^{1,47} \right)^{-0,68} \quad (3.11)$$

Dalle precedenti equazioni si ricavano i seguenti valori: $P_{Cl} = 59,01$ $P_{Na} = 40,99$ confrontabili entro una σ con i valori da noi ottenuti.

Verifiche di stabilità Si è effettuata la verifica di stabilità in funzione del binnaggio utilizzando un doppio esponenziale. I risultati di questa verifica sono riportati in Fig. 3.10 dove si può vedere che $m = 2,183 \cdot 10^{-5}$ e quindi approssimabile a zero, mentre $q = 0,834$, confermando l'indipendenza del risultato dal binnaggio.

Si è poi effettuato anche il secondo test di stabilità eseguendo diversi fit su un range con estremi variabili tra $t_{min} \in [0,43 ; 1,43] \mu s$ e $t_{max} \in [7,95 ;$

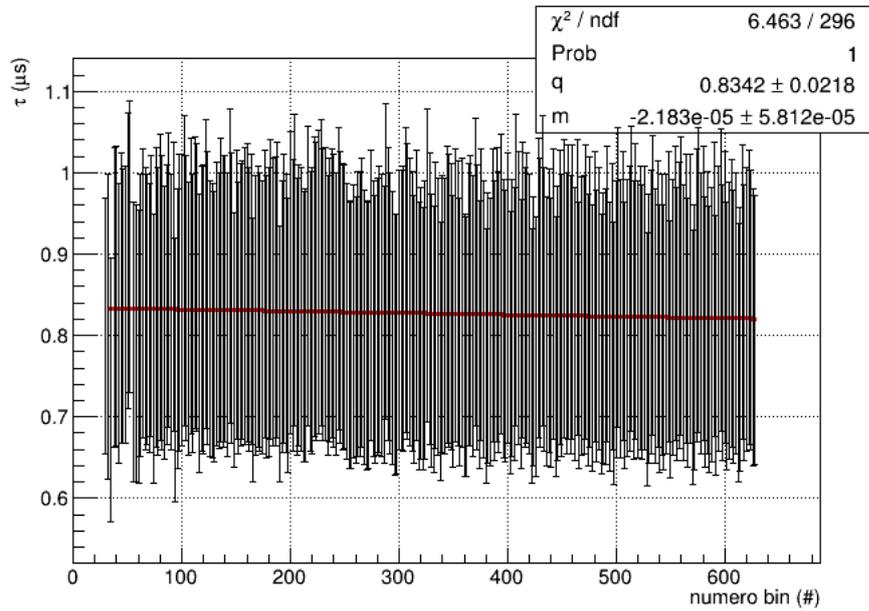


Figura 3.10: τ in funzione del binnaggio

8,95] μs e con i parametri variati casualmente entro un range del 10 %. Le distribuzioni di τ_{NaCl} e χ^2 sono riportate in figura 3.11.

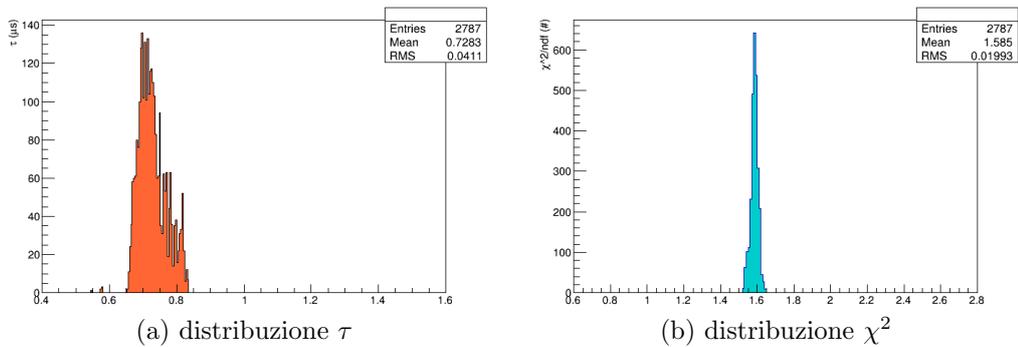


Figura 3.11: Grafici verifiche di stabilità

Anche la verifica di stabilità conferma che il valore di τ_{NaCl} è centrato attorno al valore riportato nell'equazione 3.7 che si pone tra i tempi di vita del μ in Na e in Cl. Anche in questo caso si sono esclusi circa il 70 % dei fit per i motivi discussi nella sezione precedente. La distribuzione del χ^2 è riportata in figura 3.11 e ci permette di ritenere i fit selezionati accettabili, tuttavia la percentuale di fit esclusi è elevata e si ritiene quindi il fit poco stabile.

Capitolo 4

Verifica della violazione di parità

4.1 Descrizione teorica

4.1.1 Violazione di parità nel decadimento muonico

Nel modello di Dirac, se si considera un fermione con quadrimomento p_μ e massa m , gli operatori di elicità si definiscono come segue:

$$H^\pm(p) = \frac{1}{2}(1 \pm \sigma_p) \quad (4.1)$$

$$\text{con } \sigma_p = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$$

Nel limite di massa nulla $\sigma_p \rightarrow \gamma^5$ e quindi:

$$H^\pm(p) = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5) \quad (4.2)$$

Si definisce inoltre un operatore di proiezione di spin:

$$H^\pm(\eta) = \frac{1}{2}(1 \pm \not{\eta}\gamma^5) \quad (4.3)$$

con $\eta_\mu = (0, \vec{\eta})$, η t.c. $\eta^2 = 1$, $\eta_\mu \cdot p_\mu$. η è detto vettore direzione.

