

Laboratorio di misure nucleari e subnucleari

Studio della Scintillazione
dei Cristalli
BGO, CaMoO_4 e CdWO_4

Luca Brianza
Erica Brondolin
Stefano Dell'Oro
Davide Greco

Anno Accademico 2011-2012

Introduzione

Il processo di scintillazione dei cristalli inorganici è uno dei principali strumenti usati in spettroscopia per rivelare il passaggio di particelle ionizzanti attraverso la materia e costituisce, inoltre, un potente mezzo per investigare la struttura microscopica dei reticoli cristallini. Lo scopo di questa esperienza di laboratorio è quello di studiare la scintillazione, soffermandosi nello specifico sulla sua dipendenza dalla temperatura.

Nel primo capitolo vengono brevemente illustrate le basi teoriche del processo di emissione di radiazione nei cristalli, in particolare vengono approfonditi i concetti di resa in luce e costante di decadimento. Nel capitolo successivo vengono descritti l'apparato sperimentale e la catena di acquisizione per l'analisi dati. In seguito, si espongono i risultati delle misure eseguite su tre diversi cristalli: BGO, CaMoO_4 e CdWO_4 . Infine, l'ultima parte si concentra sullo studio dell'efficienza del fotomoltiplicatore al variare della temperatura.

Indice

Indice	2
1 La scintillazione nei cristalli inorganici	3
1.1 Resa di luce	4
1.2 Costante di decadimento	5
2 Misure in camera climatica	7
2.1 Apparato sperimentale	7
2.2 BGO	9
2.2.1 Costante di decadimento	11
2.2.2 Resa di luce	12
2.3 CaMoO_4	14
2.3.1 Costanti di decadimento	15
2.3.2 Resa di luce	17
2.3.3 Resa di luce percentuale	18
2.4 CdWO_4	20
2.4.1 Costante di decadimento	21
3 Calibrazione Strumenti	23
3.1 Efficienza del PMT	23
3.2 Verifica di un'eventuale deriva temporale della tensione del generatore	27
A Modello a tre livelli	29
B Programma di analisi per BGO e CdWO_4	31
C Programma di analisi per CaMoO_4	34
Bibliografia	36

La scintillazione nei cristalli inorganici

I cristalli inorganici sono caratterizzati dalla presenza di bande energetiche: la banda di valenza, regione in cui si trovano gli elettroni legati ai singoli siti reticolari; e la banda di conduzione, in cui si muovono gli elettroni liberi. Queste due zone sono separate da una banda proibita corrispondente al gap energetico; gli elettroni possono passare dalla banda di valenza a quella di conduzione se viene loro fornita energia pari o superiore a tale differenza energetica [1].

In genere, tra le due bande sono presenti degli attivatori, cioè dei livelli energetici introdotti con opportuni drogaggi o formati dalle impurità proprie del reticolo. La separazione energetica tra i livelli degli attivatori è molto più piccola dell'intero gap e i siti del reticolo in cui essi sono presenti sono detti centri luminescenti.

Quando un fotone o un'altra particella ionizzante attraversa il cristallo, se dispone di energia almeno pari al gap, può eccitare uno degli elettroni della banda di valenza, portandolo nella banda di conduzione e lasciando nella zona di valenza una lacuna equivalente ad una carica positiva. L'elettrone urta anelasticamente altri elettroni che tendono a portarsi nella parte superiore della banda proibita; allo stesso modo, altre lacune liberate da quella iniziale si muovono verso la parte inferiore della banda proibita. Gli elettroni si riportano quindi nella banda di valenza, ricombinandosi con le lacune ed emettendo fotoni di energia pari al gap. Tale processo viene detto scintillazione (Figura 1.1). Nel caso siano presenti attivatori all'interno del cristallo, gli elettroni possono portarsi su uno dei livelli intermedi e successivamente diseccitarsi emettendo fotoni di energia minore.

In generale le lunghezze d'onda dei fotoni emessi ricadono nello spettro visibile. Questo permette la loro rivelazione tramite un fototubo. Talvolta l'elettrone può trovarsi in uno stato eccitato che decade a quello fondamentale senza emissione di fotoni, dando vita a un processo competitivo con quello della scintillazione, detto quenching. La presenza di questo fenomeno non radiativo è molto importante perché, a seconda della temperatura, può diventare predominante su quello radiativo influenzando il comportamento delle due grandezze principali che caratterizzano il processo di scintillazione: la resa di luce e la costante di decadimento.

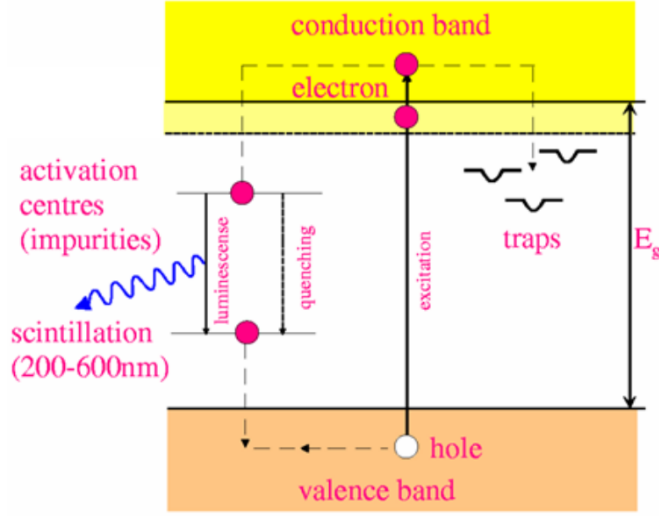


Figura 1.1: Schema del processo di scintillazione.

1.1 Resa di luce

La prima proprietà fondamentale che caratterizza la scintillazione è la resa di luce. Questa è definita come il numero di fotoni emessi per unità di energia della particella ionizzante (E_γ). La resa di luce può essere espressa dalla formula:

$$R = \frac{E_\gamma}{\beta E_g} Q$$

dove βE_g è l'energia media necessaria per formare una coppia elettrone-buca (in particolare, E_g è l'energia di gap e β è una costante) e Q è l'efficienza di scintillazione, cioè la probabilità di diseccitazione radiativa dei centri luminescenti [2]. L'energia nelle transizioni, infatti, può venire dissipata sia in fotoni (modo radiativo) che in fononi (modo non radiativo). L'energia può venire riemessa anche attraverso collisioni Auger, ma il loro contributo è trascurabile [3].

In generale, la resa in luce è legata alla probabilità p_r che un elettrone in uno stato eccitato di un attivatore decada in modo radiativo, cioè emettendo fotoni, e a p_{nr} , la probabilità di diseccitarsi in modo non radiativo. Il fattore Q si può allora esprimere come:

$$Q = \frac{p_r}{p_r + p_{nr}} = \frac{1}{1 + p_{nr}/p_r}.$$

Esso dipende dalla temperatura a cui si trova il cristallo: infatti, al variare di questa, la prima probabilità può modificarsi per effetto della competizione del processo di quenching. Se si assume che i livelli energetici degli attivatori siano popolati in modo diverso al variare della temperatura, secondo una statistica di Boltzmann, si può porre:

$$\frac{p_{nr}}{p_r} = C e^{-\Delta E/k_B T}$$

dove ΔE è la barriera di energia da superare perché si verifichi un decadimento non radiativo, k_B è la costante di Boltzmann e C è una costante caratteristica del

particolare reticolo considerato. Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene la formula di Mott (o di Mott-Seitz):

$$Q = \frac{1}{1 + Ce^{-\Delta E/k_B T}} \quad (1.1)$$

Questa equazione mostra che all'aumentare della temperatura il quenching domina sul decadimento radiativo, provocando una diminuzione della quantità di fotoni emessi. Dato che l'intensità di corrente prodotta in un fotomoltiplicatore dipende dalla resa in luce, la cui dipendenza dalla temperatura è contenuta interamente nel fattore Q , allora si può scrivere il suo andamento ($I(T)$) come:

$$\frac{I(T)}{I(T_0)} = \frac{A}{1 + Ce^{-\Delta E/k_B T}}$$

dove $I(T_0)$ è la corrente ad una temperatura di riferimento e A è una costante che tiene conto di tutti i termini che non si cancellano nel rapporto tra $I(T)$ e $I(T_0)$. Da questa formula è quindi possibile ricavare la dipendenza da T della resa di luce dei cristalli a partire dall'intensità di corrente misurata.

1.2 Costante di decadimento

L'altra grandezza fondamentale nel processo di scintillazione è la costante di decadimento. La probabilità che un elettrone decada da uno stato eccitato di un attivatore è data da:

$$P = e^{-t/\tau}$$

dove τ è la costante di decadimento caratteristica di quel livello eccitato. Questo tipo di distribuzione fa sì che anche la forma dell'impulso prodotto in un fotomoltiplicatore a causa della scintillazione segua una legge di tipo esponenziale:

$$I(t) = Ae^{-t/\tau}$$

dove A è una costante legata alla resa di luce del cristallo e alle caratteristiche specifiche del circuito con cui viene analizzato il segnale. In realtà, il meccanismo di scintillazione è molto più complesso e bisogna tener conto sia del tempo finito con cui gli stati eccitati vengono popolati dagli elettroni del mezzo, sia dei differenti valori delle costanti di tempo con cui gli elettroni possono decadere dai diversi centri luminescenti. Di conseguenza l'intensità di corrente dipende da un numero maggiore di costanti di decadimento:

$$I(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{-t/\tau_i}$$

La costante τ dipende dalla temperatura e la sua variazione è strettamente legata alla struttura reticolare e ai livelli energetici degli attivatori. In alcuni cristalli, infatti, τ aumenta con T , in altri diminuisce, in altri ancora rimane costante. Spesso quindi non esistono semplici formulazioni analitiche per descriverne l'andamento; tuttavia, per alcuni cristalli, è possibile utilizzare una descrizione semplificata con

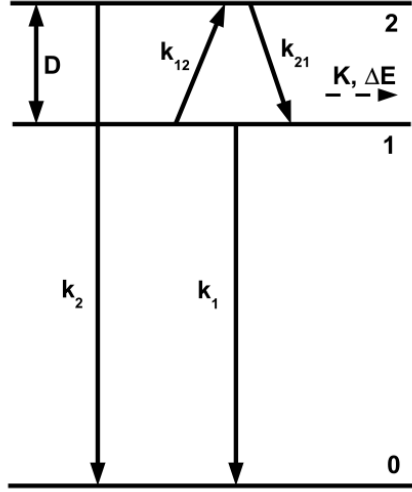


Figura 1.2: Schema del modello a tre livelli.

un modello a tre livelli. È il caso di cristalli quali BGO e CaMoO_4 che vengono studiati in questo lavoro.

Questo modello è adatto a descrivere gli attivatori in cui sono presenti tre livelli energetici: lo stato fondamentale di più bassa energia, uno stato eccitato metastabile ed un livello eccitato instabile ad energia più alta. Un elettrone nello stato instabile può decadere sullo stato fondamentale attraverso emissione di dipolo elettrico con una vita media molto breve; la transizione dallo stato metastabile è invece proibita dalle regole di selezione. In questo caso, la diseccitazione può avvenire solo in emissione di quadrupolo magnetico e quindi con una probabilità molto inferiore. Lo stato metastabile, allora, tende ad avere una vita media molto più lunga rispetto a quello instabile.

La costante di decadimento complessiva dipende da come i due livelli sono popolati a seconda della temperatura: se T è bassa, un maggior numero di elettroni occupa il livello metastabile, e di conseguenza la vita media risulta più lunga; se T è alta, è molto più popolato lo stato instabile, e la vita media risulta più breve. Tenendo conto anche del meccanismo di quenching, è possibile ricavare una formula per la variazione di τ con la temperatura, riportata in [2]:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_1 + k_2 e^{-D/KT}}{1 + e^{-D/K_B T}} + K e^{-\Delta E/K_B T} \quad (1.2)$$

dove k_1 e k_2 sono le probabilità di diseccitazione radiativa rispettivamente dallo stato metastabile e dallo stato instabile a quello fondamentale, D è la differenza di energia tra i due stati eccitati, K è la probabilità di decadimento non radiativo e ΔE è lo stesso parametro presente nella formula di Mott e descrive la barriera di energia da superare per il decadimento non radiativo.

