

Università degli Studi di Milano-Bicocca
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali



Corso di Laurea Magistrale in Fisica

SIMULAZIONE BIDIMENSIONALE DI UN APPARATO PET

Docenti del corso:
Prof.ssa Chiara Brofferio
Prof. Francesco Terranova

Ludovica Di Pietro
Federico Fazio
Niccolò Maffezzoli

Anno Accademico 2011-2012

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Tomografia ad emissione di positroni: generalità	1
1.2	Obiettivo dell'esperimento e strumentazione	2
2	Caratterizzazione dei rivelatori	5
2.1	Tensione di alimentazione	5
2.2	Shaping time	8
2.3	Deriva del picco	9
3	Analisi e allestimento sperimentale per misure di coincidenza	13
3.1	Autocoincidenze	14
3.1.1	Configurazione anodo-preamp	14
3.1.2	Configurazione preamp-preamp	14
3.1.3	Confronto tra le due configurazioni	15
3.2	Posizionamento dei rivelatori	16
3.3	Coincidenze false	18
4	Programmazione delle misure	21
4.1	Unità temporale del disco	22
4.2	Unità angolare del disco	23
5	Metodo analitico	25
5.1	Geometria dell'esperimento e misura delle coordinate	25
5.2	Tempi di misura	26
5.3	Misure in aria	27
5.4	Interazione dei fotoni con la materia	28
5.4.1	Coefficiente di attenuazione	28
5.4.2	Misure in acqua	29
6	Metodo retroproiettivo	31
6.1	La trasformata di Radon	31
6.2	Algoritmo di retroproiezione	31
6.3	Analisi dati e risultati	32
6.3.1	Misure in aria	32
6.3.2	Misure in acqua	34
7	Conclusioni	37
	Bibliografia	39

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Tomografia ad emissione di positroni: generalità

L'obiettivo dell'esperimento consiste nel riprodurre il principio di funzionamento della PET. La PET, dall'inglese *Positron Emission Tomography* è una tecnica di imaging medico nucleare, utilizzata prettamente in oncologia (ma non solo), che permette di ricavare informazioni di tipo fisiologico sul distretto corporeo esaminato.

Il metodo si basa sul fatto che i tessuti interessati dalla maggior parte dei tumori hanno un consumo di glucosio più alto rispetto ai tessuti sani. Pertanto si inietta al paziente una opportuna molecola radiotracciante a breve emivita che venga captata in misura maggiore dall'organo malato; nella fattispecie si utilizza uno zucchero contenente ^{18}F ($T_{1/2} \approx 110$ min) che decade β^+ , emettendo un positrone. Quest'ultimo viaggia per pochi mm nel corpo umano, fino ad annichilirsi con un elettrone, dando luogo all'emissione di due γ da 511 keV *back to back* (per la conservazione del momento). Per raccogliere uno spettro si predispongono due scintillatori opposti rispetto alla sorgente, a rivelare eventi di coincidenza (i fotoni si considerano provenire dallo stesso decadimento se giungono ai rivelatori entro una piccola finestra temporale opportunamente scelta); si ricava in tal modo la direzione lungo la quale i fotoni sono avanzati. Disponendo una serie di scintillatori ad anello attorno al paziente, è possibile ottenere contemporaneamente numerosi spettri, la cui analisi consente di ricavare l'immagine funzionale.

È importante che il radiotracciante abbia un tempo di dimezzamento breve per ragioni radio-protezionistiche; gli isotopi vengono prodotti, quindi, da un ciclotrone presente in prossimità dell'apparato PET.

1.2 Obiettivo dell'esperimento e strumentazione

L'esperimento si propone di assemblare un sistema PET-simile in 2D con il quale ricavare la posizione di una sorgente radioattiva tramite la rivelazione di fotoni in coincidenza.

È stata utilizzata una sorgente di ^{22}Na che ha il seguente schema di decadimento (fig. 1.1):

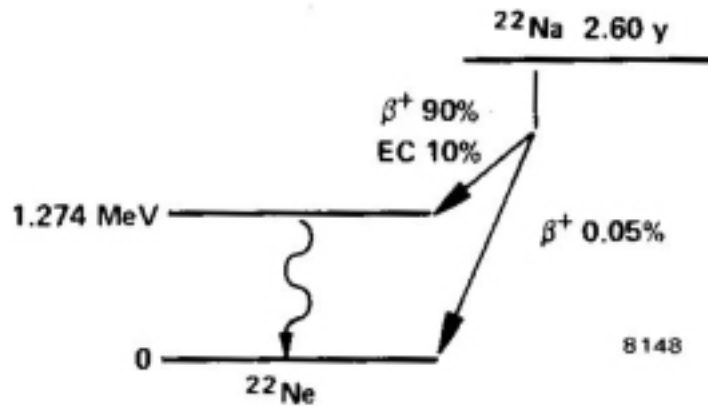


Figura 1.1: Schema di decadimento del ^{22}Na .

Il ^{22}Na decade principalmente β^+ ed ha un tempo di dimezzamento di 2,6 anni (non è idoneo infatti ad un utilizzo medico). I rivelatori a disposizione sono due scintillatori a Ioduro di Sodio (NaI), ciascuno dei quali è dotato di un fotomoltiplicatore *ORTEC 276* e di un preamplificatore. La restante strumentazione può essere raggruppata in tre moduli che vanno testati in modo indipendente: modulo elettronico, modulo di acquisizione e modulo della piattaforma rotante (fig. 1.2).

MODULO ELETTRONICO Il modulo elettronico è dotato di:

- Amplificatore *ORTEC 570* con guadagno e shaping time regolabile;
- Amplificatore *TISCA 7616* con guadagno e shaping time regolabile e dotato di un'uscita SCA che genera segnali di ampiezza fissa e di durata variabile;
- Dual Timer MODEL N 93 B che consiste in due generatori di impulsi identici che producono impulsi veloci NIM e ECL con durata regolabile da 50 ns a 10 s.

MODULO DI ACQUISIZIONE Il modulo di acquisizione è costituito da un MultiChannel Analyzer *TRIUMF PCI 2K* (MCA) inserito all'interno del PC e gestito tramite il software MAESTRO.

PIATTAFORMA ROTANTE Il modulo della piattaforma rotante è costituita da un disco, la cui rotazione viene impostata e gestita attraverso un apposito software già installato. Inoltre, è presente una struttura portante su cui è fissato il disco e sono avvitati i supporti degli scintillatori, che possono essere ruotati a passi di $7,5^\circ$.

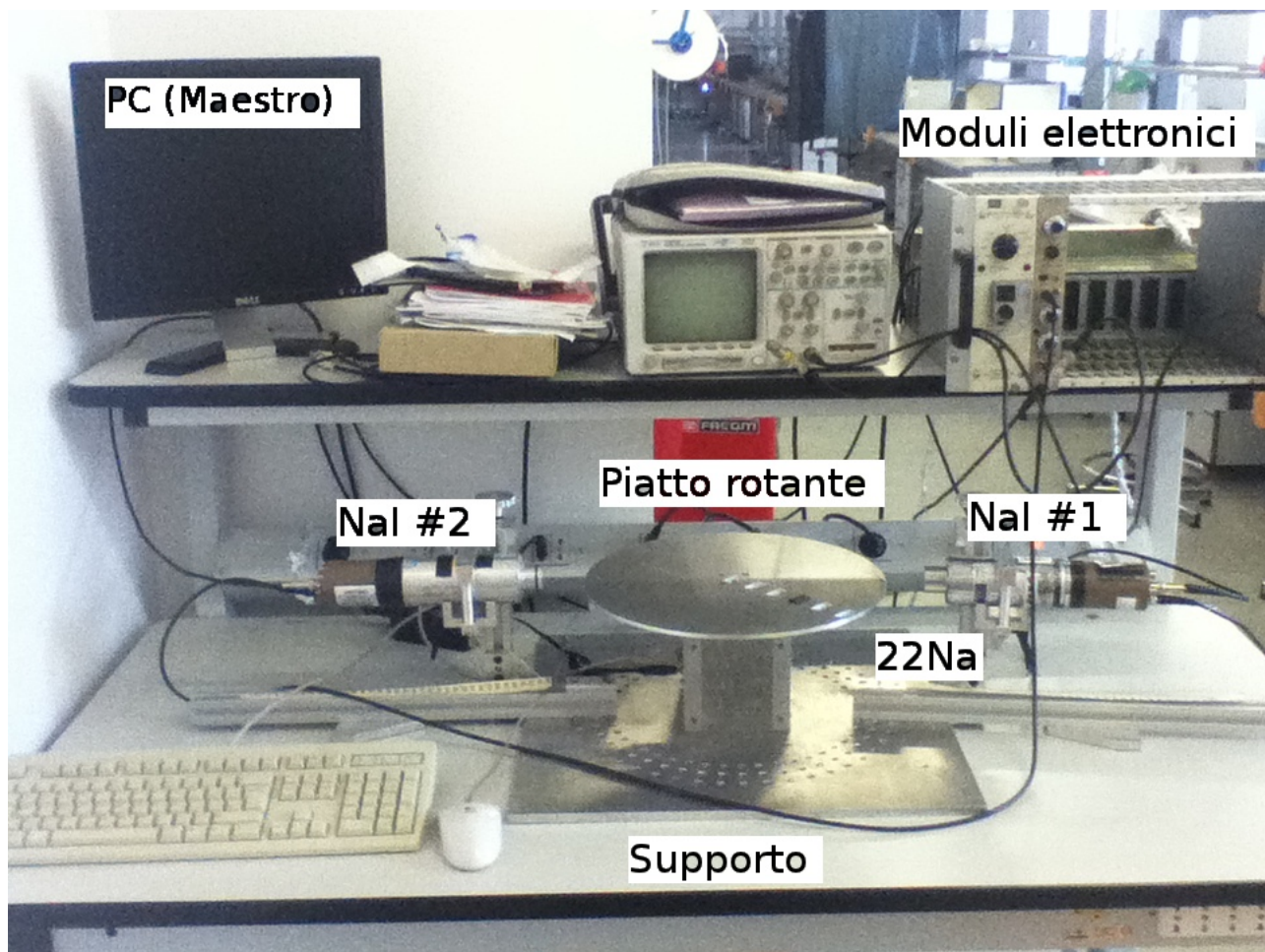


Figura 1.2: Strumentazione di laboratorio.