L'ampiezza di decadimento per il decadimento del muone polarizzato risulta:

$$u_1^r \left(\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \right) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \frac{1}{2} (1 \pm \not{\eta} \gamma^5) u_2^{r'} i \frac{g_{\mu\nu}}{M_w^2} \overline{u_2^s} \left(\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \right) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) v_2^{s'} \quad (4.4)$$

Per calcolare l'ampiezza di decadimento per i decadimenti non polarizzati è sufficiente sommare sulle polarizzazioni degli stati finali. Omettendo i passaggi intermedi, si giunge all'espressione dell'ampiezza differenziale nel limite $m_e \rightarrow 0$:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega dx} = \frac{1}{2\pi\tau} x^2 [(3 - 2x) \pm \vec{\eta} \cdot \hat{v}_e (1 - 2x)] \quad (4.5)$$

dove $x = \frac{2E_e}{m_\mu}$, τ è la vita media del muone, \hat{v}_e è un versore orientato lungo la direzione di emissione dell'elettrone.

Al fine di ottenere la polarizzazione media si sostituisce $\vec{\eta} \cdot \hat{v}_e$ con $\xi \vec{\eta} \cdot \hat{v}_e = \xi |\vec{\eta}| \cdot |\hat{v}_e| \cos \theta$.

Integrando poi su ϕ tra 0 e 2π e su x tra 0 e 1 si ottiene il risultato finale:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_{\mu^+}}{d \cos \theta} &= \frac{1}{2\tau} \left(1 + \frac{\xi}{3} \cos \theta \right) \\ \frac{d\Gamma_{\mu^-}}{d \cos \theta} &= \frac{1}{2\tau} \left(1 - \frac{\xi}{3} \cos \theta \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

da cui si vede chiaramente la violazione di parità poichè, vista la dipendenza dai fattori $1 \pm \frac{\xi}{3} \cos \theta$, il processo non può essere simmetrico sotto trasformazione di parità.

4.1.2 Interazione con il campo magnetico

Nel nostro esperimento i muoni rivelati hanno origine cosmica e provengono dal decadimento dei pioni:

$$\begin{aligned} \pi^- &\rightarrow \mu^- + \nu_\mu \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \end{aligned}$$

e possono essere emessi in qualsiasi direzione. Per semplicità consideriamo i casi estremi, ovvero quando il muone viene emesso in direzione della Terra

oppure in direzione opposta. Considerando il decadimento nel sistema di riferimento del pione a riposo, il neutrino viene emesso in direzione opposta al μ affinché si conservi il momento. Inoltre, tenendo conto che, per la conservazione del momento angolare totale, lo spin del muone deve essere opposto a quello del neutrino, dato che il pione ha spin nullo, e che i neutrini sono *left-handed* mentre gli antineutrini sono *right-handed*, si hanno i seguenti possibili casi:

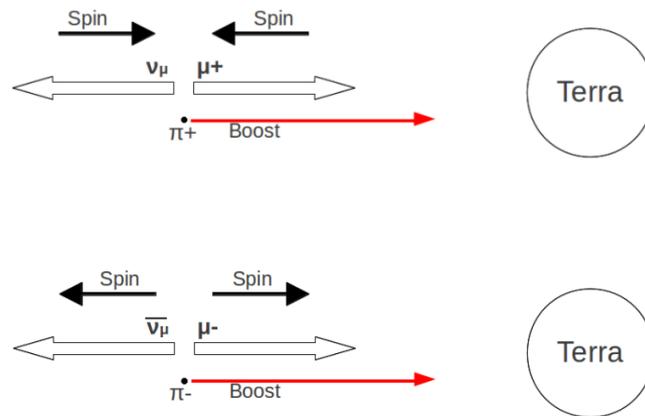


Figura 4.1: Possibili casi di orientamento dello spin del muone in base allo spin del neutrino

Di conseguenza sulla Terra arrivano μ^+ *left-handed* e μ^- *right-handed*.

Consideriamo ora gli elettroni prodotti nel decadimento del muone:

$$\begin{aligned}\mu^- &\rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \\ \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\quad (4.7)$$

Tali elettroni per essere rivelati devono possedere un'energia superiore ad una certa soglia, quindi in questa discussione considereremo solamente gli elettroni emessi in direzione opposta ai neutrini. I μ^- che arrivano sulla superficie terrestre sono *right-handed* e la loro ampiezza di decadimento è proporzionale al termine $1 - \bar{\eta} \cdot \bar{p}_e$; quindi la probabilità di rivelarli è massima quando $\bar{\eta} \cdot \bar{p}_e = -1$ ovvero quando lo spin del muone e il momento dell'elettrone sono paralleli. Per quanto riguarda i μ^+ , l'ampiezza di decadimento dipende da $1 + \bar{\eta} \cdot \bar{p}_e$ e quindi la probabilità di rivelazione è massimizzata dalla

condizione $\vec{\eta} \cdot \vec{p}_e = 1$ ovvero nel caso in cui lo spin del muone è antiparallelo al momento dell'elettrone.

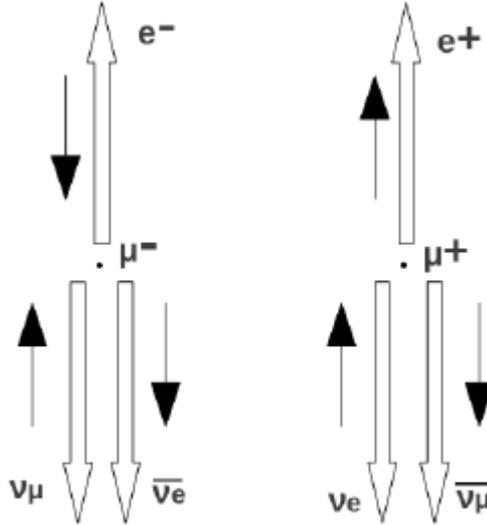


Figura 4.2: Configurazioni del decadimento con maggiore probabilità

Nella configurazione sperimentale si introduce un campo magnetico \vec{B} con il quale i muoni interagiscono, così che lo spin del muone precessa con una frequenza

$$\omega = \frac{eB}{m_\mu c} \quad (4.8)$$

Tale precessione modifica il proiettore di spin, che diventa:

$$H^\pm(\eta) = \frac{1}{2}(1 \pm \eta \gamma^5 \cos(\omega t)) \quad (4.9)$$

e l'ampiezza di decadimento diventa:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_{\mu_+}}{d \cos \theta} &= \frac{1}{2\tau} \left(1 + \frac{\xi}{3} \cos \theta \cos(\omega t)\right) \\ \frac{d\Gamma_{\mu_-}}{d \cos \theta} &= \frac{1}{2\tau} \left(1 - \frac{\xi}{3} \cos \theta \cos(\omega t)\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