Misure in camera climatica

Vengono ora analizzati gli andamenti della costante di decadimento e dell'ampiezza dei segnali in funzione della temperatura. La luce prodotta dalla scintillazione viene raccolta in un fototubo, il quale produce in uscita un impulso di ampiezza proporzionale alla luce stessa. Il segnale viene quindi elaborato da un sistema di acquisizione dati ed in seguito analizzato. Vengono perciò utilizzati tre cristalli di differenti materiali: $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ (BGO), CaMoO_4 e CdWO_4 . La strumentazione consente l'analisi in un intervallo di temperature che va da 203K (-70°C) a 313K ($+40^\circ\text{C}$).

2.1 Apparato sperimentale

Il cristallo, di forma cubica o cilindrica, presenta almeno due superfici lucide che permettono il passaggio della luce di scintillazione senza attenuazione; attraverso una di queste avviene l'interfaccia col PMT. Per massimizzare la raccolta di luce, le altre superfici vengono avvolte in uno strato di Teflon, in questo modo viene favorita la riflessione sulle pareti. Inoltre, viene interposto uno strato di grasso ottico tra il cristallo e il fototocatodo per facilitare l'accoppiamento ottico e minimizzare quindi il fenomeno di riflessione totale della luce.

Il PMT viene alimentato da un generatore di alta tensione (High Voltage Power Supply). La tensione di lavoro scelta è -1700V , la minima necessaria per poter visualizzare gli impulsi con una buona risoluzione. Per schermare dalla luce ambientale, PMT e cristallo vengono posti all'interno di un contenitore, il quale viene a sua volta inserito in una camera climatica. Per incrementare la scintillazione dei cristalli, naturalmente provocata dal passaggio di muoni cosmici, nei casi di BGO e di CaMoO_4 viene posta vicino al cristallo anche una sorgente radioattiva, nello specifico ^{232}Th .

Lo studio degli impulsi viene effettuato utilizzando il segnale anodico in uscita al PMT. Questo viene visualizzato o con un oscilloscopio oppure tramite un sistema di acquisizione dati digitale.

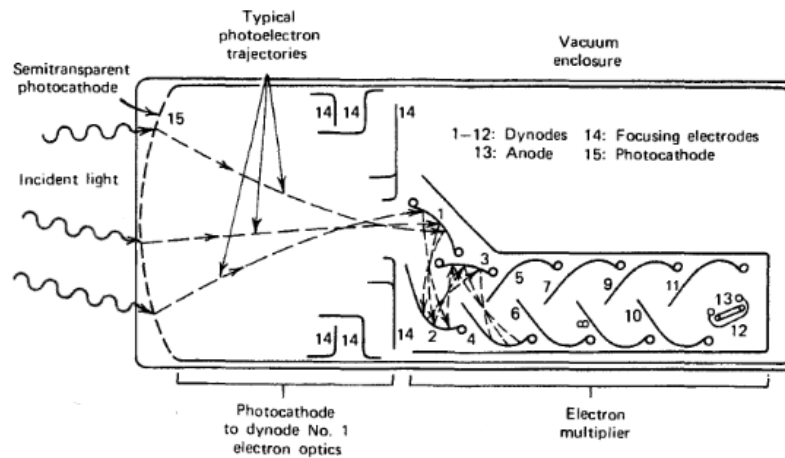


Figura 2.1: Struttura di un PMT.

Il fotomoltiplicatore

Per rivelare il segnale luminoso emesso dal cristallo viene utilizzato un fotomoltiplicatore. La struttura semplificata del PMT è mostrata in Figura 2.1.

I fotoni emessi dal processo di scintillazione incidono sul fotocatodo e, se hanno energia superiore al lavoro di estrazione del materiale con cui è costituito (qualche eV), liberano fotoelettroni. Questi ultimi vengono quindi accelerati da una differenza di potenziale (solitamente 1kV o 2kV) e incidono a loro volta su una serie di dinodi, anche loro costituiti da materiale a basso lavoro di estrazione, liberando ulteriori elettroni. Tale processo genera elettroni in cascata, i quali vengono rivelati all'anodo come una corrente proporzionale al numero di fotoelettroni prodotti, e quindi all'intensità di fotoni iniziali. Poiché bisogna attrarre gli elettroni, il primo dinodo deve sempre essere mantenuto ad una tensione positiva rispetto al fotocatodo ed ogni dinodo deve essere sempre mantenuto ad una tensione positiva rispetto a quello precedente [1]. Per garantire questo, a causa del circuito di base del PMT in uso, bisogna fornire una differenza di potenziale con polarità negativa.

La corrente viene letta da un circuito RC posto all'anodo. Non è necessario utilizzare un preamplificatore in quanto, grazie all'alto guadagno dello strumento, il segnale prodotto è sufficientemente grande da poter essere direttamente analizzato.

2.2 BGO

Il cristallo di BGO utilizzato si presenta come un cubo di 2cm di lato con tutte le facce lucide. Dopo aver montato l'apparato e aver verificato con l'oscilloscopio che gli impulsi siano visualizzati, l'uscita del PMT viene collegata al sistema di acquisizione digitale.

Come già detto, viene utilizzata una sorgente di ^{232}Th , il quale presenta uno spettro con righe di emissione con energie fino a 2614keV. Ci si serve quindi di questa ultima riga spettrale per selezionare impulsi monoenergetici; infatti, la scelta di questo tipo di impulsi permette di effettuare lo studio sulla variazione dell'ampiezza del segnale. Il livello del trigger viene perciò impostato su un valore abbastanza elevato da consentire la visualizzazione dei soli muoni e successivamente abbassato fino a che non si osserva un repentino incremento del tasso di eventi, dovuto proprio al raggiungimento dell'energia corrispondente alla riga di 2614keV.¹ La soglia scelta varia tra 170mV e 250mV in funzione della temperatura (aumenta con l'aumentare della temperatura). Esempi di impulsi dovuti al decadimento ^{232}Th del sono riportati in Figura 2.2.

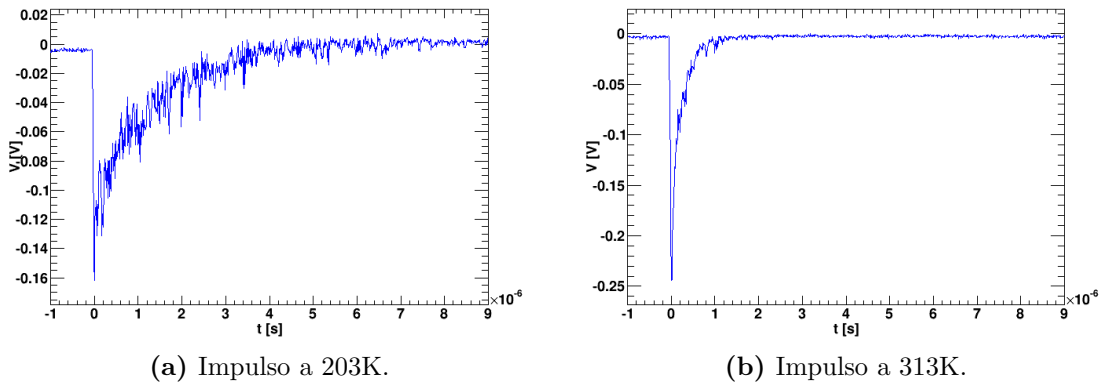


Figura 2.2: Esempi di impulsi dovuti al decadimento ^{232}Th .

Vengono effettuati campionamenti a differenti temperature, variando ogni volta di 10K, nell'intervallo tra 203K e 313K; ognuno di questi consiste in circa un migliaio di impulsi. All'interno di ogni campione sono presenti, oltre a quelli dovuti al torio, anche segnali dovuti al fondo. In particolare si trovano muoni e spike (si veda la Figura 2.3), cioè impulsi molto veloci (dell'ordine di qualche decina di nanosecondi) dovuti all'emissione termoionica di elettroni dal fotocatodo. Tali eventi di fondo vengono rigettati tramite lo studio della forma del segnale effettuato con un codice (Appendice B): la selezione sui muoni viene fatta scartando tutti gli impulsi con ampiezza massima maggiore di 400mV, mentre le spike vengono eliminate valutando la durata temporale dell'evento. In aggiunta viene impostata una soglia minima di 10mV per gli impulsi, al fine di scartare eventuali segnali di rumore registrati dal sistema di acquisizione, che si presentano come un'oscillazione intorno alla linea di base.

¹si ricordi che il PMT è alimentato con una tensione negativa. Pertanto, quando si parla del livello del trigger e, più in generale, di ampiezza del segnale si fa riferimento al valore assoluto.

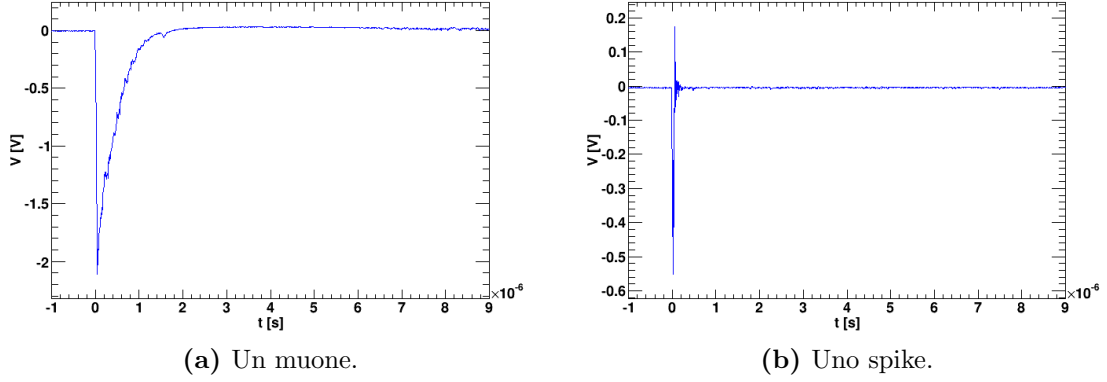


Figura 2.3: Esempi di impulsi rigettati.

La seconda parte del codice analizza tutti i segnali non scartati, producendo in uscita un impulso medio per ogni temperatura campionata (Figura 2.4). Effettuando

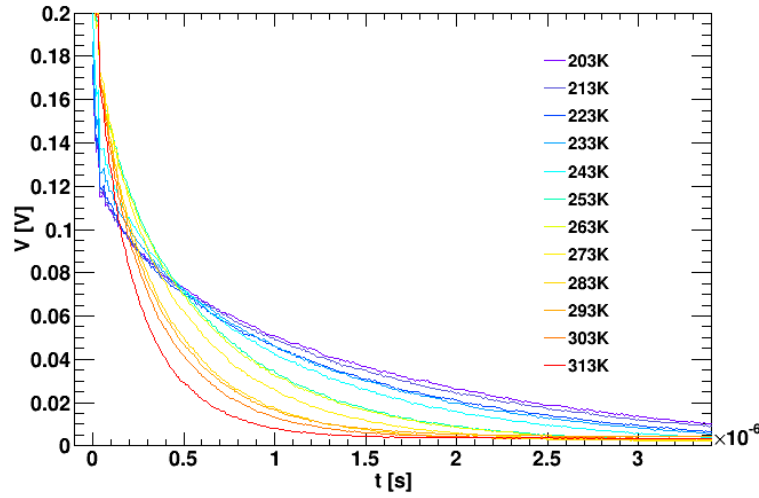


Figura 2.4: Forma degli impulsi medi del BGO.

quindi il fit di quest'ultimo tramite la formula:

$$V(t) = A \cdot (e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (2.1)$$

si ricavano la costante di decadimento τ e l'ampiezza A del segnale. L'errore sulla tensione è dato da:

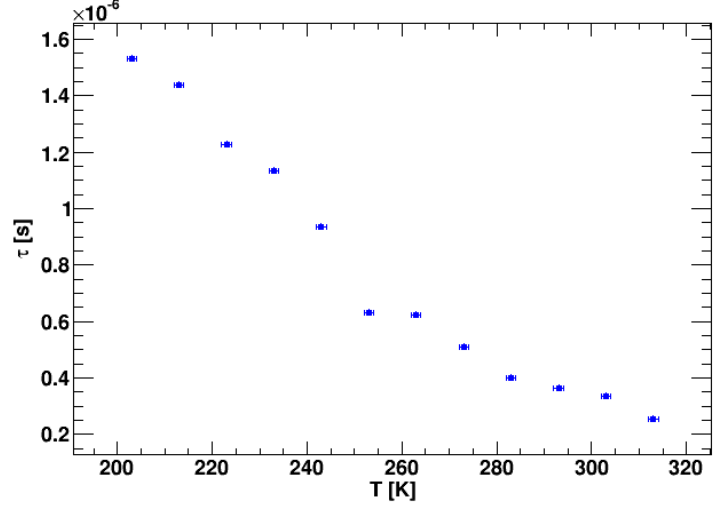
$$\sigma_V = \frac{\overline{V^2} - \overline{V}^2}{\sqrt{N}}$$

In [4] viene previsto un andamento dell'impulso descritto come una somma di due esponenziali con due diverse costanti di decadimento: una principale ed una più veloce che descrive la parte iniziale del segnale, mostrando come questa compaia solo a temperature inferiori circa a 100K. Prendendo questo articolo come riferimento, in questa analisi viene considerata una sola costante di tempo.