Rivelatore a sinistra = NaI #2

Rivelatore a destra = NaI #1

Prima di avviare le campagne di misure vere e proprie è necessario ottimizzare le condizioni di lavoro dei rivelatori e di tutti i moduli, nonché programmare l'attività di misura.

Capitolo 2

Caratterizzazione dei rivelatori

La caratterizzazione degli scintillatori è necessaria per ottimizzare la risoluzione e l'efficienza di rivelazione dei fotoni. Per ciascuno dei due rivelatori, bisogna determinare la tensione di lavoro e lo shaping time di formatura dell'impulso ottimali.

A tal fine, si assembla il circuito schematizzato in figura 2.1:

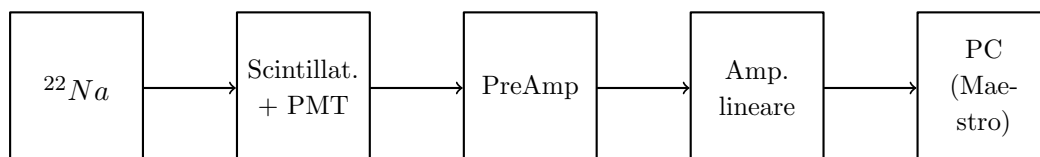


Figura 2.1: Circuito di ottimizzazione.

Il preamplificatore costituisce un primo step di amplificazione per il segnale in uscita dal fototubo ancora troppo debole, ed è integrato con lo scintillatore insieme al fototubo moltiplicatore (PMT); il segnale proveniente dal PMT (che può anche essere osservato direttamente dall'uscita anodica) viene quindi mandato al preamplificatore, che gli conferisce una forma a coda lunga, con relativi problemi di pile-up.

L'amplificatore lineare elimina questo pericolo, operando una formatura gaussiana, la cui larghezza dipende dallo shaping time. L'output dell'amplificatore viene infine inviato ad MCA che raccoglie lo spettro.

L'amplificatore provvede anche all'amplificazione del segnale (guadagno), regolabile attraverso due manopole coarse e fine. Il guadagno è un parametro molto utile, perché consente di spaziare a piacimento sui 2000 canali di Maestro, permettendo di ottenere lo stesso effetto di un incremento della tensione, senza pregiudicare la risoluzione (almeno in teoria). In linea generale, è meglio impostare tensioni di lavoro più elevate a fronte di un guadagno minore che viceversa, onde evitare di avere meno segnale.

Lo spettro che ci aspettiamo di rivelare contiene, oltre alla radioattività naturale composta da fotoni di bassa energia scatterati e muoni ad energie ben più alte, il picco a 511 keV riconducibile all'annichilazione del positrone e un altro picco meno intenso a 1274 keV dovuto al rilassamento dallo stato eccitato sullo stato fondamentale del ^{22}Ne (figlio del ^{22}Na); sono presenti infine tali fotoni scatterati o loro combinazioni dovute a rilevazioni contemporanee, come ad esempio il picco a 1022 keV proveniente dalla somma di due 511 keV.

2.1 Tensione di alimentazione

Per determinare la tensione di lavoro, si raccoglie uno spettro per ogni valore di voltaggio impostato e si misura la risoluzione del picco a 511 keV, mantendendo fissato il valore dello shaping

time (a $2 \mu\text{s}$, valore per il quale non hanno perdite di ampiezza del segnale, che si mantiene nell'ordine del Volt).

Il guadagno è stato impostato per ogni valore di tensione, in maniera tale da avere un buon numero di canali al picco (indicativamente si tiene il picco da 1022 keV dopo la metà dello spettro). Di più abbiamo cercato di mantenere il picco fissato sullo stesso canale, al fine di raccogliere spettri nella stessa configurazione (in realtà, questa operazione può essere utile nel momento in cui si affida il fit gaussiano a Maestro). Gli spettri sono stati raccolti per un tempo sufficiente a far sì che i conteggi netti e la *Full Width Half Maximum* (FWHM) si stabilizzassero (tra i 300 e i 400 s).

La risoluzione si misura come rapporto tra la (FWHM) del picco a 511 keV e il canale (CH) in cui si trova il picco, parametri forniti dal fit gaussiano in ROOT.

I risultati ottenuti sono riassunti nelle tabelle 2.1 e 2.2, in cui sono stati riportati i dati utili alla misura della risoluzione (R) e il tasso di conteggi netti al picco (*Net Count Rate*, NCR), misurato in conteggi al secondo.

Tensione (V)	FWHM	CH	R (%)	NCR
800	128.80 ± 1.43	1622.19 ± 0.78	7.94 ± 0.09	20.8 ± 0.8
850	131.50 ± 1.48	1642.64 ± 0.93	8.01 ± 0.09	20.4 ± 0.8
900	122.13 ± 1.21	1555.45 ± 0.66	7.85 ± 0.08	21.4 ± 0.7
950	128.95 ± 1.45	1642.58 ± 0.75	7.85 ± 0.09	19.7 ± 0.8
975	126.58 ± 1.41	1589.09 ± 0.76	7.97 ± 0.09	19.0 ± 0.9
1000	125.82 ± 1.42	1582.56 ± 0.73	7.95 ± 0.09	18.2 ± 1.0
1050	127.51 ± 1.41	1604.27 ± 0.73	7.95 ± 0.09	18.6 ± 0.9
1100	130.74 ± 1.38	1615.00 ± 0.71	8.10 ± 0.09	17.8 ± 0.9
1150	130.87 ± 1.86	1644.33 ± 0.78	7.96 ± 0.11	17.7 ± 1.0

Tabella 2.1: Ottimizzazione Tensione NaI #1.

Tensione (V)	FWHM	CH	R (%)	NCR
800	131.55 ± 1.62	1386.85 ± 0.73	9.49 ± 0.12	15.05 ± 0.79
850	133.64 ± 1.68	1397.83 ± 0.81	9.56 ± 0.12	14.31 ± 0.93
900	129.16 ± 1.76	1380.61 ± 0.83	9.36 ± 0.13	15.49 ± 0.82
950	127.14 ± 1.61	1364.94 ± 0.86	9.31 ± 0.12	15.71 ± 0.83
975	124.40 ± 1.62	1349.23 ± 0.86	9.22 ± 0.12	15.10 ± 0.74
1000	128.10 ± 1.64	1364.06 ± 0.86	9.39 ± 0.12	13.74 ± 0.94
1050	132.32 ± 1.77	1382.98 ± 0.88	9.57 ± 0.13	13.65 ± 0.95
1100	128.24 ± 1.69	1343.56 ± 0.85	9.54 ± 0.13	12.82 ± 0.96
1150	126.90 ± 1.87	1342.04 ± 0.89	9.46 ± 0.14	13.56 ± 0.75
1200	136.05 ± 1.86	1440.06 ± 0.94	9.45 ± 0.13	12.73 ± 0.93

Tabella 2.2: Ottimizzazione Tensione NaI #2.

I grafici riportati in figura 2.2 e 2.3 consentono una lettura più immediata dei risultati finali:

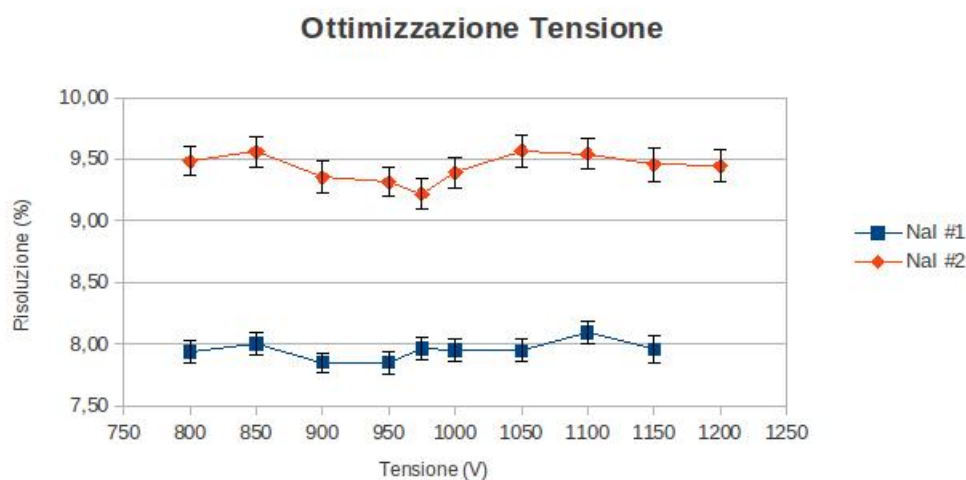


Figura 2.2: Risoluzione Vs Tensione.

Come si vede in figura 2.2, NaI #1 ha una risoluzione migliore, con il minimo non particolarmente pronunciato a 950 V. Il minimo di NaI #2 è a 975 V. Abbiamo scelto comunque di lavorare a 950 V perché NaI #1, avendo una migliore risoluzione, sarà utilizzato per raccogliere il segnale. D'altra parte la perdita in risoluzione per NaI #2 non è drammatica.

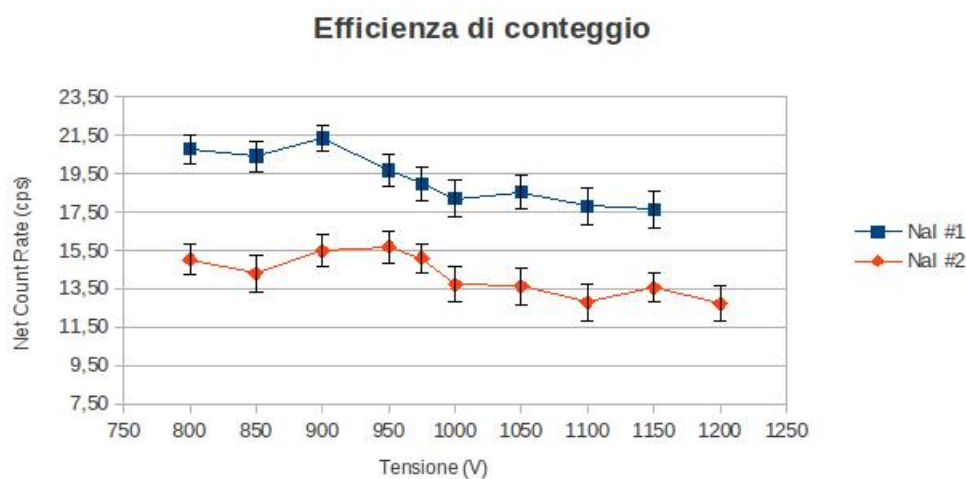


Figura 2.3: Conteggi Vs Tensione.