ξ è un parametro corrispondente ai gradi di polarizzazione e per i muoni di origine cosmica assume un valore di circa 0,35 [5]. L'integrazione su θ cambia a seconda delle diverse polarizzazioni dei μ_+ e dei μ_- : per i μ_+ nell'emisfero

up si integra in $d \cos \theta$ con $0 < \cos \theta < 1$; per i μ_+ nell'emisfero *down* si integra in $d \cos \theta$ con $-1 < \cos \theta < 0$; per i μ_- gli intervalli di integrazione sono invertiti per i due emisferi *up* e *down*.

Risulta:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mu_+}^{up} &= \Gamma_{\mu_-}^{up} = \frac{1}{2\tau} \left(1 + \frac{\xi}{6} \cos(\omega t)\right) \\ \Gamma_{\mu_+}^{down} &= \Gamma_{\mu_-}^{down} = \frac{1}{2\tau} \left(1 - \frac{\xi}{6} \cos(\omega t)\right)\end{aligned}\tag{4.11}$$

Notiamo che le espressioni differiscono per emisferi *up* e *down* ma non per μ_+ e μ_- .

Per evidenziare tale asimmetria, che rispecchia la violazione di parità nel decadimento debole, si ricavano il numero di decadimenti nei due emisferi, ricordano l'equazione $N(t) = N_0 \exp -t/\tau$:

$$\begin{aligned}N^{up} &= \frac{N_0}{2\tau} \left(1 + \frac{\xi}{6} \cos(\omega t)\right) \exp -t/\tau \\ N^{down} &= \frac{N_0}{2\tau} \left(1 - \frac{\xi}{6} \cos(\omega t)\right) \exp -t/\tau\end{aligned}\tag{4.12}$$

Si può quindi definire un *fattore di asimmetria* A che è misurabile in laboratorio raccogliendo eventi di tipo *up* e di tipo *down*:

$$A(t) = \frac{N^{up} - N^{down}}{N^{up} + N^{down}} = \frac{\xi}{6} \cos(\omega t)\tag{4.13}$$

Sperimentalmente, quindi, si procede in questo modo:

- Si raccoglie una buona statistica di eventi distinguendoli tra decadimenti nell'emisfero superiore (*eventi up*) e decadimenti nell'emisfero inferiore (*eventi down*)
- Per ogni intervallo temporale di larghezza scelta, si calcola il fattore di asimmetria $A(t)$
- Si interpolano i dati ottenuti (punti nel grafico A vs t) con un fit di tipo sinusoidale ($\sim \cos(\omega t)$) e con un fit di tipo lineare.
- Si confrontano i due diversi fit attraverso il test del χ^2 ; se il fit sinusoidale risulta migliore si è verificata la violazione di parità.

4.2 Configurazione dell'apparato sperimentale

La nuova configurazione sperimentale differisce dalla precedente per due aspetti principali:

- L'introduzione di un solenoide in rame necessario per creare un campo magnetico
- Il diverso posizionamento degli scintillatori

Il solenoide è posto attorno allo scintillatore centrale. Quest'ultimo è stato ruotato di 90° rispetto all'asse passante per il centro, così che i tre rivelatori risultano posti a croce. Questa scelta è stata motivata dal fatto che il solenoide, di lunghezza finita, genera un campo che non risulta costante lungo tutta la sua lunghezza, ma solo in una fascia centrale. Posizionando i tre rivelatori in questo modo, l'area sensibile coincide con lo spazio in cui il campo magnetico è uniforme. Inoltre, dal momento che il fototubo potrebbe essere fortemente influenzato dal campo magnetico bisognerà valutare tale campo anche all'esterno del solenoide.

Caratterizzazione del campo magnetico

Il campo magnetico è prodotto dal solenoide posto attorno allo scintillatore centrale. Si verifica sperimentalmente la dipendenza lineare tra il campo magnetico generato e l'intensità di corrente che percorre il solenoide (Fig.4.3)

$$B = \mu n I \quad (4.14)$$

dove μ è la permeabilità magnetica nel mezzo, n è il numero di spire per unità di lunghezza e I è l'intensità di corrente.

Come si osserva dalla figura 4.3 la dipendenza lineare tra corrente e campo magnetico è perfettamente verificata.

Per verificare l'andamento del campo magnetico sono state acquisite varie misure effettuate campionando lo spazio all'interno del solenoide con una sonda. I risultati sono riportati nel grafico in figura 4.4.