2.2.1 Costante di decadimento

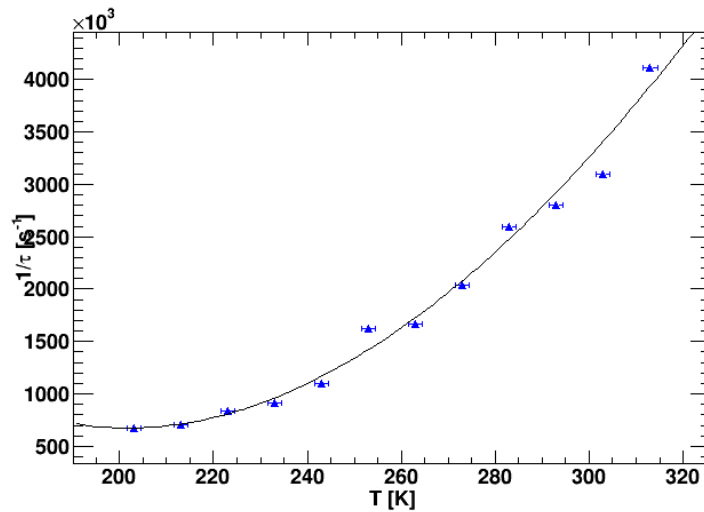
L'andamento della costante di decadimento del BGO in funzione della temperatura T è mostrato nel seguente grafico: ²

T (K)	τ (μs)
203	1.529 ± 0.001
213	1.439 ± 0.001
223	1.227 ± 0.001
233	1.134 ± 0.001
243	0.936 ± 0.001
253	0.632 ± 0.001
263	0.623 ± 0.001
273	0.508 ± 0.001
283	0.400 ± 0.001
293	0.366 ± 0.001
303	0.334 ± 0.001
313	0.255 ± 0.001



La costante di decadimento varia da circa $1.5\mu s$ a meno di $0.3\mu s$, nell'intervallo tra 203K e 313K. Tale aumento del valore di τ al diminuire di T è compatibile con quanto previsto dal modello teorico illustrato nella Sezione 1.2. Nel caso specifico, la luminescenza del BGO è dovuta alla configurazione elettronica dello ione Bi^{3+} . La sua emissione a basse temperature ha origine dal livello 3P_0 metastabile, mentre le transizioni a temperature più alte avvengono soprattutto tra lo stato eccitato 3P_1 e lo stato fondamentale 1S_0 .

Sempre in accordo con il modello a tre livelli, la dipendenza di τ viene descritta dalla formula 1.2 tenendo conto degli effetti del quenching. Si interpolano perciò i dati ottenuti con tale formula:



²si assume 1K come incertezza per la temperatura in camera climatica.

Dal fit si ricavano i seguenti parametri:

$$\begin{aligned}
k_1 &= (6.998 \pm 0.052) \cdot 10^6 \text{s}^{-1} \\
k_2 &= (6.456 \pm 0.262) \cdot 10^6 \text{s}^{-1} \\
D &= (9.475 \pm 1.414) \text{meV} \\
K &= (2.325 \pm 0.386) \cdot 10^8 \text{s}^{-1} \\
\Delta E &= (112.324 \pm 1.400) \text{meV}
\end{aligned}$$

Si stimano dunque due diversi valori per le differenze di energia: 9meV circa tra i due stati eccitati, 112meV circa tra lo stato fondamentale ed il primo stato eccitato. I valori di τ ottenuti sono compatibili con quelli che [2] riporta per la costante di tempo principale per l'intervallo di temperature indagato, anche se questi ultimi appaiono leggermente sovrastimati rispetto ai nostri. Essi sono anche consistenti con quelli che [4] ottiene per la costante lenta per temperature superiori ai 220K, mentre è presente una discrepanza di circa $0.5\mu\text{s}$ per il valore misurato intorno ai 200K (Figura 2.5). Anche per quanto riguarda i valori per le differenze di energia ottenute col fit c'è compatibilità: sempre in [4], infatti, sono riportati: $D = (6.4 \pm 0.5) \text{meV}$ e $\Delta E = (105 \pm 4) \text{meV}$.

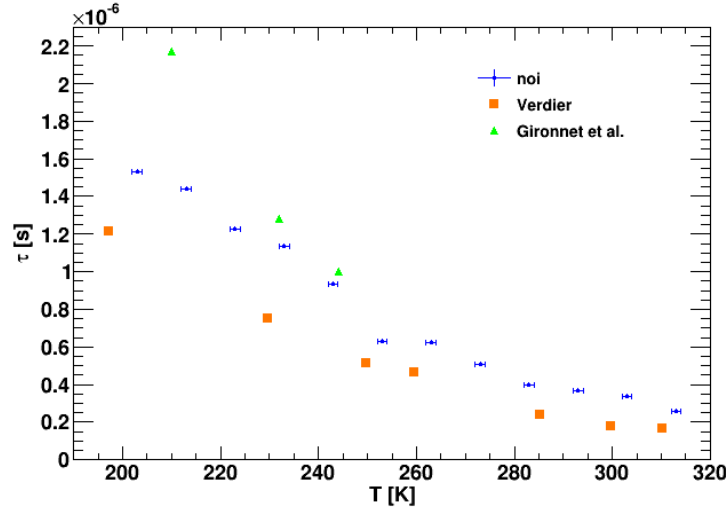


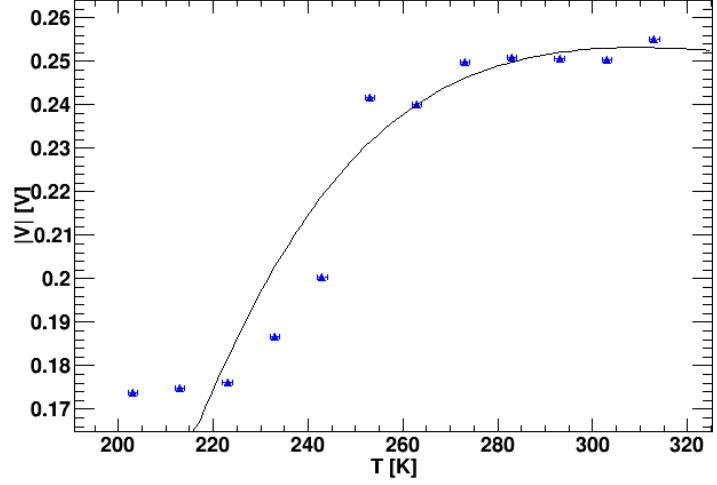
Figura 2.5: Confronto con i valori di τ in [2] e in [4].

2.2.2 Resa di luce

Un'altra caratteristica della scintillazione da analizzare è la resa in luce del cristallo, o efficienza di scintillazione. Infatti, l'emissione di luce in uno scintillatore è proporzionale all'energia rilasciata dalla particella nel cristallo per unità di percorso. In particolare, viene considerata la sua dipendenza in funzione della temperatura. Tale andamento viene ricavato ipotizzando una relazione lineare tra l'ampiezza massima raggiunta dall'impulso medio e l'emissione di luce del cristallo. Si osservi che il BGO ha una resa in luce relativamente bassa, circa il 10% – 20% di quella del NaI [1].

La variazione di ampiezza in funzione della temperatura è mostrata nel seguente grafico:

T (K)	V(V)
203	0.173 ± 0.001
213	0.174 ± 0.001
223	0.176 ± 0.001
233	0.186 ± 0.001
243	0.200 ± 0.001
253	0.241 ± 0.001
263	0.240 ± 0.001
273	0.249 ± 0.001
283	0.251 ± 0.001
293	0.250 ± 0.001
303	0.251 ± 0.001
313	0.255 ± 0.001



L'andamento misurato non è in accordo con quello previsto dalla teoria. Infatti si prevede che la resa in luce del cristallo diminuisca con la temperatura, in quanto all'aumentare di T si suppone che la probabilità di diseccitazione radiativa diminuisca. Probabilmente tale discrepanza è dovuta ad una variazione dell'efficienza del PMT: questa potrebbe dominare sulla variazione dell'ampiezza del segnale in funzione della temperatura (si veda la Sezione 3.2). Risulta pertanto impossibile interpolare questi dati con la formula di Mott.

È possibile, tuttavia, modificare l'equazione 1.1 per cercare di giustificare l'andamento ottenuto:

$$I(T) = A \frac{e^{-\phi/K_B T}}{1 + C e^{-\Delta E/K_B T}}. \quad (2.2)$$

Il parametro ϕ tiene conto dell'efficienza del PMT e stima il lavoro di estrazione di un elettrone dal fotocatodo. Eseguendo ora il fit dei dati, si trova come valori per i parametri:

$$\begin{aligned} A &= (354.113 \pm 48.101) \\ \phi &= (0.131 \pm 0.002) \text{eV} \\ C &= (2.155 \pm 0.293) \cdot 10^3 \\ \Delta E &= (145.519 \pm 2.286) \text{meV} \end{aligned}$$

Si può notare che il parametro ΔE , che rappresenta la differenza di energia tra lo stato fondamentale e quello instabile che permette la transizione radiativa, ha un valore di circa 145meV. Questo valore è compatibile con quello stimato nell'analisi della costante di decadimento di circa 112meV.

2.3 CaMoO_4

Dopo aver analizzato le proprietà di scintillazione del BGO, lo stesso apparato sperimentale viene usato per investigare le caratteristiche di un cristallo di molibdato di calcio (CaMoO_4). Il cristallo si presenta come un cilindro di 4cm di altezza e 3.5cm di diametro.

Non è tuttavia possibile procedere in modo analogo a quanto fatto con il BGO, cioè scegliendo al variare della temperatura il trigger per poter selezionare di volta in volta solo il picco energetico finale del torio. In questo caso, infatti, il sistema non rispetta la soglia di trigger impostata, probabilmente a causa delle peculiarità della forma del segnale emesso da questo cristallo. Come il BGO, anche il CaMoO_4 produce un impulso dalla forma esponenziale, ma, a differenza del primo, questo presenta almeno due costanti di decadimento. Infatti, il segnale di tensione inizia con un primo esponenziale molto rapido, e quindi caratterizzato da una costante di tempo breve, e termina con una coda che ha una costante di tempo molto più lunga (Figura 2.6). Proprio a causa della rapidità della prima costante, è possibile che il sistema non riesca in un tempo tanto breve a stabilire quanto è ampio l'impulso e a tagliarlo, con la conseguenza che di fatto non rispetta il trigger.