La figura 2.3 mostra i conteggi netti al variare della tensione. NaI #2 ha un massimo di conteggi proprio a 950 V. NaI #1 mostra un massimo a 900 V, ma la differenza è dell'ordine 2 conteggi/s, quindi è sembrato ragionevole confermare la scelta di impostare la tensione di lavoro a 950 V (e il guadagno di conseguenza), volendo in questa sede preservare la migliore risoluzione a scapito dell'efficienza di conteggio.

2.2 Shaping time

L'ottimizzazione dello shaping time è stata effettuata per entrambi i rivelatori con l'amplificatore *ORTEC* e per NaI #2 (il cui segnale rappresenterà in seguito il gate) anche con *TISCA*. In questo modo è possibile verificare se la risposta della risoluzione allo shaping time dipende da differenze intrinseche tra i due rivelatori o è dovuta ai moduli elettronici. È stato preso in considerazione il secondo picco del sodio a 1274 keV, che cresce su un fondo praticamente nullo, cosicché il fit sia più affidabile.

Per ogni valore di shaping time, si misura come prima la risoluzione. Nelle tabelle 2.3 e 2.4 sono riassunti i dati (risoluzione e tasso di conteggi netti al picco) ricavati dagli spettri:

Shaping Time (μ s)	FWHM	CH	R (%)	NCR
0.50	114.55 ± 1.39	1410.69 ± 0.74	8.12 ± 0.10	16.65 ± 0.83
1.00	129.47 ± 1.46	1653.65 ± 0.74	7.83 ± 0.09	19.50 ± 0.64
2.00	135.97 ± 1.71	1771.83 ± 0.88	7.67 ± 0.10	18.48 ± 0.84
3.00	110.48 ± 1.10	1352.78 ± 0.59	8.17 ± 0.08	19.56 ± 0.71
6.00	111.20 ± 1.33	1380.07 ± 0.66	8.06 ± 0.10	17.87 ± 0.78
10.00	106.16 ± 1.32	1343.47 ± 0.61	7.90 ± 0.10	19.95 ± 0.58

Tabella 2.3: Ottimizzazione Shaping Time NaI #1.

Shaping Time (μ s)	FWHM	CH	R (%)	NCR
0.50	96.22 ± 0.88	1017.03 ± 0.45	9.46 ± 0.09	27.23 ± 0.91
1.00	111.61 ± 0.92	1187.08 ± 0.51	9.40 ± 0.08	25.09 ± 0.92
2.00	119.17 ± 1.19	1261.24 ± 0.57	9.45 ± 0.09	24.05 ± 1.03
3.00	118.23 ± 1.02	1245.27 ± 0.56	9.49 ± 0.08	24.13 ± 1.01
6.00	117.43 ± 1.00	1267.65 ± 0.54	9.26 ± 0.08	26.66 ± 0.81
10.00	116.31 ± 0.98	1235.36 ± 0.54	9.41 ± 0.08	26.86 ± 0.90

Tabella 2.4: Ottimizzazione Shaping Time NaI #2 (*ORTEC*).

L'ottimizzazione di entrambi i rivelatori con l'amplificatore *ORTEC* mostra che: per NaI #1 il minimo è a 2μ s; per NaI #2 è a 6μ s ma il risultato è compatibile con la misura a 2μ s (fig. 2.4). I due rivelatori sembrano avere differenze intrinseche, indipendenti dai moduli elettronici utilizzati.

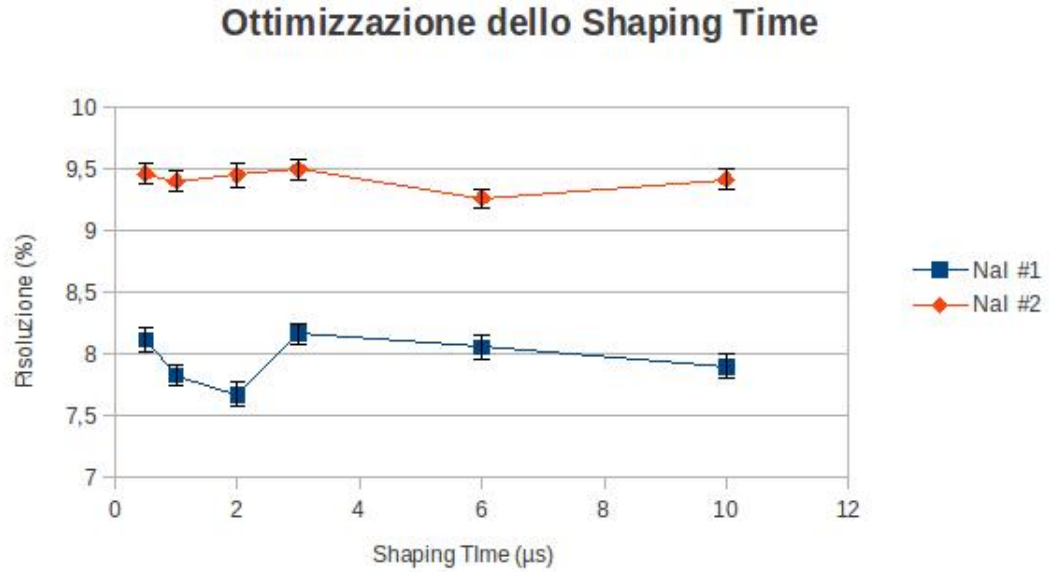


Figura 2.4: Shaping Time Vs Tensione.

NaI #2 sarà utilizzato per fornire il segnale di gate perché ha una risoluzione energetica peggiore, quindi la caratterizzazione della formatura dell'impulso va effettuata con *TISCA*, considerando in questo caso l'efficienza di conteggio. L'amplificatore *TISCA* permette di scegliere solo due valori di shaping time (tabella 2.5):

Shaping Time (μs)	FWHM	CH	R (%)	NCR
0.50	102.81 ± 1.05	1042.84 ± 0.48	9.86 ± 0.10	25.97 ± 0.85
2.00	120.59 ± 1.19	1295.29 ± 0.59	9.31 ± 0.09	25.38 ± 0.95

Tabella 2.5: Ottimizzazione Shaping Time NaI #2 (*TISCA*).

I risultati mostrano chiaramente che il valore corretto di shaping time da impostare è $0,5\mu s$. Abbiamo così impostato tutti i parametri degli amplificatori, che non andranno più modificati nel corso dell'esperimento (tabella 2.6):

<i>Tensione</i>	950 V
<i>Shaping Time</i>	2 μs
<i>Guadagno</i>	200x0.8

Tabella 2.6: Caratterizzazione dei rivelatori e dei parametri dell'amplificatore lineare.

Da notare infine che il guadagno viene scelto in modo tale da sfruttare il più alto numero di canali possibili su MAESTRO, in modo da valutare meglio la risoluzione energetica.

2.3 Deriva del picco

Un'ultimo controllo preliminare della strumentazione riguarda eventuali problemi di stabilità del picco, ovvero derive del canale in cui si trova il maggior numero di conteggi. Tali spostamenti

sono dovuti principalmente alla sensibilità dell'elettronica alla temperatura, che si traduce in possibili variazioni del guadagno effettivo degli amplificatori. Se questi effetti fossero significativi, l'efficienza di conteggio e la risoluzione dello spettro dipenderebbero dal momento in cui lo si registra con ripercussioni sulla buona riuscita delle campagne di misure che coprono un arco di 15 ore come si vedrà in seguito.

È stata avviata una campagna di misure che a intervalli di 25 minuti raccogliesse uno spettro (da 5 minuti ciascuno) al fine di osservare sia la stabilità del canale su cui si posiziona il picco a 511 keV, sia il tasso di conteggi netti, sfruttando la possibilità di programmare l'attività di Maestro. Le figure 2.5 mostrano i risultati: il numero di conteggi netti è piuttosto stabile attorno al valor medio, mentre la posizione del picco subisce nell'arco della giornata variazioni più marcate. È anzi evidente un andamento oscillatorio, che potrebbe essere in qualche modo correlato alle variazioni di temperatura. In particolare, i due massimi si sono presentati entrambi di mattina, mentre l'unico minimo evidente sul grafico si è presentato di sera. L'andamento del guadagno effettivo sembra essere crescente di notte e calante durante la giornata, ma è chiaro che servirebbero molte più misure per affermarlo con sicurezza. La maggior parte delle misure che abbiamo effettuato comunque sono occorse di notte (compatibilmente con la agenda fitta di appuntamenti della sorgente di sodio), quindi se anche la deriva del picco ha introdotto errori (alla luce dei risultati finali non sembra), li ha introdotti uniformemente.

In sostanza, la deriva del guadagno non è stata fonte di preoccupazione anche perché la misura richiede che dagli spettri venga estratto il numero di conteggi netti, che non risente molto di queste variazioni.