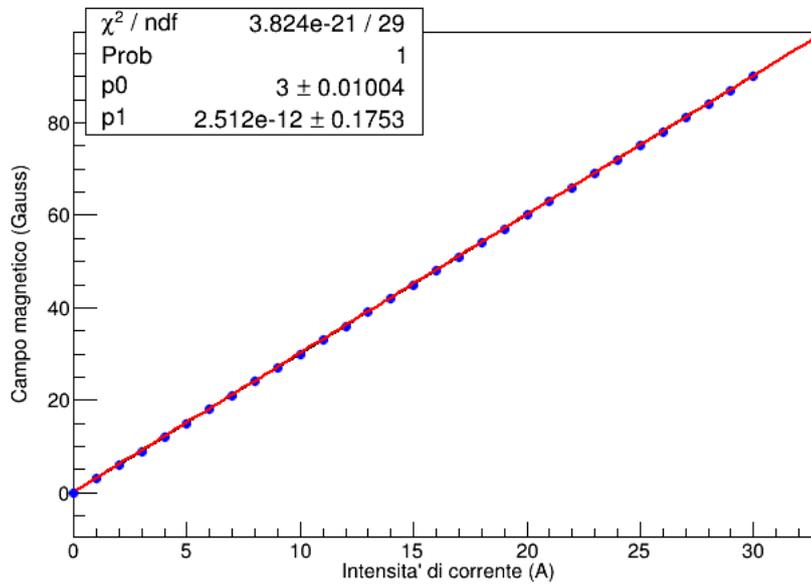


Figura 4.3: Andamento lineare del campo in funzione dell'intensità di corrente

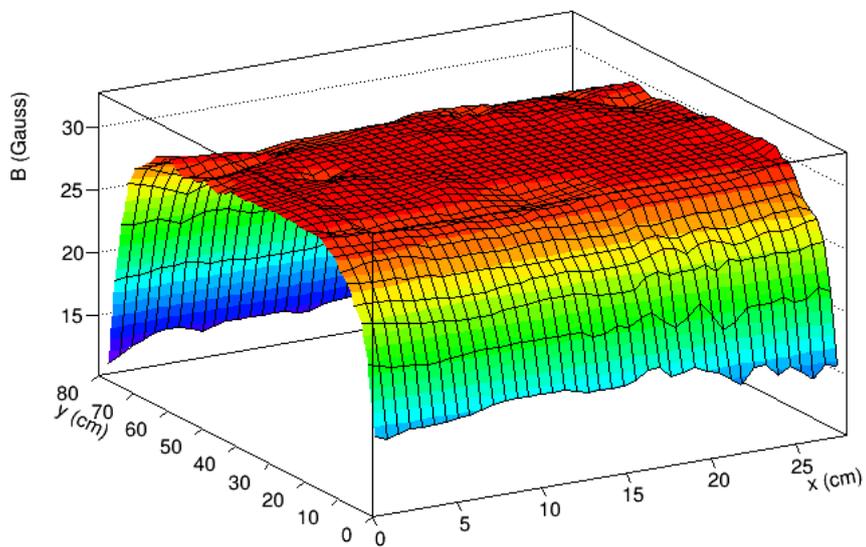


Figura 4.4: Campo magnetico prodotto dal solenoide

L'andamento del campo magnetico si può considerare uniforme solo nella sezione centrale del solenoide mentre sui bordi esterni ci sono degli effetti distorsivi che producono una diminuzione del valore del campo magnetico e portano quest'ultimo ad essere presente anche all'esterno del solenoide stesso. Si è quindi effettuata una misura dell'intensità del campo magnetico all'esterno del solenoide con lo scintillatore inserito all'interno. Tale misura serve a verificare quanto il campo si propaghi all'esterno del solenoide andando così ad influenzare il moto delle cariche all'interno del fototubo e producendo pesanti distorsioni. Per ovviare a questo problema si è deciso di estrarre lo scintillatore dal solenoide così che il fototubo venga sottoposto ad un campo inferiore ai 3 Gauss. Per fare questo si misura in modo dettagliato l'effetto di *fringing* del campo campionando la zona del bordo con lo scintillatore inserito nel solenoide poichè la sua presenza altera le linee di campo. Si è quindi estratto lo scintillatore di 6 cm per avere una prima stima del campo magnetico all'esterno.