Vista l'assenza del trigger, gli impulsi analizzati non si trovano in una finestra di ampiezza definita, ma contengono i contributi di tutti i raggi γ emessi dal ^{232}Th e dei muoni che attraversano il materiale. Tenendo però conto che la costante di decadimento non dipende dall'energia dei fotoni che interagiscono con il cristallo, anche facendo una media dei segnali senza trigger, si dovrebbero ottenere dei risultati validi per τ . Questo non vale, però, per la resa di luce, la cui misura può essere fatta con precisione solo avendo degli impulsi prodotti da fotoni alla stessa energia per ogni temperatura. Il problema di come ottenere delle informazioni sulla quantità di radiazione emessa dal CaMoO_4 pur in assenza di trigger verrà affrontato nelle sezioni successive.

Inoltre, come nel BGO, spesso vengono salvate solo delle singole spike o dei segnali di rumore e, per consentire l'analisi, bisogna procedere prima scartando tutti questi impulsi e poi selezionando quelli che hanno l'andamento corretto; a seguito di questa selezione, spesso sopravvive solo un numero limitato di segnali rispetto alla

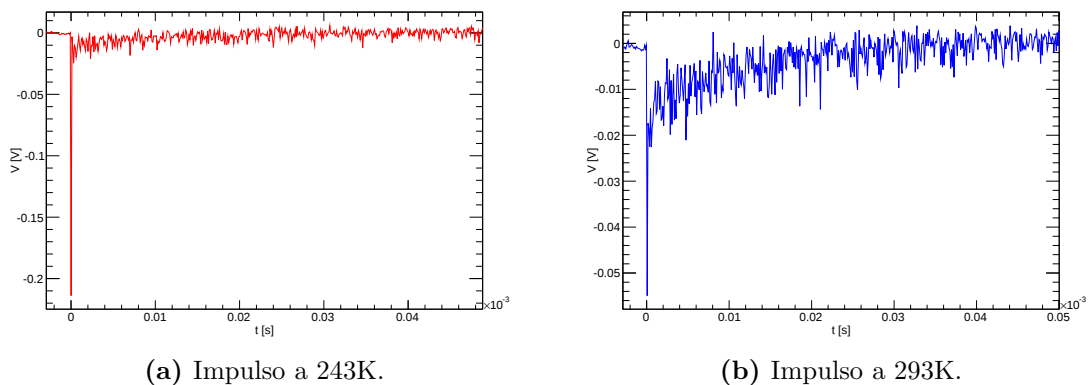


Figura 2.6: Esempi di impulsi dovuti del CaMoO_4 .

quantità originaria.

Per quanto riguarda l'analisi dei dati, vista la complessità di eseguire un fit su di un impulso medio e visto il numero ridotto di dati a disposizione, al posto di sommare tutti gli impulsi per trovarne quello medio, si preferisce usare un nuovo programma che analizza singolarmente ogni esponenziale (Appendice C). In particolare, viene eseguito un fit sui singoli segnali con la funzione:

$$I = Ae^{-t/\tau_1} + Be^{-t/\tau_2} \quad (2.3)$$

dove A e B sono due costanti legate all'ampiezza dell'impulso e τ_1 e τ_2 sono le due costanti di decadimento, rispettivamente quella breve e quella lunga. Infine, viene calcolata la media di tutte le costanti di decadimento dei singoli impulsi con il corrispettivo errore statistico.

2.3.1 Costanti di decadimento

Seguendo la procedura di analisi appena descritta, è possibile ricavare la variazione con la temperatura della costante di decadimento breve (τ_1) e di quella lunga (τ_2) del molibdato di calcio. In particolare, si sceglie di prendere dati a partire da 313K, ogni 10K, fino a 243K, perché la costante di decadimento lunga, che è anche quella principale perché caratterizza tutta la seconda parte dell'impulso, diventa così grande al di sotto di questa temperatura che il segnale appare come una spike seguita da un andamento quasi costante e, quindi, difficilmente analizzabile. Nella tabella seguente, vengono riportati i valori delle costanti con il relativo errore statistico:

T (K)	$\tau_1(\mu s)$	$\tau_2(\mu s)$
243	0.567 ± 0.016	45.293 ± 0.463
253	0.428 ± 0.026	35.952 ± 0.527
263	0.344 ± 0.026	27.426 ± 0.317
273	0.282 ± 0.047	24.912 ± 0.190
283	0.216 ± 0.028	13.012 ± 0.110
293	0.157 ± 0.022	11.491 ± 0.473
303	0.118 ± 0.022	9.947 ± 0.047
313	0.093 ± 0.011	9.446 ± 0.048

Si vede che sia τ_1 sia τ_2 diminuiscono all'aumentare di T (Figura 2.7). In particolare, a temperatura ambiente si misura una costante di decadimento lunga di circa $11.5\mu s$, leggermente più bassa di quella riportata in [5] e in [6], che ottengono un valore di circa $15\mu s$. Comunque, in generale, i risultati non si discostano da quelli riportati in vari articoli sull'argomento. In particolare, in [6], vengono misurate due costanti di tempo, una lunga, con un comportamento e dei valori in completo accordo con quelli ottenuti in questo lavoro, e una corta dell'ordine del microsecondo che non coincide con quella osservata in laboratorio. In [7], invece, vengono misurate tre costanti di decadimento, di cui quella più lunga è ancora consistente con i risultati fin qui visti e quella più breve diminuisce all'aumentare di T ed è dell'ordine di un centinaio di ns, per cui in accordo con le misure eseguite. Si può concluderne

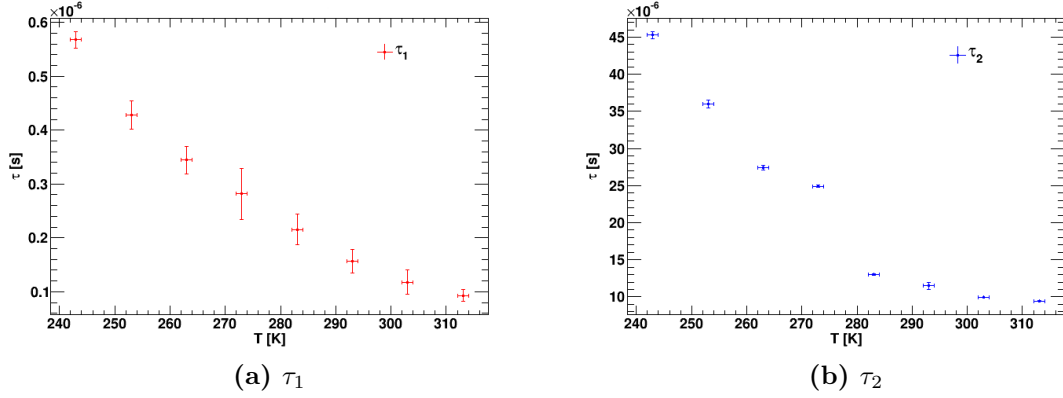


Figura 2.7: Costanti di decadimento del CaMoO_4 .

che con l'apparato strumentale costruito è stato possibile rilevare due delle tre costanti di decadimento che caratterizzano la scintillazione del CaMoO_4 e che la loro dipendenza da T è consistente con i dati riportati in altri articoli.

Come nel caso del BGO, le proprietà del decadimento esponenziale della radiazione emessa dal CaMoO_4 sono collegate alla sua struttura elettronica; questo cristallo, però, ha una dinamica più complessa rispetto al primo, per cui non basta un semplice modello a tre livelli per tener conto del suo comportamento. Il molibdato presenta dei centri attivatori con due blocchi di livelli energetici [7]. Il primo è formato da due livelli di singoletto (1T_2 e 1T_1) che sono coinvolti solo nel processo di eccitazione e sono responsabili della costante di decadimento rapida che è legata al veloce processo di popolamento degli stati eccitati. Il secondo possiede tre livelli: due stati di tripletto (3T_2 e 3T_1) e lo stato fondamentale (1A_1). La costante di decadimento più lunga è dovuta alla dinamica delle transizioni radiative da questi due stati eccitati allo stato fondamentale. Questi tre livelli energetici presentano una struttura analoga a quella nota del BGO, per cui anche τ_2 dovrebbe avere l'andamento predetto dall'equazione 1.2 (Figura 2.8). Dall'analisi eseguita sui dati, si ricavano i seguenti valori dei parametri liberi del fit:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= (1.760 \pm 0.0312)10^4 \text{s}^{-1} \\
 k_2 &= (1.147 \pm 0.0271)10^7 \text{s}^{-1} \\
 D &= 120.483 \pm 1.0761 \text{meV} \\
 K &= (1.401 \pm 0.068)10^9 \text{s}^{-1} \\
 \Delta E &= 800.253 \pm 1.220 \text{meV}
 \end{aligned}$$

Confrontando questi risultati con quelli ottenuti con il BGO, si nota la netta differenza tra i valori che la separazione tra i livelli radiativi (D) assume nei due casi: per il BGO, essa è di circa 9meV, per il molibdato, D è di un ordine di grandezza in più, e vale circa 120meV. Una stima della correttezza delle previsioni potrà venire dalla misura della resa di luce al variare della temperatura, da cui si potrà estrarre un ulteriore valore per ΔE da confrontare con quello qui ottenuto.

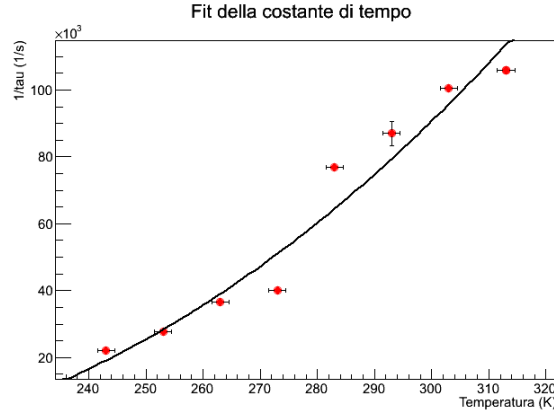


Figura 2.8: Fit di $1/\tau$.

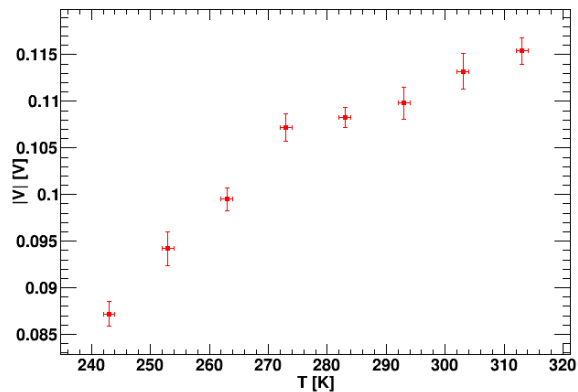
2.3.2 Resa di luce

Il secondo aspetto importante da studiare anche nel caso del CaMoO_4 è la variazione della resa di luce con la temperatura. Come già visto, il fatto di non poter impostare un trigger costringe a seguire una procedura diversa da quella usata per il BGO: poiché gli impulsi registrati contengono contributi dei fotoni di diversa energia, non è possibile che, eseguendo una media delle ampiezze di tutti i segnali, si evidenzino un particolare andamento con T .

Si decide allora di ovviare a questo problema: per prima cosa, vengono scartati tutti i segnali attribuibili al passaggio di muoni all'interno del cristallo e, successivamente, viene individuato il massimo valore (V_{max}) d'impulso registrato tra tutti quelli presenti, il quale si può ritenere sia dovuto ai raggi gamma dell'ultimo picco del torio. Si può simulare un trigger selezionando una finestra di impulsi con ampiezza V intorno a V_{max} : in particolare si pone $|V - V_{max}| < 0.02V$. La scelta di una larghezza di $0.02V$ è fatta in base a quanto osservato con il BGO: tale larghezza, infatti, corrisponde a quella in cui si distribuiscono tutti gli impulsi a causa del trigger. Infine, il programma esegue una media delle ampiezze degli impulsi in questa finestra, che verosimilmente danno una stima di come varia con T la resa di luce del cristallo per irraggiamento con fotoni all'energia fissata dell'ultimo picco del torio.