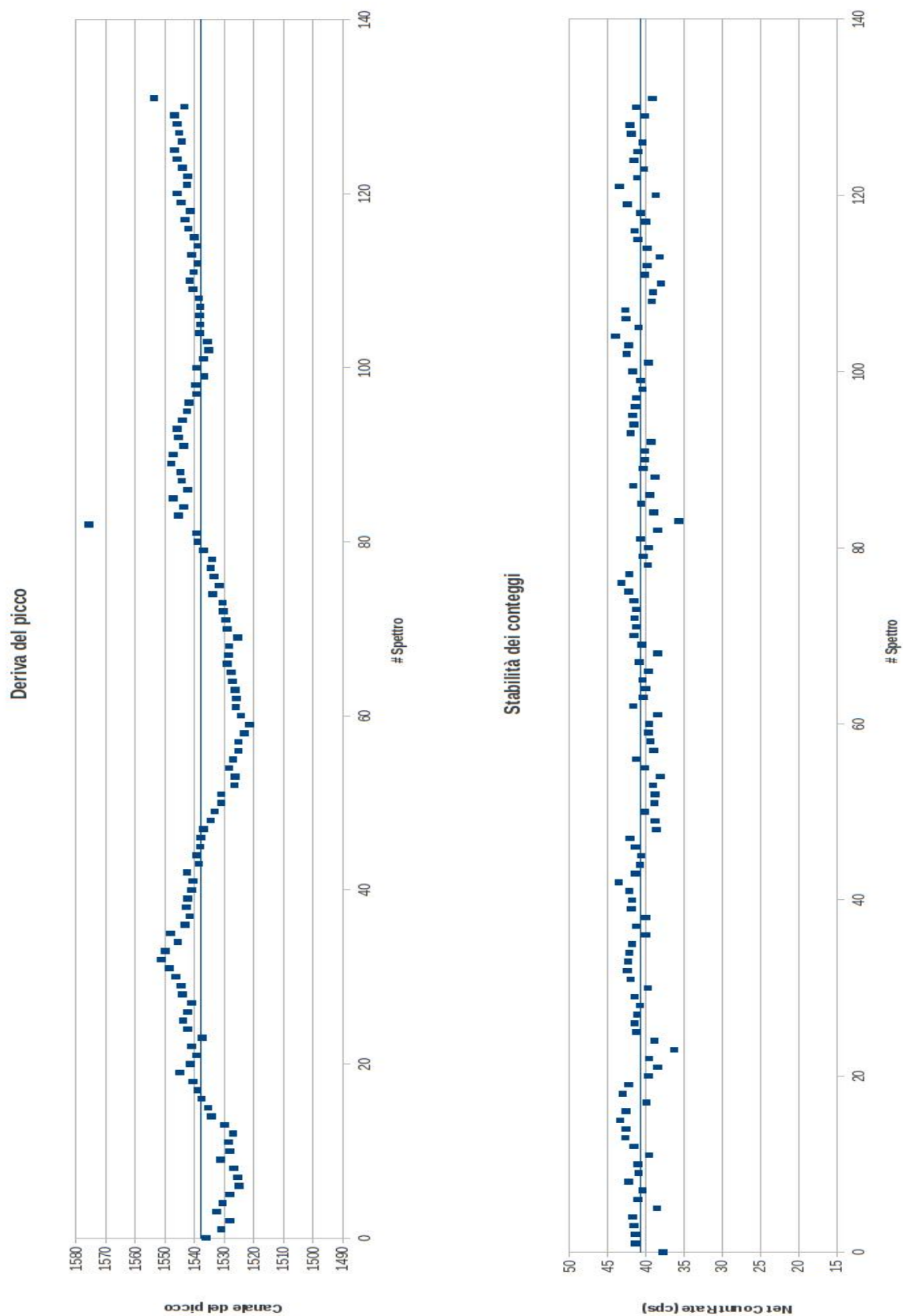


Figura 2.5: Andamento della posizione del picco (a sinistra) e del numero di conteggi (a destra).

Capitolo 3

Analisi e allestimento sperimentale per misure di coincidenza

Un evento di coincidenza si ha quando i fotoni prodotti dalla coppia e^+e^- vengono rivelati entro una piccola finestra temporale.

Lo schema del circuito da realizzare può essere così riassunto (fig. 3.1): quando *TISCA* riceve da NaI #2 un segnale di energia compresa in un determinato intervallo ($E \pm \delta E$, $E=511$ keV), produce un segnale di gate, ossia un'onda quadra di 2 V, con profondità temporale regolabile tramite una vite interna che consente di aprire il gate da 0.5 a 6 μs . Il gate viene inviato all'ingresso GATE di Maestro, che per la durata temporale di questo impulso attiva l'acquisizione. Se, mentre il gate è aperto, *ORTEC* riceve da NaI #1 un segnale, viene registrato un evento di coincidenza da Maestro. Naturalmente, il fotone che giunge a NaI #1 potrebbe avere un'energia inferiore, per via dell'effetto Compton o potrebbe essere un fotone del fondo naturale giunto mentre il gate era aperto. Non ci aspettiamo pertanto che lo spettro sia costituito solo dal picco a 511 keV.

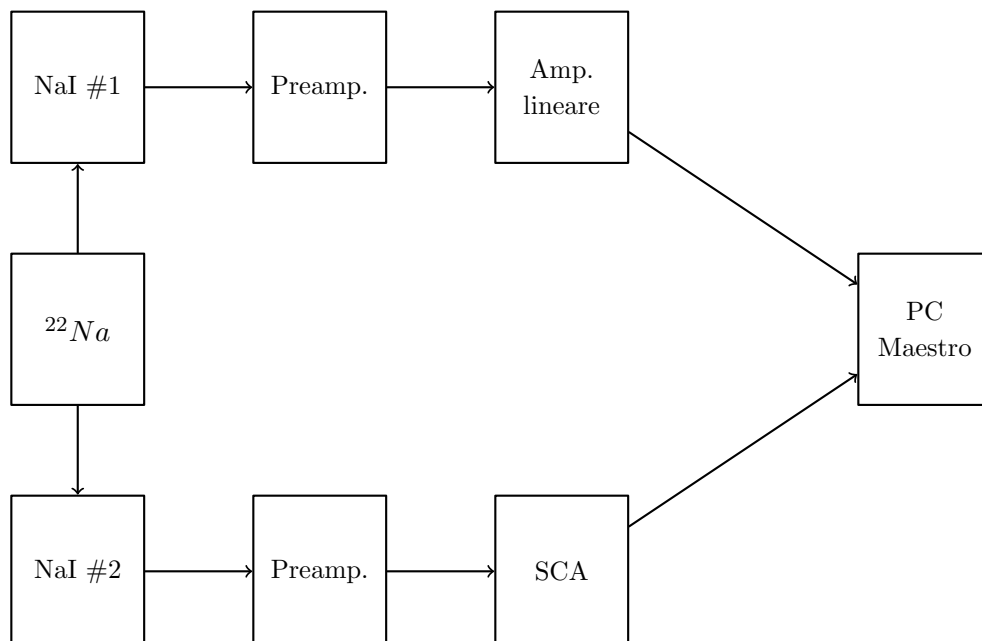


Figura 3.1: Circuito in coincidenza.

Il primo step da eseguire è la selezione accurata della finestra energetica. A tal fine è necessario impostare un circuito in autocoincidenza con NaI #2, in cui entrambi gli impulsi derivino dal

segnale generato da un medesimo fotone.

3.1 Autocoincidenze

Il primo problema da affrontare nel costruire un circuito in autocoincidenza è la corretta formatura del segnale, regolabile tramite lo shaping time, in modo tale che gli impulsi da misurare (provenienti dall'output dell'amplificatore *ORTEC*) siano contenuti e accettati dagli impulsi di gate (generati dall'SCA *TISCA*). Entrambi i moduli condividono le seguenti caratteristiche:

- danno in output un segnale di tipo semigaussiano;
- il peaking time (ovvero la distanza temporale tra l'inizio del segnale ed il picco) è pari a 2.2τ , con τ shaping time;

Nel caso dell'SCA poi, il gate viene emesso con un ulteriore ritardo di 200 ns rispetto al picco del segnale entrante: ad esempio, se viene impostato uno shaping time pari a $0.5 \mu s$, si avrà il picco a $(0.5 \cdot 2.2) \mu s = 1.1 \mu s$ e dunque un segnale di gate che si estenderà a partire da $1.3 \mu s$. Inoltre, secondo le specifiche di Maestro, per far sì che vengano raccolti eventi in coincidenza è necessario che l'estensione del gate anticipi di almeno $0.5 \mu s$ e posticipi di almeno $0.5 \mu s$ il picco del segnale da misurare: utilizzando di nuovo un esempio pratico, impostando sull'amplificatore *ORTEC* uno shaping time di $1 \mu s$ si avrà il picco del segnale misurato a $2.2 \mu s$, e sarà necessario quindi un impulso di gate che si estenda almeno da $1.7 \mu s$ a $2.7 \mu s$. Quindi una combinazione di shaping time $0.5 \mu s$ sul *TISCA* e $1 \mu s$ sull'*ORTEC* sarebbe possibile con un gate lungo almeno $1.4 \mu s$. Queste considerazioni vanno combinate con il bisogno di tenere il gate il più corto possibile in modo da evitare le coincidenze false.

Si nota subito che non è possibile raccogliere spettri di autocoincidenza utilizzando le uscite AMP OUT e SCA OUT del *TISCA*: questa scelta imporrebbe shaping time uguali per entrambi i segnali, configurazione impossibile per ottenere un'autocoincidenza. Abbiamo due modi per ovviare a questo inconveniente: utilizzare l'uscita anodica (verso *TISCA*) e quella preamplificata (verso *ORTEC*), oppure sdoppiare l'uscita preamplificata. In principio, la seconda opzione dovrebbe essere migliore, poiché gli amplificatori si aspettano un segnale preamplificato.

3.1.1 Configurazione anodo-preamp

In questa configurazione si invia il segnale anodico (negativo) a *TISCA* e il segnale preamplificato a *ORTEC*. Si procede poi a impostare la raccolta di uno spettro di coincidenza in cui il segnale gate proviene dal *TISCA*, mentre il segnale da raccogliere proviene da *ORTEC* (fig. 3.2). La finestra energetica in cui devono essere registrati gli eventi può essere regolata con due manopole: regolando il lower level E e l'apertura δE è possibile restringere lo spettro al picco a 511 keV. Per procedere ad una regolazione sufficientemente accurata che elimini le code del picco, è necessario impostare adeguatamente anche il guadagno. Sul retro del *TISCA* infatti è presente un selettore grazie al quale è possibile scegliere δE tra 0-1 V oppure 0-10 V. In generale, è meglio rimanere nel range 0-1 V che è più sensibile, aumentando di conseguenza il guadagno (così è più agevole regolare la finestra energetica).