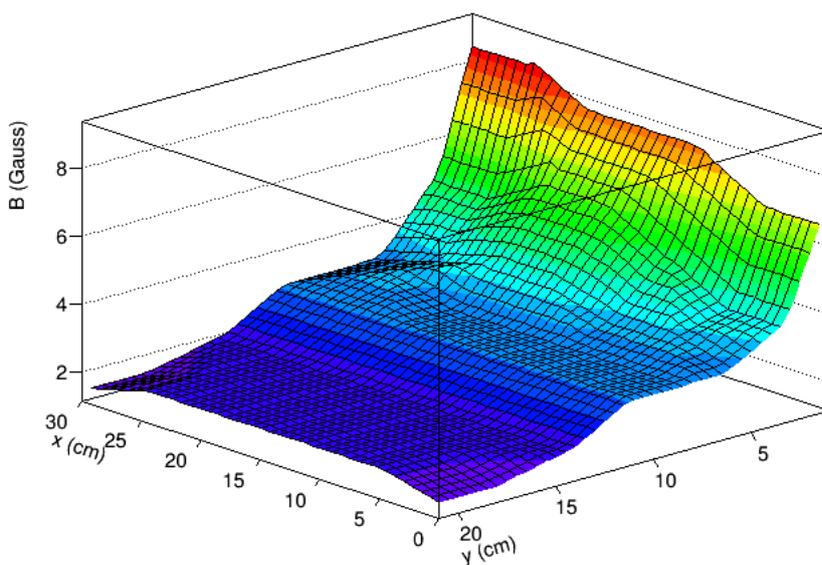


Figura 4.5: Effetto di fringing a 6 cm

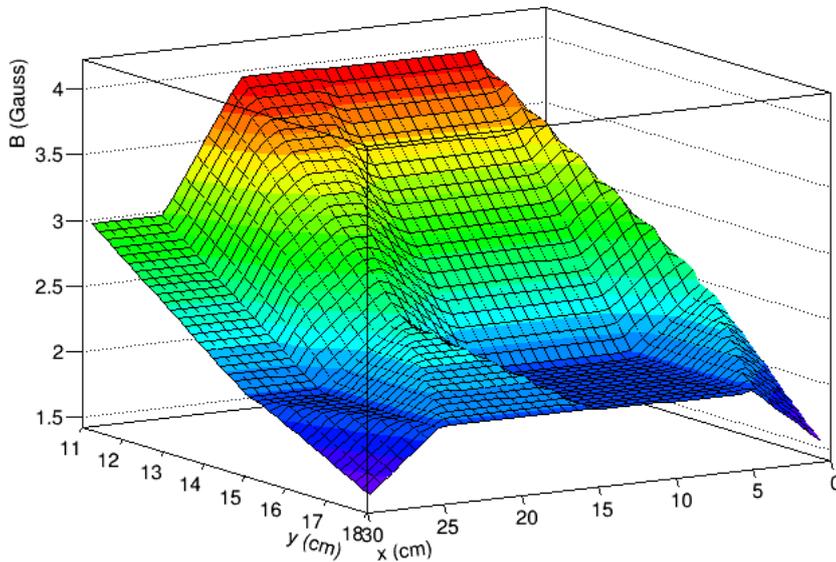


Figura 4.6: Effetto di fringing a 15 cm

Dai risultati mostrati in figura 4.5 si è verificato che a 15 cm dal bordo del solenoide il campo è inferiore ai 3 Gauss. Si è quindi estratto il rivelatore di 15 cm e si è ripetuta la misura per valutare che il campo magnetico rimanesse inferiore al limite scelto in quella che sarebbe stata la condizione di lavoro. Come si può vedere dai risultati della seconda misura riportati in figura 4.6, le condizioni limite sono rispettate.

Per calcolare la frequenza di precessione dello spin dei muoni è necessario conoscere il valore del campo magnetico:

$$\omega = \frac{eB}{m_{\mu}c} \quad (4.15)$$

Dal momento che il campo magnetico prodotto dal solenoide non è costante, si vuole ricavare una stima per B. Per fare questo, si fissano dei valori di x e al variare di y tra 20 cm e 60 cm, dove il campo B è più costante, si calcola una media del valore di B. I valori di B così ottenuti vengono interpolati con una retta a pendenza nulla di cui si prende l'intercetta q come valor medio del campo magnetico nel solenoide (Fig. 4.7).

$$B = 29,94 \pm 0,14 \text{ G} \quad (4.16)$$

La frequenza di precessione dello spin muonico è:

$$\omega = (2,548 \pm 0,012) \text{ MHz} \quad (4.17)$$

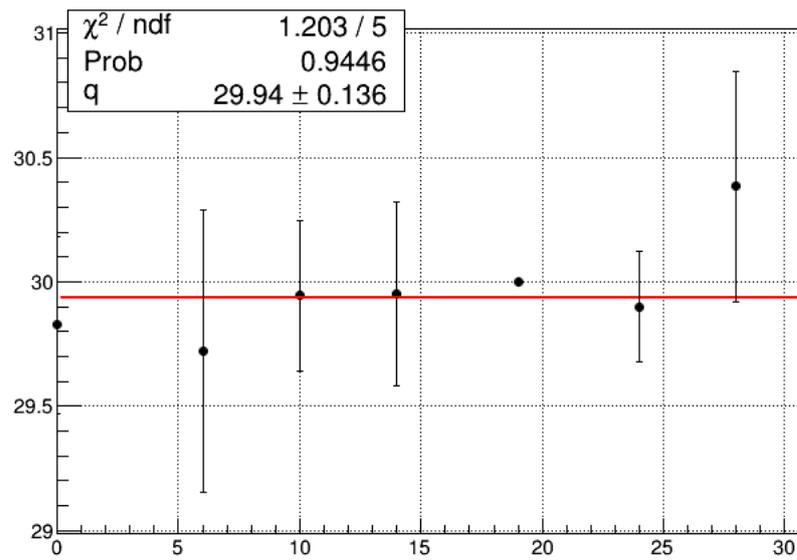


Figura 4.7: Campo magnetico medio nel solenoide

4.3 Risultati ed analisi

Una volta raccolti i dati e una volta calcolata l'asimmetria $A(t)$ definita nella formula 4.13, per verificare la violazione di parità è necessario testare l'andamento sinusoidale:

$$A(t) = \frac{\xi}{6} \cos(\omega t) \quad (4.18)$$

Per procedere in questa direzione bisogna scegliere quale binnaggio temporale utilizzare nel grafico che rappresenta $A(t)$ e che verrà in seguito interpolato. Tale scelta risulta molto delicata, poichè il binnaggio deve essere tale da permettere di verificare l'ipotesi di oscillazioni dell'asimmetria con un buon *Confidence Level*. Si tiene conto quindi di due importanti considerazioni:

- Ogni bin deve contenere un numero sufficiente di eventi di tipo *up* e di tipo *down*
- Secondo il Teorema di Shannon (Appendice B), per campionare al meglio la curva sinusoidale bisogna scegliere un binnaggio temporale che sia almeno il doppio della frequenza $\omega = 2,548$ MHz calcolata dal punto di vista teorico

Alla luce di queste richieste, il binnaggio scelto risulta di 15 bin, ognuno con una larghezza di circa 600 ns. Tuttavia sarà poi necessario assicurarsi che i risultati non dipendano in modo eccessivo dal binnaggio scelto; a questo scopo si procederà con un test di stabilità. Il grafico ottenuto con il binnaggio scelto viene interpolato con una funzione di tipo sinusoidale:

$$A(t) = A + \frac{\xi}{6} \cos(\omega t + \phi) \quad (4.19)$$

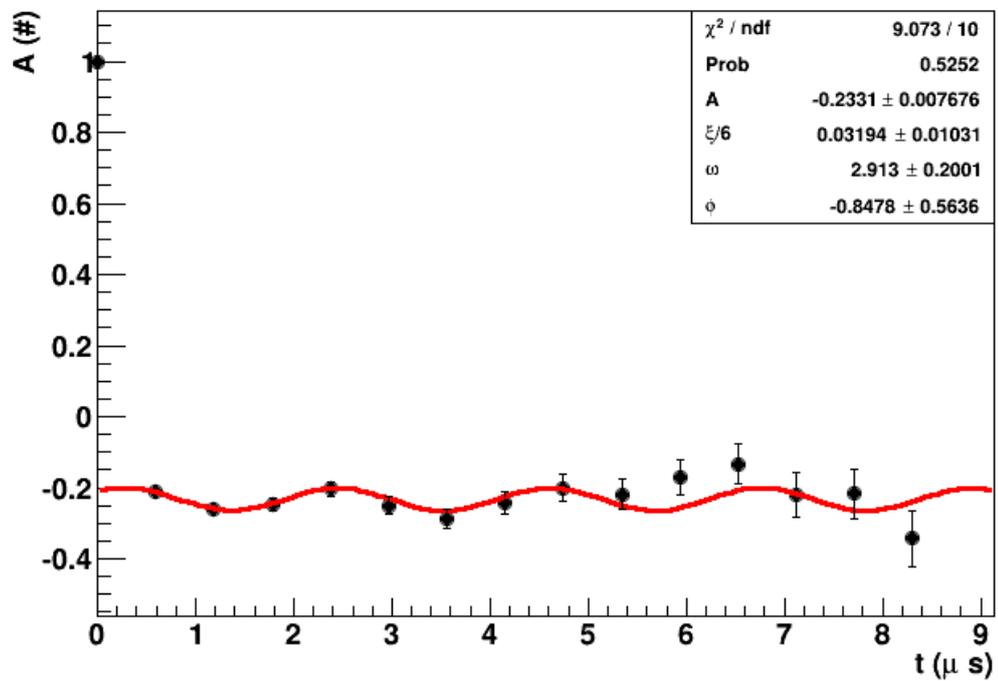
e con una funzione di tipo lineare:

$$A(t) = q + mt \quad (4.20)$$

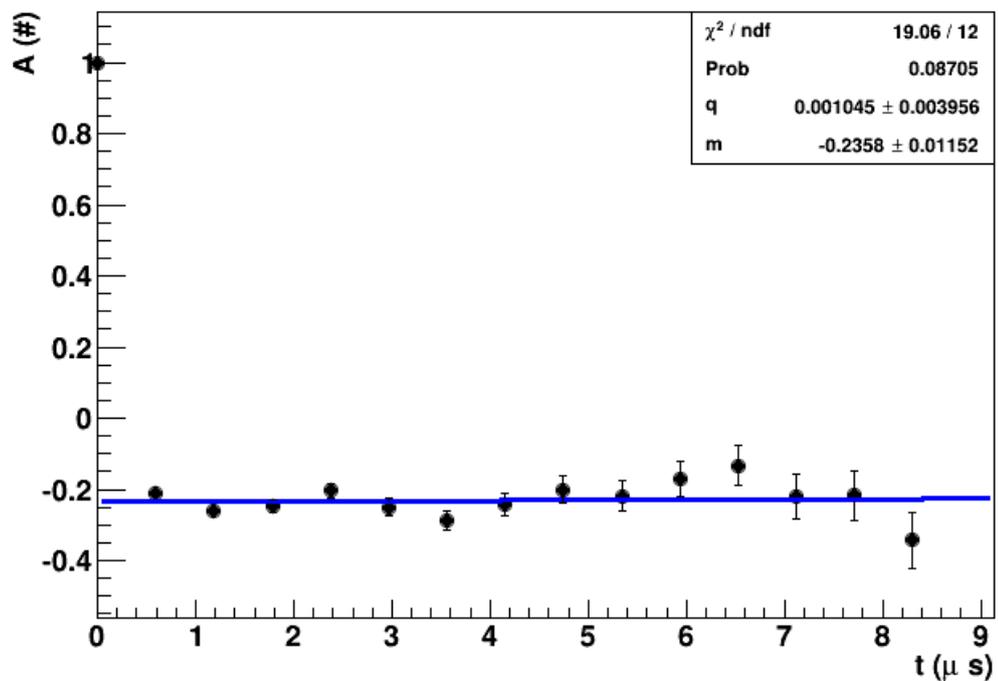
dove A , $\xi/6$, ω , ϕ , q e m sono parametri liberi restituiti dal fit.

I fit effettuati sono mostrati in figura 4.8. Come si può notare dai risultati dei fit, e in particolare dai χ^2 ridotti ottenuti, il fit sinusoidale risulta migliore rispetto a quello lineare:

- **Fit lineare:** $\chi_0^2/d.o.f. = 19,06/12$; $P(\chi^2 \geq \chi_0^2) = 0,087$
- **Fit sinusoidale:** $\chi_0^2/d.o.f. = 9,073/10$; $P(\chi^2 \geq \chi_0^2) = 0,525$



(a) Fit sinusoidale



(b) Fit lineare

Figura 4.8: Asimmetria A in funzione del tempo

Dal fit sinusoidale si ricava il valore di $\omega = (2,913 \pm 0,200)$ MHz che risulta essere confrontabile entro 1,8 sigma con il valore teorico atteso (eq. 4.17), mentre $\xi/6 = 0,032 \pm 0,010$ confrontabile entro 2,6 sigma con $\xi_{teor}/6 = 0,058$.

Si osserva la presenza di un *offset* in quanto i dati non oscillano attorno allo zero. Questo effetto è probabilmente dovuto a errori sistematici, che quindi sono presenti anche in assenza di campo magnetico. Si decide pertanto di acquisire nuovi dati in assenza di campo e di fittare l'asimmetria ottenuta con una retta $y = q$. Come si può vedere dal grafico 4.9 l'*offset* rimane inalterato, a conferma di quanto ipotizzato.