I risultati ottenuti in questo modo sono riportati nella seguente tabella, dove V indica l'ampiezza media dei segnali nella finestra scelta:

T(K)	V(V)
243	0.087 ± 0.001
253	0.094 ± 0.002
263	0.100 ± 0.001
273	0.107 ± 0.002
283	0.108 ± 0.001
293	0.110 ± 0.002
303	0.113 ± 0.020
313	0.115 ± 0.001



Come si vede, la resa di luce aumenta con la temperatura, in contraddizione con

i risultati riportati in [6], in cui invece si evidenzia una diminuzione dell'ampiezza con l'aumentare di T . Come nel caso del BGO, questa discordanza è probabilmente attribuibile alla variazione dell'efficienza del fotomoltiplicatore e si può tentare anche in questo caso di interpolare con la formula di Mott con un termine correttivo per tener conto del lavoro di estrazione del fotocatodo. In Figura 2.9 è riportata l'ampiezza, normalizzata in funzione della temperatura 243K, con il relativo fit eseguito con la funzione 2.2.

Dalla misura, si ottiene una stima dei parametri liberi del fit:

$$\begin{aligned} A &= 259.323 \pm 15.764 \\ \phi &= 0.103 \pm 0.013\text{eV} \\ C &= 296.504 \pm 20.818 \\ \Delta E &= 120.825 \pm 17.948\text{meV} \end{aligned}$$

La formula proposta pare accordarsi bene con le misure; in particolare, in [7] è riportata una stima di ΔE molto prossima a quella qui misurata: $\Delta E = 112 \pm 5\text{meV}$ contro il valore di 120meV ottenuto in laboratorio. Questo dato può essere confrontato con la misura fatta nella sezione precedente in cui si è usato il modello a tre livelli per il CaMoO_4 ; in quel caso, si ottiene $\Delta E = 800\text{ meV}$, che appare decisamente sovrastimato. Da questo si deduce che il modello a tre livelli non è completamente compatibile con i dati. Infine, da questi risultati si ottiene una nuova stima della funzione di lavoro del fotomoltiplicatore che appare di 103meV , non dissimile dall'analogo valore ottenuto con il BGO di 131meV , il che può mostrare ancora che questo modello ipotizzato non si discosta molto dal comportamento reale.

2.3.3 Resa di luce percentuale

Un ultimo tipo di analisi che è possibile eseguire con il CaMoO_4 è uno studio della variazione con la temperatura della composizione percentuale delle ampiezze dei segnali. Dall'analisi eseguita con la formula 2.3, si può stimare nei due casi l'ampiezza totale del segnale che è la somma delle ampiezze dei due singoli esponenziali: $I_{tot} = A + B$. Alla quantità I_{tot} , quindi, contribuiscono diversamente le due

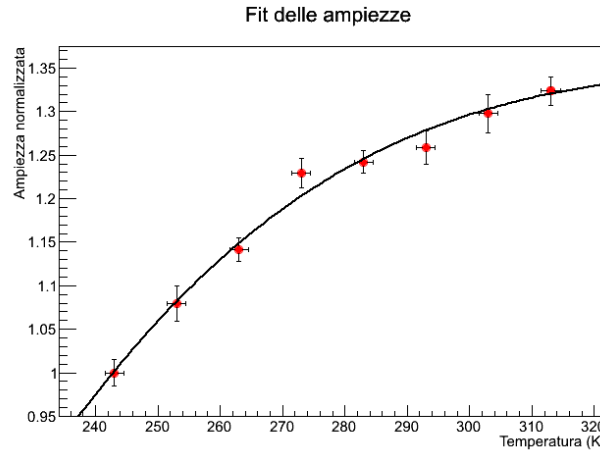


Figura 2.9: Fit di con la formula di Mott modificata.

componenti del decadimento e per ogni segnale si può determinare la quantità percentuale di radiazione associata a ciascuna di esse. La parte di decadimento finale, ad esempio, darà un contributo percentuale di:

$$I_{perc} = \frac{A}{A + B} \cdot 100$$

Si può pensare che esista una dipendenza dalla temperatura anche della composizione percentuale del segnale: a 293K, per esempio, appare evidente che il contributo della coda finale lunga è decisamente maggiore che a 243K (Figura 2.6). Allo scopo di verificare questa ipotesi, si usa un nuovo programma che analizza singolarmente ogni impulso a una data temperatura, registra per ciascuno la percentuale dell'ampiezza totale dovuta al secondo esponenziale e infine esegue una media di tutte le percentuali così ottenute per ricavare il valore medio della quantità di radiazione prodotta dalla coda esponenziale lenta.

Nella tabella seguente sono riportati i risultati ottenuti: per ogni temperatura è indicata la percentuale (I_{perc}) di luce del secondo esponenziale con il relativo errore statistico.

T (K)	I_{perc} (%)
243	3.329 ± 0.054
253	5.528 ± 0.022
263	6.217 ± 0.030
273	8.285 ± 0.035
283	10.379 ± 0.021
293	14.134 ± 0.075
303	15.637 ± 0.013
313	18.735 ± 0.035

Dai dati riportati, si vede che l'ampiezza percentuale dovuta al secondo esponenziale aumenta all'aumentare della temperatura, e conseguentemente la componente rapida sarà tanto più dominante quanto minore è T. Questi risultati sono in accordo con quanto descritto in [8], in cui viene eseguita un'analoga misura con un cristallo di CaWO_4 , che ha una dinamica e una struttura reticolare analoga a quella del molibdato.

Si osservi che questa misura non è influenzata dall'assenza di un trigger preciso: anche se in assoluto fotoni di energia diversa a temperatura fissata producono segnali di ampiezza diversa, la loro composizione relativa sarà la stessa indipendentemente da quanta energia eccita la transizione. Questo rende possibile eseguire la misura facendo una media delle ampiezze percentuali di tutti gli impulsi presenti, senza selezionare una finestra. Il risultato non è nemmeno influenzato dalla variazione dell'efficienza del fotomoltiplicatore con T: anche se in assoluto il segnale appare più intenso ad alta temperatura perché è più facile liberare gli elettroni del fotocatodo, la composizione relativa rimane la stessa perché l'effetto colpisce ugualmente i fotoni prodotti da entrambe le transizioni radiative, sia quelle di singoletto, sia quelle di tripletto.

2.4 CdWO_4

In quest'ultima sezione viene analizzata la scintillazione del CdWO_4 . Il cristallo si presenta come un cubo di 3cm di lato. A differenza delle precedenti misure, per indurre la scintillazione non si utilizza nessuna sorgente artificiale, ma si sfrutta direttamente il passaggio dei muoni cosmici nel cristallo (Figura 2.10). In questo modo è possibile ottenere segnali più ampi, in quanto i muoni sono mediamente più energetici dei fotoni emessi nel decadimento del torio. Non è possibile però studiare l'andamento dell'ampiezza del segnale di scintillazione in funzione della temperatura, in quanto l'energia media dei muoni varia su un ampio intervallo e non risulta perciò possibile selezionare una riga di emissione monoenergetica.

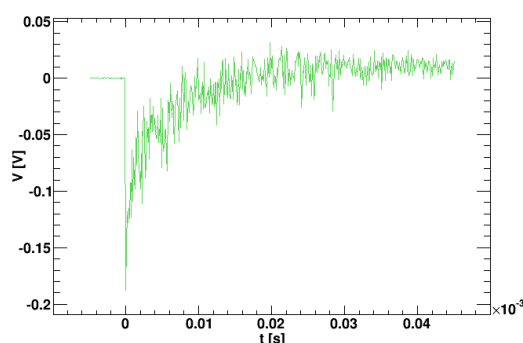


Figura 2.10: Passaggio di un muone in CdWO_4 .

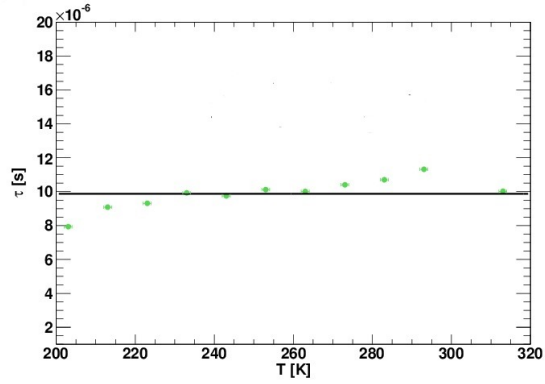
Si analizza pertanto solo l'andamento della costante di tempo. L'analisi del CdWO_4 è simile a quella del BGO. Vengono effettuati di nuovo campionamenti ad intervalli di 10K tra 203K e 313K, e ogni set di misure viene analizzato tramite lo stesso codice descritto per il primo cristallo, eliminando dal campione eventuali impulsi di rumore e spike. In questo caso però non viene impostata una soglia massima in quanto, come spiegato in precedenza, non è necessario selezionare segnali monoenergetici.

Tramite il codice si produce quindi un impulso medio per ogni temperatura campionata. Su di esso viene eseguito un fit con la formula 2.1, utilizzando anche in questo caso la sola costante di tempo lunga.

2.4.1 Costante di decadimento

Il valore della costante di decadimento ricavato per ogni temperatura è riportato nel seguente grafico:

T(K)	τ (μ s)
203	7.923 ± 0.008
213	9.079 ± 0.024
223	9.304 ± 0.009
233	9.918 ± 0.009
243	9.749 ± 0.011
253	10.113 ± 0.009
263	10.006 ± 0.011
273	10.401 ± 0.009
283	10.696 ± 0.010
293	11.314 ± 0.009
313	10.015 ± 0.007



Il valore della costante di tempo oscilla in un range compreso tra i 9 e gli 11μ s. I dati ricavati sono compatibili con quelli riportati in [9] e [10], che indicano valori intorno ai $12 - 15\mu$ s. Come si osserva dal grafico 2.12, nel range di temperatura studiato τ non sembra presentare una marcata dipendenza da T, ma assume un valore circa costante. Infatti la variazione percentuale del valore della costante a varie temperature, rispetto al suo valor medio, non supera mai il 15 - 20%.

La spiegazione di questo andamento piatto risiede ancora una volta nel modello a tre livelli. Come riportato in [8], i cristalli contenenti la base WO_4^{2-} presentano due livelli eccitati ed uno fondamentale. In particolare, nell'articolo viene analizzato il CaWO_4 , ma si fa riferimento anche ad altri tungstati, tra i quali proprio il CdWO_4 .

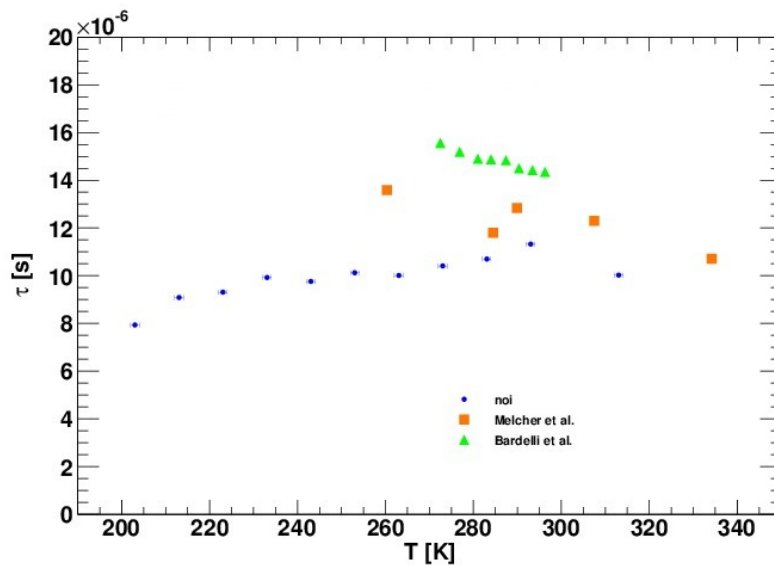


Figura 2.11: Confronto con i valori di τ in [9] e [10].