3.1.2 Configurazione preamp-preamp

Lo stesso procedimento è stato seguito mandando sia a *TISCA* che a *ORTEC* il segnale preamplificato sdoppiato. Questa configurazione (fig. 3.3) dovrebbe fornire risultati migliori dal punto di vista della risoluzione visto che un amplificatore si aspetta in genere un segnale preamplificato.

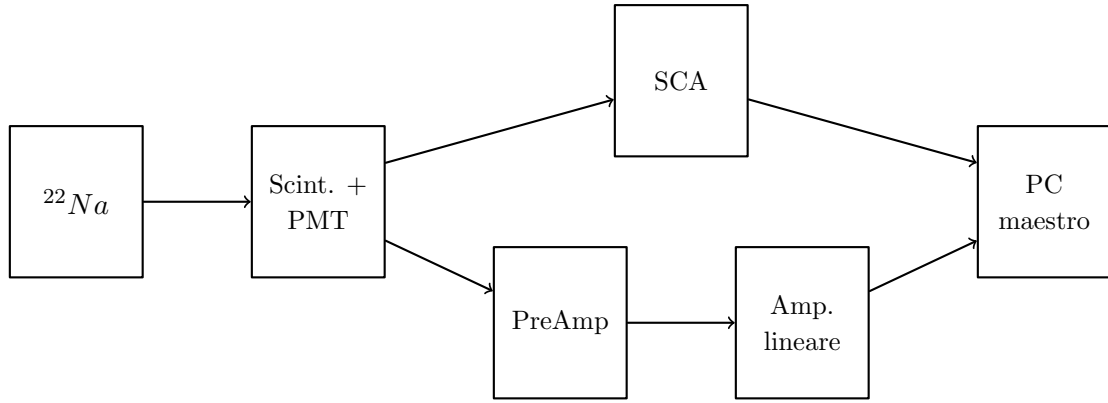


Figura 3.2: Circuito in autocoincidenza Anodo-Preamp.

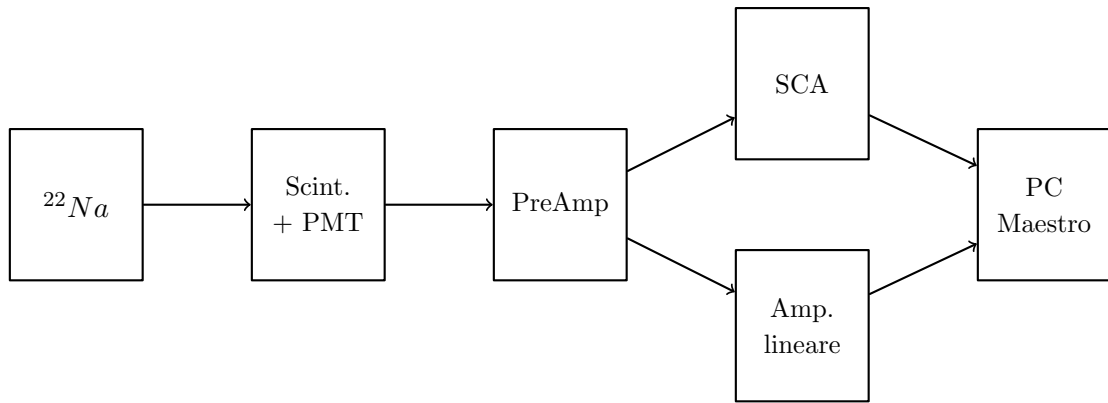


Figura 3.3: Circuito in autocoincidenza Preamp-Preamp.

3.1.3 Confronto tra le due configurazioni

In tabella sono riassunti i risultati ottenuti con le due modalità (tabella 3.1):

	Preamp-Preamp	Preamp-Anodo
Risoluzione	10.6%	11.5%
Net Count Rate (cps)	19.14	19.72

Tabella 3.1: Selezione finestra energetica nelle due configurazioni.

Anche in questo caso abbiamo adottato l'accortezza di impostare i guadagni (del *TISCA*) in modo da avere il picco in canali simili ($CH = 1315.8$ per la configurazione anodo-preamp, $CH = 1296.9$ per la configurazione preamp-preamp). Il numero di conteggi non subisce variazioni significative, mentre la risoluzione è migliore nella configurazione preamp-preamp come ci aspettavamo, dal momento che per il segnale anodico la formatura potrebbe essere più problematica. Abbiamo quindi impostato la finestra energetica dell'SCA in modo corretto grazie a questi circuiti in autocoincidenza; sono stati inoltre impostati anche i parametri del modulo *TISCA* per lo studio di spettri in coincidenza:

<i>Shaping Time</i>	0.5 μ s
<i>Guadagno</i>	4x3

Tabella 3.2: Caratterizzazione dei parametri di *TISCA*.

Sono stati mantenuti gli shaping time impostati durante la fase di calibrazione e ottimizzazione, ovvero 2 μ s per l'amplificatore e 0.5 μ s per l'SCA: ciò è stato possibile grazie alla quasi totale assenza di un fondo di coincidenze false, come si vedrà più avanti.

3.2 Posizionamento dei rivelatori

Una volta impostati i parametri per la raccolta di uno spettro in coincidenza, è stato il turno di ottimizzare la distanza tra i rivelatori e la loro altezza rispetto al piatto, in modo tale da mettersi nelle condizioni di massima efficienza geometrica e di minimizzare l'effetto Compton, a causa del quale si perdono conteggi al picco.

Per quanto riguarda l'altezza, abbiamo prima ottimizzato l'altezza di NaI #1 rispetto a NaI #2 (ad altezza fissa di 21 cm), successivamente abbiamo ottimizzato l'altezza di entrambi rispetto al piatto.

Di seguito, sono riportati i grafici che mostrano l'andamento del numero di conteggi in relazione alle altezze dei rivelatori.

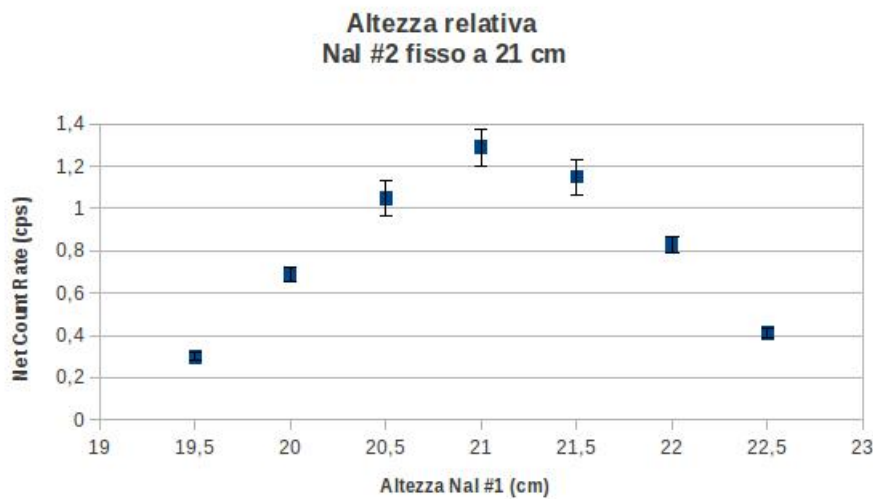


Figura 3.4: Conteggi Vs Altezza di NaI #1.

Si desume che il massimo dell'efficienza si ottiene quando anche NaI #1 si ritrova ad un'altezza pari a 21 cm (fig. 3.4).

La configurazione migliore si ha con entrambi i rivelatori posti ad un'altezza di 21 cm (figura 3.5).

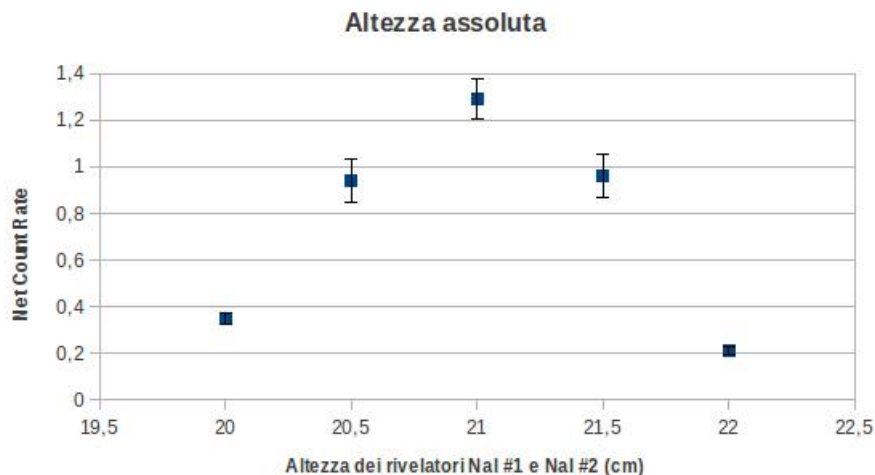


Figura 3.5: Conteggi Vs Altezza di NaI #1 e NaI #2.

L'ottimizzazione della distanza dei rivelatori dal piatto risente dell'effetto Compton, che si accentua a piccole distanze.

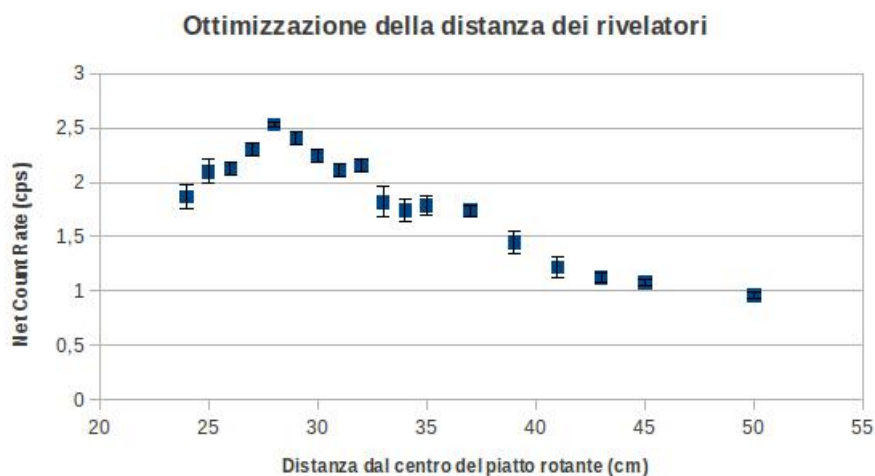


Figura 3.6: Conteggi Vs Distanza di NaI #1 e NaI #2 dal centro del piatto.