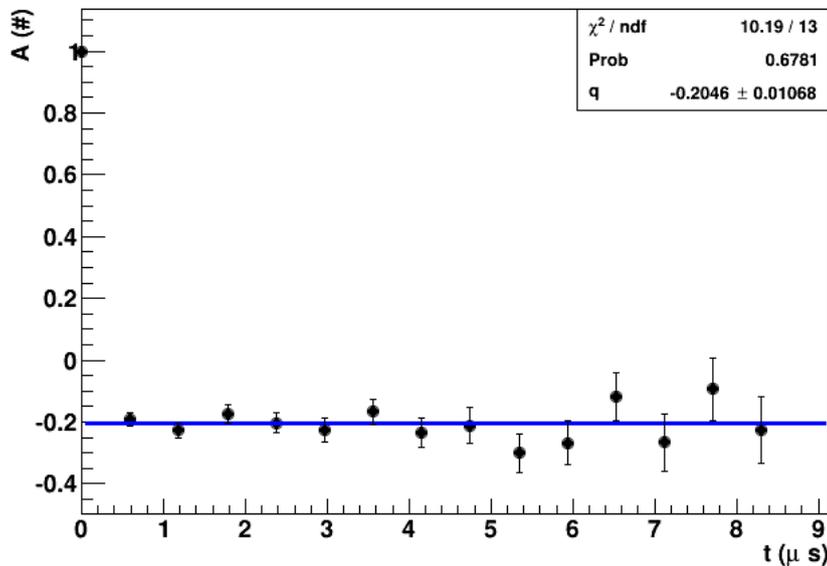


Figura 4.9: Asimmetria in assenza di campo magnetico

Per quanto riguarda il test di stabilità, ovvero la verifica atta ad escludere una dipendenza critica dei risultati dal binnaggio scelto, si procede in questo modo:

- Si sceglie un range di larghezza dei bin e si fa quindi variare il binnaggio all'interno di tale range: da 8 a 30 bin con un passo di 1 bin.
- Si fittano i grafici ottenuti per ogni binnaggio con i due tipi di funzione: lineare e sinusoidale.

- I valori del χ^2 ridotto ottenuti in funzione del binnaggio scelto per i due tipi di funzione di fit vengono rappresentati in un grafico, in modo da valutare quale distribuzione, lineare o sinusoidale, si avvicina maggiormente a 1 e in che misura le distribuzioni dipendano dal binnaggio.

Il grafico ottenuto è rappresentato in figura 4.10. Si osserva che per la maggior parte dei binnaggi scelti il χ^2 ridotto risulta più vicino a 1 per il fit sinusoidale piuttosto che per quello lineare. In particolare nell'intervallo tra 10 e 20 bin, perfettamente centrato attorno al binnaggio da noi scelto, si può notare che il fit sinusoidale restituisce sempre un χ^2 più vicino all'unità rispetto a quello lineare.

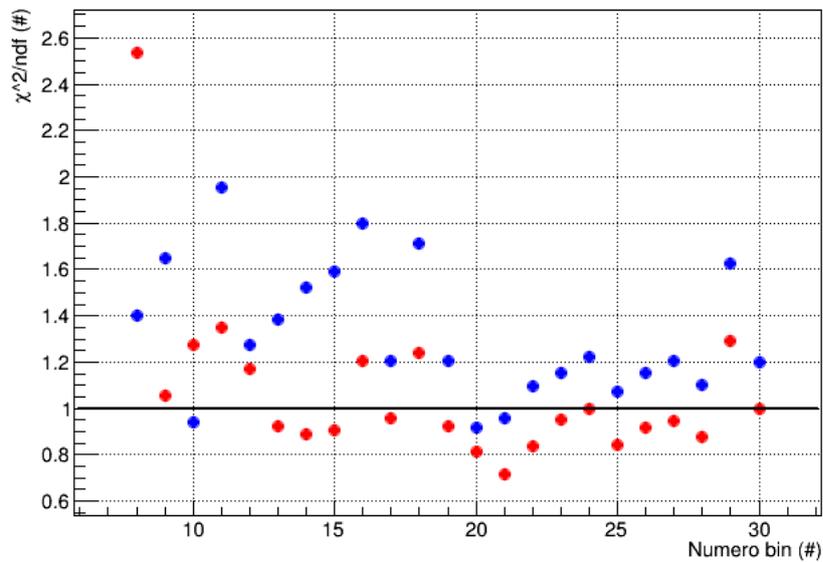


Figura 4.10: Distribuzione di $\chi^2/d.o.f$ in funzione del binnaggio per i fit lineare (punti blu) e sinusoidale (punti rossi)

Appendice A

Descrizione programma Libero.C

In questa appendice si riporta una breve analisi del programma “Libero.C” utilizzato su un pc Windows unitamente all’oscilloscopio al fine di acquisire i dati relativi al tempo di decadimento dei muoni. Si collega al canale 1 e 2 dell’oscilloscopio rispettivamente le uscite dei discriminatori degli scintillatori superiore e inferiore al fine di distinguere i decadimenti up e down. Si collega poi all’entrata “trigger ext” il segnale di trigger descritto nel capitolo 3.1. Il segnale di trigger indica che un muone passa per il rivelatore superiore e per quello intermedio ma non per quello inferiore e che successivamente si vede un segnale in uno dei due scintillatori esterni, confermando così una successione tra start e stop che indica un decadimento che avvenuto tra i due rivelatori più in basso. Quando tale segnale arriva all’oscilloscopio, questo effettua un download del buffer dei 10 microsecondi precedenti relativo ai due canali in ingresso. L’oscilloscopio riporta sull’asse delle ascisse il tempo da 0 a 10 μs , tale range corrisponde al massimo ritardo tra start e stop che il sistema è in grado di acquisire, questo asse è diviso in 10 intervalli ognuno di larghezza 1 μs . Sulle ordinate si riporta invece il voltaggio dei segnali uscenti dai discriminatori e ad ogni divisione corrisponde un valore di 4 mV. Il programma trasferisce i voltaggi per ogni istante su un buffer che non è altro che un vettore di 2512 unità, dove le prime 12 sono occupate da valori di setting, di conseguenza alle 2500 divisioni rimanenti corrispondono i 10 μs , si ha quindi che a ogni divisione corrispondono 4 μs . Inizialmente si impostano scala e offset per i due assi, si definiscono poi le diverse funzioni di lettura e salvataggio. Si inizializzano le variabili e si impostano i parametri di acquisizione, si creano successivamente i file su cui si verranno salvati i dati relativi ai decadimenti e le stringhe relative ai canali 1 e 2. Il programma procede poi secondo il seguente iter:

start Dopo aver ricevuto un segnale in ingresso dal trigger, che indica l'avvenuto decadimento, inizia la ricerca dello start che avviene per forza sul canale 1 corrispondente allo scintillatore superiore dato che i μ provengono dal cielo. La ricerca dello start avviene dopo aver effettuato il download del buffer relativo a tale canale. Si parte scorrendo tutte le 2500 divisioni, dove per ogni bit è stato salvato un determinato valore di voltaggio che rimane pari al valore della linea di base in caso di assenza di segnale (129.4 mV). Mentre si scorre il buffer si cerca il bit nel quale il voltaggio scende ad un valore inferiore a metà della linea di base e si salva tale bit come t_{start} . La ricerca prosegue per i 25 bit successivi a t_{start} e si verifica che in tale range il voltaggio dapprima scenda fino ad un valore di minimo e successivamente torni sopra il valore di soglia fissato a metà del voltaggio della linea di base. In caso di successo si è verificata la presenza di un'onda quadra sul canale 1 il cui istante di arrivo è pari a t_{start} .

stop up Successivamente si effettua una ricerca di stop sul canale 1 corrispondente ad uno stop up. La logica di ricerca dell'onda quadra è la stessa che per lo start l'unica differenza è che tale procedimento viene effettuato solo in prossimità della nona divisione dell'oscilloscopio, tra i bit 2220 e 2250, poichè il programma è stato progettato in modo tale che all'arrivo del segnale di trigger il buffer venga scaricato tenendo fisso l'istante di arrivo dello stop. Trovato il bit corrispondente al superamento della soglia di voltaggio, questo viene salvato come t_{stop} .

up matto Nella ricerca dello stop up abbiamo aggiunto un'ulteriore analisi, dato che stampando il grafico dei tempi di decadimento e delle relative frequenze si trova un bin con un enorme numero di conteggi ad un tempo pari al solo ritardo inserito nel segnale di trigger discusso nella sezione 3.1.1. Tale evento deve corrispondere ad un $t_{start} = t_{stop}$ e non è quindi un vero decadimento. L'analisi da noi aggiunta chiede se t_{start} cade dopo il bit 2220, bit dopo il quale inizia la ricerca dello stop. In caso di risposta affermativa si cerca dove tale segnale ritorna al valore della linea di base, trovato tale istante lo si salva come t_x . Si vuole individuare poi un secondo segnale successivo a t_x , nel caso tale segnale sia presente bisogna scartare l'evento. I conteggi nel bin corrispondente al solo ritardo sono solo conteggi up poichè la ricerca dello start avviene solo sul primo canale e il primo impulso viene trovato dopo il bit 2220 e viene salvato come t_{start} . La ricerca dello stop parte dal bit 2220 e trova lo stesso segnale trovato in precedenza ma questa volta lo salva come t_{stop} , di conseguenza la differenza di tempo tra start e stop è nulla.

doppio start Dopo aver spostato la lettura sul secondo canale si inizia a cercare eventi indesiderati come un doppio start. Tale evento consiste nell'arrivo di un'onda quadra sul canale 2 in prossimità dell'istante t_{start} del canale 1. Se tale combinazione viene trovata, significa che oltre al segnale di stop in fondo al buffer si hanno due segnali di start e quindi tale evento viene scartato.

stop down La ricerca dello stop down è del tutto analoga a quello dello stop up con l'unica eccezione che avviene sul secondo canale dell'oscilloscopio. L'onda quadra viene cercata alla fine del buffer per i motivi elencati in precedenza e l'istante di arrivo viene salvato come t_{stop} .

doppio La ricerca di eventi di doppio avviene nello stesso blocco logico nel quale si individua lo stop down. Dato che la ricerca del down avviene dopo quella dell'up, una volta trovato il t_{stop} relativo al down bisogna verificare che non sia già stato trovato un ulteriore stop sul canale 1. Nel caso siano stati trovati entrambi l'evento viene scartato.

Infine i diversi eventi vengono salvati su un file dove vengono riportati il tempo assoluto dall'inizio della misura, se il decadimento è up, down, doppio, up matto o doppio start, e viene poi calcolato il tempo di decadimento tramite la formula:

$$\Delta t = ((t_{stop} - t_{start} + Ritardo) * 10) / 2500.$$

Appendice B

Teorema di Nyquist-Shannon

Enunciato [6]

Un segnale con spettro nullo a frequenze maggiori di W , è univocamente definito a partire dai valori che assume agli istanti $t = n2W$, con n intero.

La frequenza $2W$ è chiamata frequenza di Nyquist. In virtù del teorema, l'andamento di un segnale $x(t)$ limitato in banda tra $-W$ e W può essere ricostruito in base ai suoi campioni, presi a frequenza doppia della frequenza massima del segnale.

Bibliografia

- [1] V. Tishchenko et al.
Detailed Report of the MuLan Measurement of the Positive Muon Lifetime and Determination of the Fermi Constant
argiv 1211.0960

- [2] A.O. Weissenberg *Muons* North Holland Publisher

- [3] D.E. Groom, N.V. Mokhov, S.I. Striganov
Muon stopping power and range tables: 10 MeV-100 TeV
Atomic Data and Nucleare Data Tables

- [4] K. Nagamine
Introductory muon science
Cambridge university press

- [5] R. Turner, C. M. Ankenbrandt, R. C. Larsen
Polarization of cosmic ray muons
Phys. Rev. D, 4:17-23, Jul 1971.

- [6] Alessandro Falaschi
Elementi di trasmissione dei segnali e sistemi di telecomunicazione
Roma, Università La Sapienza, 2009.

- [7] Glenn F. Knoll
Radiation Detection and Measurement
John Wiley and Sons

- [8] F.Mandl and G.Shaw
The Quantum Field Theory
John Wiley and Sons
- [9] N. C. Mukhopadhyay
Nuclear muon capture
North holland publishing company
- [10] Saint-Gobain Crystals
Organic scintillation materials