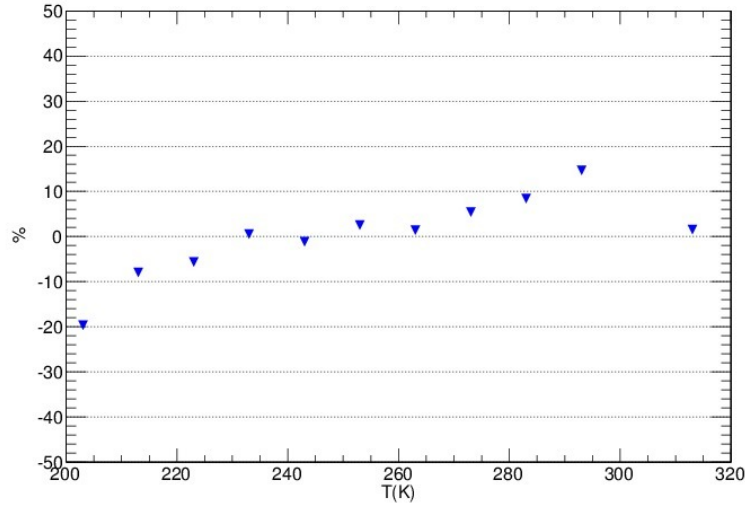


Figura 2.12: Variazione percentuale della costante di tempo

L'andamento della costante di tempo è descritto dalla formula 1.2. Generalmente nei tungstati il valore di D (separazione energetica tra i due livelli eccitati) è dell'ordine di 2 - 4meV; il valore di ΔE invece è di qualche centinaio di meV. Nel range di temperatura studiato in questo esperimento, il fattore kT varia da un minimo di 17meV per la temperatura più bassa fino ad un massimo di 27meV a 313K. Di conseguenza, è ragionevole assumere che $D \ll kT$ e $kT \ll \Delta E$. Utilizzando questa approssimazione, la formula 1.2 si riduce alla seguente:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

che spiega l'andamento piatto della costante di decadimento. Chiamando $k = k_1 + k_2$, si ha:

$$\tau = \frac{2}{k}$$

Il fit è stato quindi eseguito con quest'ultima formula, ricavando il valore

$$k = 2.025 \cdot 10^5 s^{-1}.$$

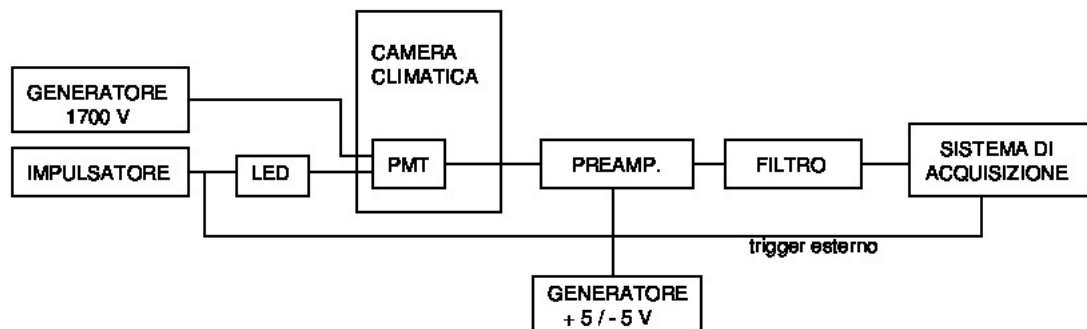
Capitolo 3

Calibrazione Strumenti

Questo capitolo si concentra sull'analisi delle possibili cause dell'aumento dell'intensità del segnale con la temperatura: nella prima parte si misura l'efficienza del PMT tramite l'utilizzo di un LED (*Light Emission Diode*), mentre nella seconda si studia il possibile drift temporale del voltaggio in ingresso al PMT.

3.1 Efficienza del PMT

Lo studio della variazione dell'impulso anodico del PMT in funzione della temperatura viene fatto tramite il set up sperimentale mostrato nel seguente schema:



Un impulsatore alimenta il LED tramite un segnale ad onda quadra di periodo 2s, di ampiezza 2V, di larghezza $4.5\mu\text{s}$ ed offset di 2V. Quest'ultimo viene inserito per portare la tensione ad un valore costante appena sotto la soglia di accensione del LED; così facendo si assicura che questa sia immediata e di durata uguale per tutti gli impulsi. Il LED emette un fascio di fotoni di intensità proporzionale a quella del segnale in ingresso. Una fibra ottica trasmette la luce al fotocatodo del PMT, il quale è posto all'interno della camera climatica. Per ottimizzare la raccolta di luce, la fibra ottica non viene interfacciata direttamente al PMT, ma attraverso una scatoletta forata posta a contatto col fotocatodo. Quest'ultima viene poi ricoperta con nastro nero isolante. Il segnale in uscita all'anodo viene successivamente preamplificato, filtrato ed infine analizzato dal sistema di acquisizione.

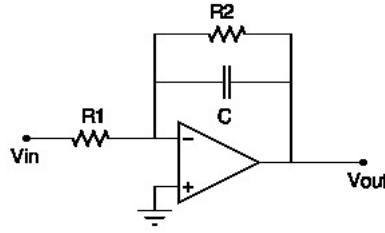


Figura 3.1: Schema del preamplificatore.

Il preamplificatore (Figura 3.1) integra la carica in ingresso e produce in uscita un segnale di ampiezza proporzionale ad essa. Il sistema di equazioni risolvete il circuito è il seguente:

$$\begin{cases} V_{out} = A(V_+ - V_-) \\ \frac{V_- - V_{out}}{R_2 \parallel C} = \frac{V_{in} - V_-}{R_1} \end{cases}$$

dove A è il guadagno dell'amplificatore che, nel caso ideale, tende ad infinito; di conseguenza, anche il morsetto negativo si trova a tensione nulla. Ponendo quindi $V_- = 0$, si può ricavare la funzione di trasferimento del circuito:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + sCR_2}$$

dove s è la frequenza.

Applicando la trasformata di Laplace e passando così nel dominio del tempo, si ottiene l'andamento del segnale in uscita:

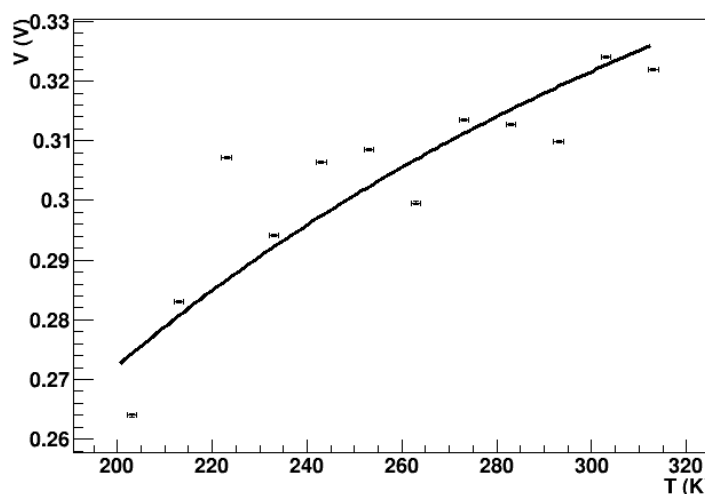
$$V_{out} = -\frac{V_{in}}{\tau} \frac{R_2}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $\tau = R_2C$ è la costante di tempo del circuito.

Il preamplificatore serve quindi ad introdurre una costante di tempo lunga nel circuito, in modo da integrare tutta la carica in ingresso e rendere possibile l'analisi dell'impulso completo; questo serve perchè la frequenza di campionamento del sistema di acquisizione (10^8 campionamenti al secondo) non è sufficientemente alta per poter valutare l'ampiezza dei singoli impulsi prodotti dal LED. Inoltre è necessario introdurre anche un filtro passa alto (300 Hz) per eliminare il rumore a basse frequenze, tra cui, in particolare, quello indotto dalla corrente della rete elettrica (50Hz).

Viene quindi misurato il segnale in uscita al preamplificatore, prendendo campioni di circa 10000 misure nell'intervallo di temperature tra 203K e 313K. I risultati sono mostrati in grafico:

T(K)	V(V)
203	0.263 ± 0.002
213	0.283 ± 0.002
223	0.307 ± 0.002
233	0.294 ± 0.002
243	0.306 ± 0.002
253	0.308 ± 0.002
263	0.299 ± 0.003
273	0.313 ± 0.002
283	0.313 ± 0.002
293	0.310 ± 0.002
303	0.324 ± 0.002
313	0.322 ± 0.002



Si nota un incremento dell'ampiezza in funzione della temperatura che può esser giustificato dal processo di fotoemissione da parte del fotocatodo nel PMT. In tale processo si distinguono tre fasi:

- il fotone incidente sulla superficie del fotocatodo viene assorbito e l'energia viene trasferita ad un elettrone;
- l'elettrone migra sulla superficie opposta del fotocatodo perdendo energia all'interno del materiale;
- se l'energia rimasta all'elettrone è maggiore del lavoro di estrazione del materiale, l'elettrone sfugge alla superficie del fotocatodo e viene accelerato fino ad arrivare al primo dinodo.

Un ruolo fondamentale viene perciò svolto dalla temperatura. Infatti essa determina il grado di eccitazione termica degli elettroni e dunque la loro probabilità di fuga dal catodo.

In linea teorica, il tasso di emissione dovuto al processo termoionico aumenta esponenzialmente con la temperatura del fotocatodo. Si osserva però che la dipendenza generalmente è più attenuata rispetto alla predizione teorica, e ciò indica effetti non termici nella determinazione del tasso totale di emissione [1]. Se si esegue infatti il fit dei dati raccolti tramite la formula:

$$V = Ae^{-\frac{\phi}{k_B \cdot T}}$$

dove ϕ è il lavoro di estrazione del fotocatodo, si osserva che quest'ultimo è in disaccordo con quello trovato in precedenza per i cristalli BGO e CaMoO_4 , essendo di circa due ordini di grandezza inferiore: $\phi = (0.008 \pm 0.001)\text{eV}$. Si ipotizza quindi una dipendenza generica dell'ampiezza dalla temperatura, tramite un fattore $k(T)$, definito come:

$$k(T) = \frac{A(T)}{A_0}$$

con A_0 ampiezza presa ad una temperatura di riferimento (203K).

Si applica quest'ultimo alle ampiezze ricavate nel capitolo precedente, dividendole per questo fattore e ricavando così le ampiezze reali. Come si può vedere dalla Figura 3.2, però, per entrambi i cristalli la correzione applicata non risulta essere sufficiente a spiegare l'andamento teorico previsto dalla formula di Mott (equazione 1.1), la quale prevede una diminuzione dell'ampiezza all'aumentare della temperatura.

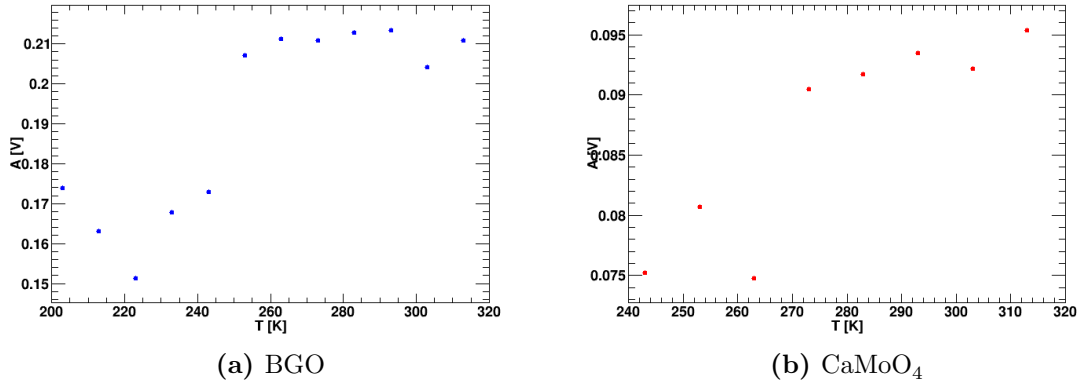


Figura 3.2: Ampiezze corrette.

Le cause di tale discrepanza possono essere molteplici. In particolare, vengono ipotizzati come principali:

- l'emissione di luce da parte del LED potrebbe dipendere dal tempo;
- l'efficienza del fototubo potrebbe dipendere dalla lunghezza d'onda del fotone primario incidente [1];
- il generatore potrebbe presentare una deriva temporale del voltaggio in uscita.