La figura 3.6 mostra un andamento che varia significativamente con la distanza relativa tra i rivelatori: a piccole distanze l'effetto Compton riduce il numero di conteggi rivelati; a grandi distanze è invece la geometria a ridurre il Net Count Rate (diminuisce, infatti, l'angolo solido sotteso dal rivelatore). La distanza ottimale dal centro del piatto risulta essere 21.5 cm per NaI #2 e 22.5 per NaI #1.¹

¹In figura 3.6 non riporta la reale distanza tra la superficie del cristallo e il centro del piatto rotante, bensì la distanza in cm indicata sulla linea graduata che si trova sul supporto dei rivelatori. Per via di questo *misunderstanding* la configurazione finale che abbiamo ottenuto non è simmetrica.

3.3 Coincidenze false

Dopo aver correttamente impostato la raccolta di spetti in coincidenza e aver fissato le posizioni dei rivelatori, è possibile iniziare ad avviare delle misure per lo studio del fondo di coincidenze false, in assenza e in presenza della sorgente.

Per raccogliere lo spettro in coincidenza senza sorgente, non è necessaria nessuna operazione particolare. I risultati hanno mostrato un fondo praticamente nullo.

Per quanto riguarda, invece, il fondo con sorgente è necessario un passaggio in più. Si immagini di iniziare a effettuare delle misure nelle condizioni standard di cui sopra: non è possibile ricavare le coincidenze false separatamente da quelle vere, perché il segnale è ben centrato nel gate. Se adesso si potesse ritardare il gate, si osserverebbe all'oscilloscopio che l'onda quadra si sposta verso destra fino a non includere più il picco del segnale. In questo modo, un evento registrato sarebbe di sicuro una coincidenza falsa. Per effettuare questo tipo di misure, bisogna integrare due moduli al circuito: un invertitore e un Dual Timer.

Prima di descrivere il circuito, è utile ricordare brevemente il funzionamento del Dual Timer. Questo modulo consiste essenzialmente in due generatori di segnali NIM (negativi) cui bisogna dare in input un segnale anch'esso negativo. Quando un segnale (1) viene inviato al primo generatore, questo produce un segnale logico (2) di ampiezza fissa e profondità (durata temporale) regolabile. Se questo viene immesso nell'entrata End Marker, il secondo generatore produce un segnale (3) di ampiezza fissata (dallo standard NIM) e durata variabile che risulta ritardato rispetto ad 1 di un tempo pari alla profondità di 2. Pertanto, 2 regola il ritardo, 3 deve fungere da gate e avere perciò le sue stesse caratteristiche.

Riassumiamo brevemente (tabella 4.1) anche il tipo di segnale da immettere in input e il segnale che si ricava in output per ciasun modulo elettronico utilizzato:

	Input	Output
<i>Dual Timer</i>	Fast NIM Negative min width 5 ns	Fast NIM Negative
<i>TISCA</i>	Positive/Negative signal	Positive NIM signal (SCA OUT)
<i>Fast/Slow NIM Logic Converter</i>	TTL Input: TTL signal min width 12 ns	NIM Output: Fast negative NIM signal
	NIM input: Fast negative NIM signal min width 10 ns	TTL output: Positive TTL signal

Tabella 3.3: Moduli elettronici.

In uscita da *TISCA* abbiamo un segnale logico positivo profondo $6\ \mu\text{s}$. Per poterlo immettere nel *Dual Timer* è sufficiente renderlo negativo, attraverso l'entrata TTL e l'uscita NIM del convertitore (si vede che le caratteristiche temporali richieste sono sempre rispettate). Pur non avendo dal *TISCA* un segnale TTL, è possibile simularlo soddisfacendo comunque i requisiti necessari per gli altri moduli utilizzati. Al contrario, in uscita dal *Dual Timer* abbiamo un segnale negativo profondo sempre $6\ \mu\text{s}$ che va invertito attraverso l'input NIM e l'output TTL del convertitore.

Il circuito da allestire, schematizzato in figura 3.7, prevede perciò che il segnale in uscita da *TISCA* venga invertito e inviato al primo generatore del Dual Timer. A questo livello si imposta il ritardo che si desidera. Il segnale dal primo generatore viene inviato al secondo generatore, impostando una profondità pari a $6\ \mu\text{s}$. Quest'ultimo viene invertito e immesso in Maestro a fare da gate.

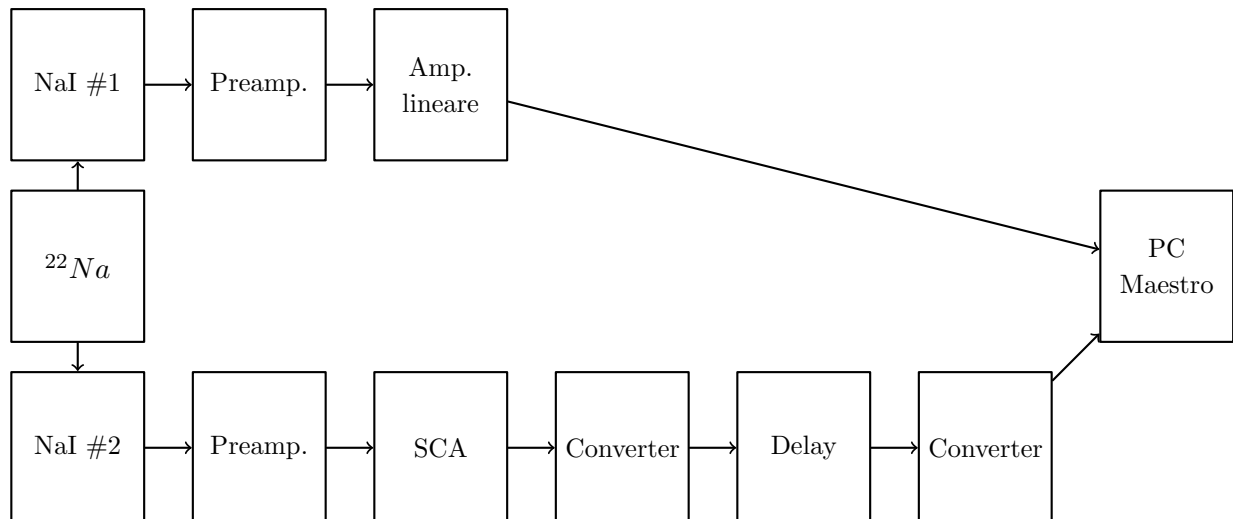


Figura 3.7: Circuito per false coincidenze in presenza di una sorgente attiva.

Il grafico 3.8 mostra i risultati ottenuti per diversi ritardi:

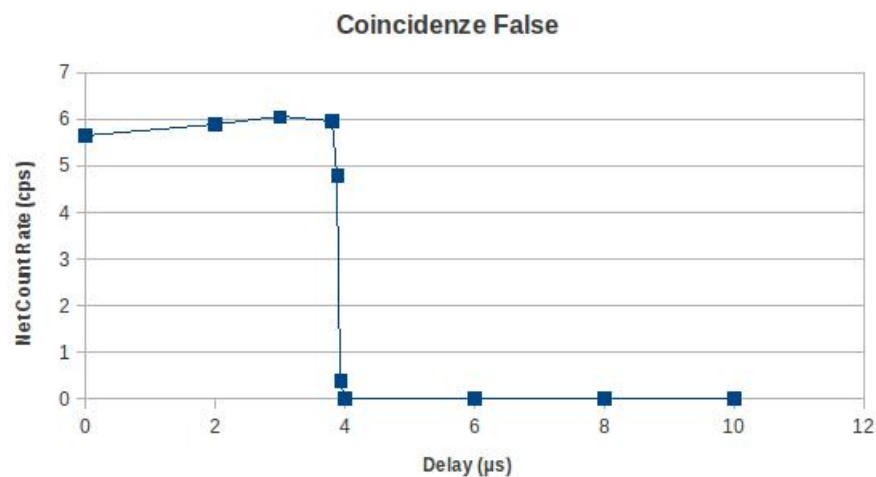


Figura 3.8: Conteggi Vs Ritardo del gate.

Come si vede, anche il fondo di false coincidenze in presenza di sorgente non è apprezzabile dalla nostra strumentazione e quindi trascurabile (probabilmente ciò è dovuto alla bassa attività della sorgente). La caduta a zero dei conteggi è repentina: ciò può essere dovuto al fatto che il picco del segnale deve precedere di almeno $0.5 \mu s$ la fine del gate. Oltre questa soglia, la coincidenza non viene rivelata.

Questo fatto ci permette di estendere la lunghezza del gate senza particolari timori di includere nei conteggi false coincidenze, e di utilizzare quindi gli shaping time ottimali (come già accennato in precedenza).

Capitolo 4

Programmazione delle misure

Il metodo di misura della posizione della sorgente richiede che venga acquisito uno spettro ad ogni rotazione del disco di un angolo fissato, per diverse posizioni angolari del rivelatore NaI #1. Sia per Maestro che per il piatto rotante può essere programmata un'attività di misura che non richieda la presenza di nessuno sperimentatore.

Abbiamo già fatto uso del codice di programmazione di Maestro per le misure di deriva del picco. Il programma è essenzialmente invariato ed è riportato in Appendice A. Riportiamo di seguito un breve elenco dei principali comandi utilizzati:

- SET_PRESET_LIVE x: fissa il Live Time dello spettro (al netto perciò del tempo morto) a x secondi;
- LOOP y: funzione che permette di effettuare un ciclo che raccolga y spettri;
- CLEAR: prepara Maestro alla raccolta di un nuovo spettro;
- START: inizia l'acquisizione dello spettro;
- WAIT: il sistema aspetta x secondi, affinché venga completata l'acquisizione;
- SAVE "nome???".SPE: salva lo spettro in modo ordinato grazie al loop counter.