Quest'ultima ipotesi viene analizzata più in dettaglio nella sezione seguente.

3.2 Verifica di un'eventuale deriva temporale della tensione del generatore

In questa parte viene analizzata la possibile presenza di un drift temporale del voltaggio in uscita al Power Supply, che potrebbe a sua volta causare una variazione dell'ampiezza del segnale anodico del PMT.

Il Power Supply genera un segnale con ampiezza pari a 1700V, che viene fatto passare attraverso un partitore di tensione (Figura 3.3). Quest'ultimo ha la funzione di ridurre l'intensità del voltaggio.

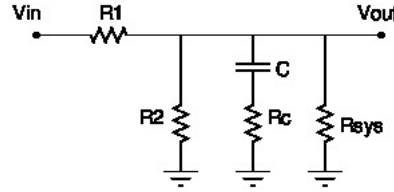


Figura 3.3: Schema del partitore resistivo.

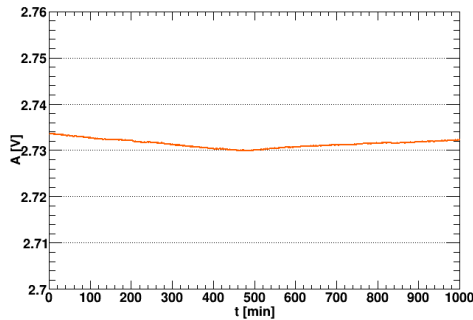
Il circuito viene risolto come segue:

$$V_{out} = \frac{R_{tot}}{R_1 + R_{tot}} V_{in} \quad (3.1)$$

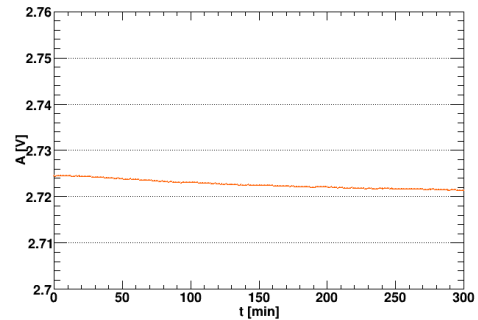
dove

$$R_{tot}^{-1} = \sum_i \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_{sys}}$$

dove $R_1 = 150M\Omega$ e $R_2 = 300k\Omega$ sono le resistenze del partitore, $R_C = 6.6M\Omega$ è la resistenza associata alla capacità e $R_3 = 1M\Omega$ è quella del sistema d'acquisizione. La capacità, $C = 220\mu F$, viene introdotta per evitare sbalzi di tensione eccessivamente elevati. Risolvendo il circuito, si ottiene un voltaggio in uscita pari a circa 2.5V. Il segnale in uscita al partitore viene infine analizzato dal sistema di acquisizione dati.



(a) Giorno dell'accensione del PS.



(b) Giorno successivo all'accensione del PS.

Figura 3.4: Andamento della tensione in uscita dal partitore.

Si prendono due campionamenti: il primo che copre un arco temporale di circa 16 ore, il secondo di circa 5 ore. In quest'ultimo caso, però, la presa dati comincia

il giorno successivo all'accensione del Power Supply, per verificare fluttuazioni su tempi più lunghi (Figura 3.4). Dai grafici si evidenzia un andamento piatto della tensione in uscita dal generatore con una variazione totale della tensione in uscita di circa 10mV, la quale corrisponde ad una differenza della tensione in ingresso di circa 7V (equazione 3.1). Poichè la tensione in ingresso è di 1700V, si assiste ad una variazione di circa 0.4%.

Si conclude quindi che il Power Supply non presenta nessuna rilevante deriva temporale del voltaggio, e che quindi non può spiegare le discrepanze rilevate nella misura delle ampiezze dei cristalli.

Appendice A

Modello a tre livelli

Questa appendice è dedicata al modello a tre livelli, che si è rivelato molto utile per descrivere le proprietà microscopiche del BGO e del CaMoO_4 . In particolare, verrà riportato il calcolo della formula 1.2 che descrive la variazione di τ con T .

La struttura del modello prevede l'esistenza di un livello metastabile intermedio tra lo stato fondamentale e un livello instabile, come indicato in Figura 1.2. Se chiamiamo con n_1 e n_2 rispettivamente le popolazioni dei due livelli, la popolazione totale sarà $n = n_1 + n_2$. Se D è la separazione energetica tra i due livelli, all'equilibrio termico si avrà che:

$$n_2 = n_1 e^{-D/K_B T} \quad (\text{A.1})$$

Inoltre, si indicano con k_1 e k_2 le probabilità di decadimento radiativo rispettivamente dal primo e dal secondo livello energetico verso lo stato fondamentale. La probabilità di decadimento non radiativo da uno dei due livelli allo stato fondamentale è data da:

$$k_x = K e^{-\Delta E/K_B T} \quad (\text{A.2})$$

dove K è il tasso di decadimento senza emissione di fotoni e ΔE è la barriera energetica da superare perché avvenga il quenching. Nel limite in cui $D \ll \Delta E$, k_x è lo stesso sia per 1 sia per 2 e ΔE è ben approssimato dalla differenza di energia tra lo stato fondamentale e la coppia di livelli energetici.

La variazione temporale della popolazione di livelli durante le transizioni è espressa dall'equazione differenziale:

$$\frac{dn}{dt} = -k_1 n_1 - k_2 n_2 - k_x (n_1 + n_2) \quad (\text{A.3})$$

Sostituendo in questa espressione il valore di k_x e usando l'equazione A.1, si può scrivere che:

$$\frac{dn}{dt} = -n \left(\frac{k_1}{1 + e^{-D/K_B T}} + \frac{k_2 e^{-D/K_B T}}{1 + e^{-D/K_B T}} + K e^{-\Delta E/K_B T} \right) \quad (\text{A.4})$$

dalla cui soluzione si ottiene l'equazione:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_1 + k_2 e^{-D/K_B T}}{1 + e^{-D/K_B T}} + K e^{-\Delta E/K_B T} \quad (\text{A.5})$$

Il comportamento della costante di decadimento ha delle caratteristiche particolari a mano a mano che T aumenta. A temperature molto basse ($K_B T \ll D \ll \Delta E$), solo k_1 conta e non c'è dipendenza da T : $1/\tau = k_1$. Quando, invece, T cresce in modo che $K_B T \approx D \ll \Delta E$, il termine di quenching è trascurabile e la popolazione dei livelli cambia come se ci fossero solo transizioni radiative:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_1 + k_2 e^{-D/K_B T}}{1 + e^{-D/K_B T}}$$

A temperature più alte, si raggiunge la condizione $D \ll K_B T \approx \Delta E$, a cui il primo fattore diventa costante e la formula si riduce a:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_1 + k_2}{2} + K e^{-\Delta E/K_B T}$$

in cui il quenching diventa decisamente rilevante determinando l'unica dipendenza residua dalla temperatura.

Programma di analisi per BGO e CdWO₄

In questa appendice si riporta il programma, cui si fa riferimento nella sezione dedicata al BGO, grazie a cui è possibile fare la media di tutti gli impulsi acquisiti per ottenere quelli finali riportati nel testo. Il programma contiene tre funzioni, ciascuna con un ruolo specifico.

- La funzione *Leggi()*, con un ciclo, apre uno a uno i file che vengono acquisiti a seguito della digitalizzazione e, per prima cosa, scarta quelli che contengono segnali più ampi di una soglia data in ingresso. In questo modo, si possono eliminare dal processo di media tutti gli impulsi prodotti dai muoni e selezionare così solo quelli intorno a una ben precisa finestra di ampiezza corrispondenti a un determinato picco energetico del torio. Le spike vengono invece eliminate scartando gli impulsi con durata temporale troppo breve. Nella seconda fase, la funzione apre tutti i file che non sono stati scartati e li riscrive su altri in uscita. In particolare, la riscrittura taglia tutta la parte di fluttuazione che precede il massimo assoluto dell'impulso e riscrive i tempi in modo che il tempo 0 coincida per tutti i file con il punto in cui il segnale ha origine. Questo è necessario perché i singoli impulsi possono avere un tempo di inizio diverso l'uno dall'altro e sommandoli senza questo accorgimento si rischia di mediare su punti in realtà non corrispondenti.
- La funzione *ProduciMedia()* legge in un ciclo i file riscritti in precedenza e li somma tutti tra loro producendo in uscita un file che contiene per ogni tempo la media del voltaggio a quel tempo di tutti i segnali che sono stati analizzati.
- Infine, *FitCostante()* apre il file *Media.txt* prodotto al passo precedente ed esegue un fit esponenziale con una singola costante di decadimento che è il valore di τ riportato per ogni temperatura nel testo.

```

void Leggi()
{
    ifstream leggo1;
    ifstream leggo2;
    ofstream scrivo1;
    ofstream scrivo_tot;

    int k=1, dec=0, cen=0, mig=0, dak=0, muoni =0, spike=0, d=0;

    int num;
    cout <<"Quanti file leggere?" <<endl;

    cin >> num;

    double soglia = 0.0;
    cout <<"Qual è la soglia dei muoni in Volt? (V<0) " <<endl;
    cin >> soglia;

    while(k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)<=num) //creazione file BIS
    {
        d = 0;
        int riga=0;
        char name[100];
        sprintf(name,"%0%d%d%d%d.txt",mig,cen,dec,k);
    }

```

```

leggo1.open(name);
char name_bis[100];
sprintf(name_bis,"%0%d%d%d%d_bis.txt",mig,cen,dec,k);
scrivo1.open(name_bis);

while( !leggo1.eof()) //controllo muoni/spike
{
float t,V;
leggo1>>t>>V;
if((V<= soglia) && (d==0))
{
d = 1;
cout << "muone!" << endl;
muoni++;
}
if((t>=0)&&(t<10E-6)&&(d==0))
{
if(V>=-0.010)
riga++;
}
}
if(riga>40)
{
d=1;
cout << "spike!" <<endl;
spike++;
}
leggo1.close();

double TrovaMin[1000];
for(int i =0; i < 1000; i++)
TrovaMin[i] = 0;

leggo1.open(name);
for(int i = 0; i <1000; i++)
{
float tempo, Volt;
leggo1>>tempo>>Volt;
TrovaMin[i] = Volt;
}
double min = 0;
int ricorda = 0;
for(int i = 0; i < 1000; i++) //ricerca del minimo
{
if(TrovaMin[i] <= min )
{
min = TrovaMin[i];
ricorda = i;
}
}
leggo1.close();

leggo1.open(name);
double c=0,t_new=0.;
while ( !leggo1.eof()) //scrittura dei file BIS
{
float t1,V1;
leggo1>>t1>>V1;
if ((V1 <= min)|| (c==1))
{
if((d==0))
{
scrivo1 << t_new << "\t"<< V1 << "\n";
t_new+=1E-7;
c=1;
}
else if ((d==1))
{
scrivo1 << t_new << "\t" << 0 << "\n";
t_new+=1E-7;
c=1;
}
}
leggo1.close();
scrivo1.close();
cout<<k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)<<"\n";

k++; //contatore
if (k==10)
{
k=0;
dec++;
if (dec==10)
{
dec=0;
cen++;
}
if(cen == 10)
{
cen=0;
mig++;
}
}
}

}

}

cout << "muoni: " << muoni << "\n spike: " <<spike <<endl;
}

////////////////////

void ProduciMedia()
{
int k=1;
int dec=0;
int cen=0;
int mig = 0;
ifstream leggo1;
ifstream leggo2;
ofstream Media;
ofstream Media2;

double muoni;
cout <<"Quanti muoni e spike?" <<endl;
cin >>muoni;
double num;
cout<<"Quanti file leggere?"<<endl;
cin >> num;
char nami[100];
sprintf(nami,"00178_bis.txt"); // di righe dei file

int ColNumF=0;
double C[1000];
for(int i= 0; i <1000; i++)
C[i]=0.0;

leggo1.open(nami);
double tm, Vt;
for(int i = 0; i <1000; i++)
{
leggo1>>tm>>Vt;
C[i] = tm;
}
leggo1.close();

for( int j=0; (j <1000) && (C[j+1]!= C[j]); j++) // di righe
ColNumF++;

int ColNum=ColNumF;
double* A = new double[ColNum];
double* B = new double[ColNum];

for(int i=0; i<ColNum; i++)
{
A[i] = 0.0;
B[i] = 0.0;
}

while (k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)<=num) //apre file BIS
{
char name[100];
sprintf(name,"%0%d%d%d_bis.txt",mig,cen,dec,k);

leggo2.open(name);
double t, V;
for(int i=0; i<ColNum; i++) // A -> somma V, B -> somma V^2
{
leggo2 >>t >>V;
A[i] = A[i] + V;
B[i] = B[i] + V*V;
}
leggo2.close();

k++; //contatore
if (k==10)
{
k=0;
dec++;
if (dec==10)
{
dec=0;
cen++;
}
if(cen == 10)
{
cen=0;
mig++;
}
}

int scelta = 0;
cout <<"1 -> media con varianza", 2 -> media con radice: " <<endl;
cin >>scelta;

if ( scelta == 1 ) //impulso medio, errore -> 1
{
Media.open("Media.txt", ios::out);
double t_new_bis=0.0;
for(int i=0;i<ColNum;i++)