L'automatizzazione del disco rotante è possibile grazie ad un software (TMCL) già presente all'interno del PC. In questo caso la programmazione consiste semplicemente nel far ruotare il disco su cui è posizionata la sorgente di un angolo fissato, a intervalli di tempo regolari (il programma è riportato in Appendice A).

Elenchiamo brevemente i comandi principali:

- MVP (MoveToPosition) ABS oppure REL: il disco ruota fino alla posizione (relativa o assoluta) impostata;
- SAP: consente di modificare i parametri di default del disco;
- SAP 4: permette di modificare nello specifico la velocità di rotazione, che è associata al parametro numero 4;
- WAIT POS: impone di attendere finché la posizione scelta non venga raggiunta;
- WAIT TICKS: il disco attende prima di effettuare una nuova rotazione per un tempo pari al numero di tick impostati;
- MainLoop: sancisce che i comandi seguenti facciano parte di un loop;
- JA MainLoop: genera un loop infinito.

Come si evince, di per sè la programmazione non è complessa, se non fosse per alcuni difetti del disco.

Problemi di isteresi sono stati notati già le prime volte che è stato utilizzato: la possibilità di modificare (diminuire) la velocità di rotazione per i comandi MoveToPosition ci ha permesso di risolverli efficacemente e di utilizzare almeno i comandi MVP REL.

Durante il corso dell'esperimento, abbiamo notato che il disco soffre anche di un'altra patologia, che non abbiamo potuto risolvere se non in maniera empirica.

La patologia riguarda il comando MVP ABS. L'intento iniziale era di utilizzare questo comando per posizionare il disco sul suo zero assoluto, e far partire da qui le misure. Ciò non è stato possibile perché imponendo MVP ABS 0, 0 (il primo 0 si riferisce all'unità del disco in uso, il secondo 0 si riferisce alla posizione angolare) il disco giungeva a posizioni diverse ogni qualvolta si riavviava il pc. L'unico modo per risolvere questo problema è stato quello di posizionare manualmente il disco nel modo più accurato possibile (utilizzando i comandi allineando verticalmente la sorgente ad un punto fissato sul supporto del disco. Sebbene questa soluzione possa sembrare rozza, non pare aver introdotto nessun errore in più sulle misure.

4.1 Unità temporale del disco

Il disco presentava anche problemi di sincronizzazione temporale ben più insidiosi. Infatti, abbiamo notato che avviando una campagna di misure, il disco accumulava un ritardo rispetto a Maestro, inficiando così la buona riuscita della misura. Ciò vuol dire che il *tick* del disco, che è la sua unità di misura temporale, non corrisponde effettivamente a 1/100 di secondo come indicato dal manuale. Tuttavia, impostando dei tempi di attesa (e conseguentemente del Live Time) diversi abbiamo notato che il ritardo accumulato, misurato con un cronometro, cresce circa linearmente all'aumentare del Wait Time. Nella tabella 4.1 sono riassunti i dati ottenuti:

Tempo di attesa (min)	Ritardo (s)
5	2.7
10	5.3
15	7.6

Tabella 4.1: Ritardo temporale del disco.

Posto che il tempo da impostare per la raccolta degli spettri nelle misure definitive è di 900 s, una semplice proporzione ci ha consentito di ricavare il tempo effettivo da impostare per il disco (circa 893 s).

Si tenga presente che queste misure non sono da ritenersi estremamente accurate, poiché sono servite ad avere un'indicazione di massima per orientare le nostre prove.

Una volta ricavato questo valore, abbiamo continuato ad affinare la sincronizzazione, procedendo per tentativi.

Da segnalare, infine, che pare non sia possibile impostare tempi di attesa superiori ai 10 minuti, poiché il disco non traduce correttamente il comando dato (fatto già osservato dai colleghi dello scorso anno). La soluzione consiste semplicemente nell'imporre più comandi consecutivi di tipo WAIT TICKS, ciascuno con un numero di tick corrispondente a un tempo inferiore ai 10 minuti.

4.2 Unità angolare del disco

Per determinare il valore da impostare corrispondente a 3° , abbiamo avviato una campagna di misure molto lunga, raccogliendo più di 200 spettri con i rivelatori affacciati. In questo modo si può verificare se il massimo dei conteggi (che si ha quando la sorgente transita sulla congiungente dei rivelatori) si verifica effettivamente ogni 60 spettri dopo il primo massimo, ovvero ogni 180° , come si vede dalla figura 4.1. Il valore che equivale a 3° è 1333.

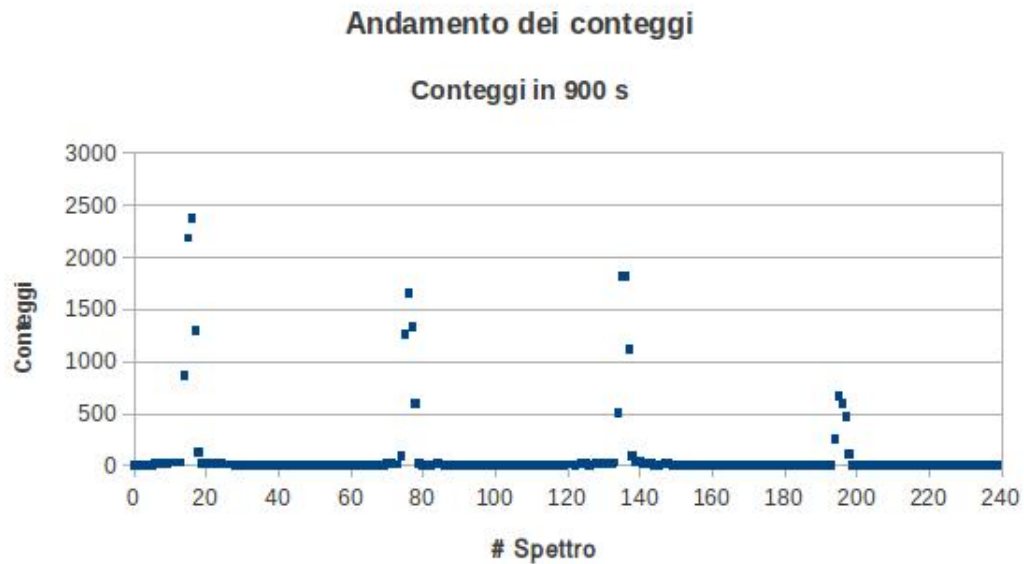


Figura 4.1: Determinazione dell'unità angolare.

Capitolo 5

Metodo analitico

In questo paragrafo si illustrerà la geometria dell'apparato sperimentale e il metodo utilizzato per ricavare la posizione della sorgente.

5.1 Geometria dell'esperimento e misura delle coordinate

Come già accennato, in un vero sistema PET, una serie di rivelatori disposti ad anello attorno al paziente raccoglie contemporaneamente spettri in coincidenza. Riproduciamo questo metodo, facendo ruotare sia la sorgente disposta sul piatto, sia il rivelatore NaI #1.

La figura 5.1 mostra la geometria dell'esperimento e i dati che si possono ricavare dagli spettri raccolti:

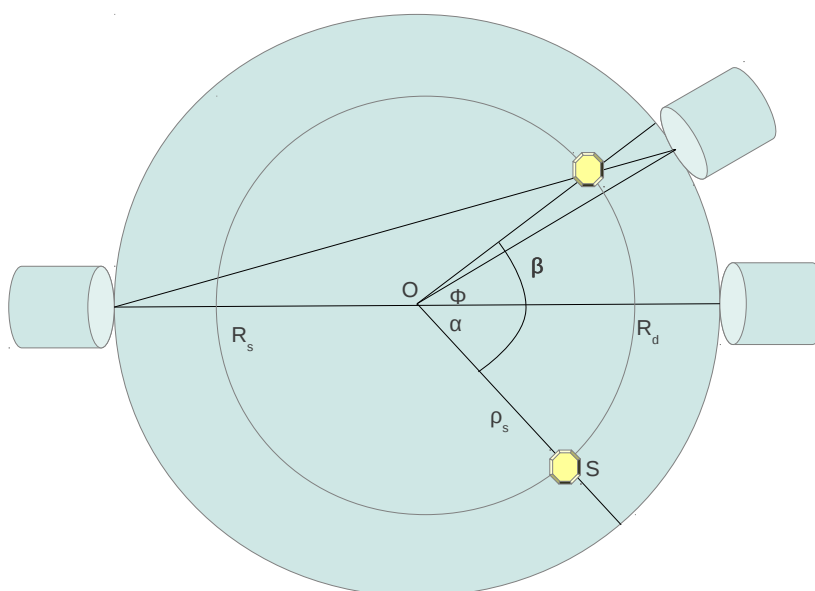


Figura 5.1: Geometria dell'esperimento.

R_s = distanza dal centro del disco di NaI #2;

R_d = distanza dal centro del disco di NaI #1;

ϕ = angolo di rotazione sulla piattaforma di NaI #1.

Supponiamo che la sorgente si trovi inizialmente in un punto S ignoto, di cui si debbano misurare le coordinate polari (ρ_s, θ_s) . Programmiamo il moto del disco affinché a intervalli di tempo regolari effettui una rotazione di un piccolo step angolare. Se si raccolgono una serie di spettri, ciascuno per ogni rotazione del disco, mantenendo i rivelatori affacciati, ci aspettiamo che il massimo dei conteggi si abbia quando la sorgente passa per la congiungente delle due facce dei rivelatori. In tal modo è possibile ricavare una misura di α e quindi della posizione angolare della sorgente.

Ora, si avvia una seconda campagna di misure analoga, eccetto per la posizione di NaI #1 che sarà ruotato di un certo angolo ϕ (noto). Anche in questo caso, ci aspettiamo che il massimo dei conteggi di coincidenza si abbia quando la sorgente transita sulla congiungente dei due rivelatori ed è possibile pertanto ricavare una misura dell'angolo β , che sarà utile alla misura di ρ_s .