```

```

{
double N = num-muoni;
double mean = A[i]/N;
double mean2 = B[i]/N;
double sigma = sqrt(fabs(mean2-mean*mean));
double err = sigma/sqrt(N);
    Media <<t_new_bis <<"\t" <<mean <<"\t" <<0 <<"\t" <<err <<"\t"
t_new_bis+=1E-7;
}
Media.close();
}

else if ( scelta == 2) //impulso medio, errore -> 2
{
Media2.open("Media2.txt", ios::out);
double t_new_bis2=0.0;
for(int i=0;i<ColNum;i++)
{
double N = num - muoni;
double mean = A[i]/N;
double mean2 = fabs(A[i]/N);
double err = sqrt(mean2/N);
Media2 <<t_new_bis2 <<"\t" <<mean <<"\t" <<0 <<"\t" <<err <<"\n";
t_new_bis2+=1E-7;
}
Media2.close();
}
else
cout <<"nessuna corrispondenza" <<endl;
delete []A;
delete []B;
}

//////////////////////////////////////

void FitCostante()
{
char filename[80];
cout <<"Nome del file: ";
cin >> filename; //file contenente l'impulso medio

TGraphErrors *graphC = new TGraphErrors (filename);

graphC->SetMarkerStyle (1);
graphC->SetTitle ("Impulso");
graphC->SetMarkerColor (kRed);
graphC->SetLineColor (kRed);
graphC->GetXaxis() -> SetTitle ("t (s)");
graphC->GetYaxis() -> SetTitle ("V (V)");

double min;
cout<<"\n Inserisci il Valore di partenza del fit: "<<endl;
cin>>min;

double max;
cout<<"\n Inserisci il Valore di termine del fit: "<<endl;
cin>>max;

int scelta;
cout << "\n 1 -> fit ad una costante, 2 -> fit a 2 costanti" <<endl;
cin >> scelta;

if (scelta==1)
{
TF1 *user = new TF1 ("user", "-[0]*exp(-x/[1])+[2]", min, max);
user->SetParameter (1, 0.000000300);
}

if (scelta==2)
{
TF1 *user = new TF1 ("user", "-[0]*exp(-x/[1])-[2]*exp(-x/[3])", min, max);
}

graphC->Fit("user","MR");

TCanvas *c0 = new TCanvas();
c0->cd();
graphC->Draw ("APL");
}

```

Programma di analisi per CaMoO_4

In questa appendice viene riportato il programma di analisi per i file relativi al molibdato di calcio cui si è fatto riferimento nella rispettiva sezione del testo. Come già visto, a differenza degli altri due cristalli, in questo caso l'analisi viene eseguita non producendo una media di tutti gli impulsi, ma mediando su tutte le costanti ottenute dal fit su singoli impulsi.

- La funzione *Leggi()* apre uno a uno tutti i file salvati, esegue un fit con due esponenziali e memorizza in tre vettori la prima costante, la seconda costante e l'ampiezza percentuale di emissione della costante lunga. Infine, viene eseguita una media di tutti i dati memorizzati in questi tre vettori e in uscita è restituito il valor medio con errore statistico delle due costanti e dell'ampiezza percentuale dell'impulso.
- La funzione *Trigger()*, invece, ha lo scopo di simulare l'azione di un trigger selezionando impulsi in una finestra di energia definita. Essa legge tutti gli impulsi e individua per prima cosa il massimo valore raggiunto tra le ampiezze di tutti i segnali. Infine, rilegge i valori delle ampiezze ed esegue una media di quelle che distano dal massimo entro $0.02V$.

```
void Leggi()
{
    ifstream leggo1;
    double Time1, Time2;
    double ampl1, ampl2, Perc;
    int k=1, dec=0, cen=0, mig=0, scarto = 0;
    int num;
    std::cout<<"Quanti file leggere?"<<std::endl;
    std::cin >> num;
    double* Lunghe = new double[num];
    double* Brevi = new double[num];
    double* Ampiezze = new double [num];

    for(int i=0; i<num; i++)
    {
        Lunghe[i] = 0.0;
        Brevi[i] = 0.0;
    }

    while(k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)<=num)
    {
        char name[100];
        sprintf(name,"0%d%d%d%d.txt",mig,cen,dec,k);
        TGraph *graphC = new TGraph (name);
        TF1 *user = new TF1 ("user",
            "-[0]*exp(-x/[1])-[2]*exp(-x/[3])", 0, 0.1E-3);
        user->SetParameter (3, 50E-6);
        user->SetParameter (1, 2E-7);
        graphC->Fit("user","MR");
        Time1 = user->GetParameter(1);

        Time2 = user->GetParameter(3);
        std::cout<<"Costante Breve:  "<<Time1<<std::endl;
        std::cout<<"Costante Lunga:  "<<Time2<<std::endl;
        Ampl1 = user->GetParameter(0);
        Ampl2 = user->GetParameter(2);
        Perc = (Ampl1/(Ampl1+Ampl2))*100;

        if( (Time2 !=50E-6) && (Time1 <= 2E-7) )
        {
            Lunghe[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = Time2;
            Brevi[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = Time1;
            Ampiezze[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = Perc;
            std::cout<<"Questo grafico è buono!"<<std::endl;
        }
        else
        {
            Lunghe[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = 0;
            Brevi[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = 0;
            Ampiezze[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = 0;
            std::cout<<"Questo grafico va scartato!"<<std::endl;
            scarto++;
        }

        std::cout <<k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000) <<"-esimo fatto! \n";

        k++;
        if (k==10)
        {
            k=0;
            dec++;
        }
    }
}
```

```

if (dec==10)
{
dec=0;
cen++;
}
if(cen == 10)
{
cen=0;
mig++;
}
}
}

std::cout <<"Scarto: " <<scarto <<std::endl;

double sum, sum2, mean, mean2, sigma, err;
double N = num-scarto;
for(int i = 0; i < num; i++)
{
sum = sum + Lunghe[i];
sum2 = sum2 + Lunghe[i]*Lunghe[i];
}
mean = sum/N;
mean2 = sum2/N;
sigma = sqrt(fabs(mean2-mean*mean));
err = sigma/sqrt(N);
double qsum, qsum2, qmean, qmean2, qsigma, qerr;
double N = num-scarto;
for(int i = 0; i < num; i++)
{
qsum = qsum + Brevi[i];
qsum2 = qsum2 + Brevi[i]*Brevi[i];
}
qmean = qsum/N;
qmean2 = qsum2/N;
qsigma = sqrt(fabs(qmean2-qmean*qmean));
qerr = qsigma/sqrt(N);

double tsum, tsum2, tmean, tmean2, tsigma, terr;
double N = num-scarto;
for(int i = 0; i < num; i++)
{
tsum = tsum + Ampiezze[i];
tsum2 = tsum2 + Ampiezze[i]*Ampiezze[i];
}
tmean = tsum/N;
tmean2 = tsum2/N;
tsigma = sqrt(fabs(tmean2-tmean*tmean));
terr = tsigma/sqrt(N);
std::cout <<"T_lungo= " <<mean <<" +/- " <<err <<std::endl;
std::cout <<"T_breve= " <<qmean <<" +/- " <<qerr <<std::endl;
std::cout <<"Ampiezza % = " <<tmean <<" +/- " <<terr<<std::endl;
}

////////////////////

void Trigger()
{
ifstream leggo1;
int k=1, dec=0, cen=0, mig=0;
int num;
std::cout<<"Quanti file leggere?"<<std::endl;
std::cin >> num;
double* Ampiezze = new double [num];

for(int i=0; i<num; i++)
Ampiezze[i] = 0;

while(k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)<=num)
{

char name[100];
sprintf(name,"%d%d%d%d.txt",mig,cen,dec,k);

double TrovaMin[1000];
for(int i = 0; i < 1000; i++)
TrovaMin[i] = 0;
leggo1.open(name);
for(int i = 0; i < 1000; i++)
{
float tempo, Volt;
leggo1>>tempo>>Volt;
TrovaMin[i] = Volt;
}
leggo1.close();
double min = 0;

for(int i = 0; i < 1000; i++)
{
if(TrovaMin[i] <= min )
{
min = TrovaMin[i];
}
}
std::cout <<"Vtaggio Minimo = " <<min <<std::endl;
Ampiezze[k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)] = min;
std::cout<<k+(dec*10)+(cen*100)+(mig*1000)<<"-esimo fatto! \n";

k++;
if (k==10)
{
k=0;
dec++;
if (dec==10)
{
dec=0;
cen++;
}
if(cen == 10)
{
cen=0;
mig++;
}
}

double Supermin = 0;
for(int i = 0; i < num; i++)
{
if(Ampiezze[i] <= Supermin )
Supermin = Ampiezze[i];
}
double sum, sum2, mean, mean2, sigma, err;
double N = 0;
for(int i = 0; i < num; i++)
{
if( fabs(Ampiezze[i]-Supermin) <= 0.02)
{
sum = sum + Ampiezze[i];
sum2 = sum2 + Ampiezze[i]*Ampiezze[i];
N++;
}
}
mean = sum/N;
mean2 = sum2/N;
sigma = sqrt(fabs(mean2-mean*mean));
err = sigma/sqrt(N);

std::cout << "Ampiezza= " <<mean <<" +/- " <<err <<std::endl;
}
}

```

Bibliografia

- [1] Glenn F. Knoll. *Radiation detection and measurement*. Wiley, 1979.
- [2] Marc-Antoine Verdier. “*Scintillation cryogéniques pour la détection d’évènements rares, dans les expériences EDLWEISS et EURECA*”. Tesi di Laurea.
- [3] S.W.S McKeever. “*Thermoluminescence of solids*”. Cambridge University Press, 1985.
- [4] J. Gironnet, V.B. Mikhailik, et al. Scintillation studies of $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ (BGO) down to a temperature of 6K. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 594:358–361, 2008.
- [5] S. Belogurov, V. Kornoukov, et al. CaMoO_4 scintillation crystal for the search of ^{100}Mo double beta decay. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 52, 2005.
- [6] V.B. Mikhailik, S. Henry, et al. Temperature dependence of CaMoO_4 scintillation properties. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 583:350–355, 2007.
- [7] V.B. Mikhailik, S. Kraus, et al. Radiative decay of self-trapped excitons in CaMoO_4 and MgMoO_4 crystals. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2005:7209–7218, 2005.
- [8] V.B. Mikhailik, H. Kraus, et al. Scintillation studies of CaWO_4 in the millikelvin temperature range. *Physical Review B*, 75, 2007.
- [9] L. Bardelli, M. Bini, et al. Further study of CdWO_4 crystal scintillators as detectors for high sensitivity 2β experiments: scintillation properties and pulse-shape discrimination . *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 569:743–753, 2006.
- [10] C.L. Melcher, R.A. Manente, et al. Applicability of Barium Fluoride and Cadmium Tungstate Scintillators for well logging. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 36, 1989.