La coordinata ρ_s può essere ottenuta dall'intersezione di due rette, che chiameremo retta s (sorgente) e retta r (rivelatori):

- retta s: passa per i punti $(0,0)$ e $(\rho_s \cos(\beta-\alpha), \rho_s \sin(\beta-\alpha))$ e congiunge il centro con la posizione della sorgente che varia per ogni campagna;
- retta r: congiunge i due rivelatori, passando per i punti $(-R_s, 0)$ e $(R_d \cos \phi, R_d \sin \phi)$.

In formule:

$$\begin{cases} y = \tan(\beta - \alpha)x \\ y = Ax + AR_s \end{cases}$$

essendo A un fattore contenente solo parametri noti:

$$A = \frac{R_d \sin \phi}{R_d \cos \phi + R_s} \quad (5.1)$$

Dal sistema si possono ottenere facilmente le coordinate cartesiane (x,y) della sorgente, da cui ricavare ρ_s . Tuttavia, abbiamo preferito trovare ρ_s direttamente dalla coordinata x, per evitare di propagare un errore in più (sulla coordinata y). Dunque, una volta misurati tutti gli angoli di interesse abbiamo utilizzato le formule seguenti:

$$x = \frac{AR_s}{\tan(\beta - \alpha) - A} \quad (5.2)$$

$$\rho_s = \frac{x}{\cos(\beta - \alpha)} \quad (5.3)$$

con la corrispondente propagazione degli errori.

Un'approssimazione tacita è stata quella di considerare puntiforme la sorgente: date le dimensioni della pastiglia di sodio e le distanze in gioco nell'esperimento, è parsa ragionevole.

In sostanza, per ricavare una misura delle coordinate polari della sorgente è necessario accoppiare due campagne di misura, una con rivelatori affacciati e una con NaI #1 ruotato di un angolo ϕ . Disponendo di più coppie di questo tipo, abbiamo ricavato i dati finali da una semplice media ponderata.

5.2 Tempi di misura

Ciascuna campagna di misure è caratterizzata da un diverso angolo di NaI #1. Avendo a disposizione una sorgente non più molto attiva e dovendo fare misure in coincidenza, abbiamo deciso di raccogliere uno spettro ogni 15 minuti, per un totale di 15 ore di misura (60 spettri a campagna). Pertanto, per mere ragioni di tempo e di organizzazione abbiamo effettuato misure per una sola posizione della sorgente, tra tutte quelle disponibili sul piatto. La stessa misura è stata ripetuta

in acqua, al fine di valutare l'interazione con la materia di fotoni da 511 keV e di avere un valore di confronto.

5.3 Misure in aria

Abbiamo posizionato la sorgente ad una distanza di 9.9 dal centro del disco, con un angolo $\alpha = 46^\circ$ rispetto alla congiungente dei rivelatori (in senso orario), corrispondenti alle coordinate cartesiane $x = 6.88$ e $y = -7.12$: abbiamo poi avviato sette campagne di misura, spostando NaI #1 a step di 7.5° . Per ogni spettro il massimo dei conteggi viene valutato tramite un fit gaussiano. Valutando il raggio per ciascuna campagna, sono stati ricavati i valori seguenti (tabella 5.1):

ϕ ($^\circ$)	α ($^\circ$)		
0	45.76 ± 3.15		
ϕ ($^\circ$)	β ($^\circ$)	x (cm)	ρ_s (cm)
-7.5	32.32 ± 3.29	8.24 ± 3.96 (48%)	8.47 ± 4.11 (49%)
7.5	58.62 ± 3.09	8.78 ± 4.34 (49%)	9.01 ± 4.45 (49%)
-15	22.03 ± 3.25	9.31 ± 2.82 (30%)	10.16 ± 3.20 (32%)
15	70.08 ± 3.18	8.95 ± 2.61 (29%)	9.82 ± 2.92 (30%)
22.5	84.62 ± 3.55	7.15 ± 1.60 (22%)	9.18 ± 2.24 (24%)
30	99.03 ± 4.02	5.45 ± 1.26 (23%)	9.12 ± 2.12 (23%)

Tabella 5.1: Misure in aria.

La media ponderata di questi dati restituisce la misura: $\rho_s = 9.32 \pm 1.16$ cm. Osservando i risultati, si nota che le misure soggette a incertezze molto elevate sono quelle in cui NaI #1 è ruotato di un angolo piccolo. Infatti, a $\pm 7.5^\circ$, gli errori sono quasi del 50%. Invece, man mano che ci si allontana, l'errore percentuale scende fino ad arrivare ad un più accettabile 23-24%.

La sorgente "matematica dell'andamento degli errori è evidente riprendendo in mano le formule utilizzate:

$$x = \frac{AR_s}{\tan(\beta - \alpha) - A} \quad (5.4)$$

$$\rho_s = \frac{x}{\cos(\beta - \alpha)} \quad (5.5)$$

x è una funzione di A , β e α : la propagazione degli errori porta ad avere potenze di $\tan(\beta - \alpha)$ a denominatore, che generano il problema. Bisogna domandarsi se tali risultati siano dovuti solo alla propagazione oppure ci sia una ragione fisica. In realtà, la misura dell'angolo β non pare essere problematica per gli angoli ϕ più piccoli.

Se si osservano nuovamente i risultati senza pregiudizi, si potrebbe seguire un ragionamento di questo tipo. Immaginiamo di avere i rivelatori affacciati e di avere la sorgente una volta ad una distanza pari a circa 9 cm e una volta ad una distanza pari a 4.5 cm. Da entrambe le posizioni ricaviamo la stessa misura di α (ovviamente). Spostando NaI #1 a 7.5° (o -7.5°) le misure di β che avremmo se la sorgente fosse distante 4.5 cm oppure 9 cm dal centro non si discosterebbero molto fra di loro. Pertanto, potremmo concludere che i risultati ottenuti sono comprensibili. Un'accortezza potrebbe essere quella di effettuare misure a piccoli step angolari ma ad una distanza non troppo ridotta dalla retta congiungente i rivelatori affacciati (in una vera PET significherebbe inibire la correlazione di cristalli troppo vicini) .

5.4 Interazione dei fotoni con la materia

I tipi di interazione più significativi che riguardano i fotoni sono l'effetto fotoelettrico, lo scattering Compton e la produzione di coppia. L'interazione dei raggi γ , a differenza di quanto accade per le particelle cariche è di tipo catastrofico e porta o alla sparizione del fotone o alla diffusione dello stesso in direzioni anche molto diverse da quella iniziale.

ASSORBIMENTO FOTOELETTRICO È importante specialmente per raggi γ a basse energie ed è favorito nei materiali ad alto numero atomico (non a caso sono questi i materiali utilizzati nelle schermature).

SCATTERING COMPTON La probabilità che un incidente avvenga dipende dal numero di elettroni bersaglio e aumenta quindi con il numero atomico del materiale. Lo scattering Compton è il meccanismo dominante alle energie intermedie ed è il fenomeno che maggiormente ci interessa.

PRODUZIONE DI COPPIA È necessario che il singolo fotone abbia un'energia pari ad almeno 1.02 MeV, ragion per cui non riguarda i fotoni con cui si ha a che fare in questo esperimento.

Le tre interazioni descritte sono le principali artefici dell'attenuazione di un fascio monoenergetico di fotoni, che segue l'usuale legge esponenziale (trascurando il fattore di build-up):

$$I/I_0 = e^{-\mu t} \quad (5.6)$$

essendo il coefficiente di attenuazione lineare μ dato dalla somma:

$$\mu = \tau(\text{fotoelettrico}) + \sigma(\text{Compton}) + k(\text{coppia}) \quad (5.7)$$

Poiché il coefficiente μ dipende dalla densità del mezzo attraversato, più frequentemente si utilizza il coefficiente di attenuazione massivo, dato dal rapporto tra μ e la densità ρ .

5.4.1 Coefficiente di attenuazione

Le misure in acqua sono state effettuate con l'ausilio di un cilindro cavo (configurazione Marinelli) tale che lo spessore di liquido realmente attraversato sia di 3 cm.

Per misurare l'attenuazione del fascio si può semplicemente procedere raccogliendo due spettri della medesima durata, con e senza lo spessore d'acqua (non in coincidenza, in modo da avere più statistica). Il rapporto tra i conteggi al picco è pari al rapporto I/I_0 (anche l'area del rivelatore, infatti, è la stessa). Invertendo la legge di attenuazione e propagando i corrispettivi errori si può ricavare il coefficiente incognito. Le misure sono state ottenute con il rivelatore NaI #1.

t (cm)	NCR Aria	NCR H ₂ O	μ cm ⁻¹
3 ± 0.1	39.93 ± 0.87	27.74 ± 0.95	0.120 ± 0.005

Tabella 5.2: Coefficiente di attenuazione lineare a 511 keV.

In tabella 5.2 sono riassunti i risultati ricavati. Poco più del 30% dei fotoni del fascio vengono sostanzialmente diffusi fuori dall'angolo solido sotteso dal rivelatore. Una tale attenuazione è significativa, ma non tanto da rendere necessario il cambiamento dei parametri temporali già impostati.

5.4.2 Misure in acqua

Il procedimento è il medesimo delle misure in aria. L'unica accortezza è stata quella di posizionare il cilindro riempito d'acqua in modo tale che la sorgente si trovasse approssimativamente al centro, così da avere una configurazione il più possibile riproducibile.

Valutando il raggio per ciascuna campagna, sono stati ricavati i valori seguenti (tabella 5.3):

ϕ	α		
0	48.05 ± 3.13		
ϕ	β	$\mathbf{x} \text{ (cm)}$	$\rho_s \text{ (cm)}$
-7.5	31.34 ± 3.64	$6.10 \pm 2.36 \text{ (39\%)}$	$6.37 \pm 2.51 \text{ (39\%)}$
7.5	58.71 ± 3.55	$11.60 \pm 7.99 \text{ (69\%)}$	$11.80 \pm 8.18 \text{ (69\%)}$
-15	21.21 ± 3.33	$7.67 \pm 2.04 \text{ (27\%)}$	$8.59 \pm 2.41 \text{ (28\%)}$
15	70.95 ± 3.19	$9.85 \pm 3.08 \text{ (31\%)}$	$10.69 \pm 3.42 \text{ (32\%)}$
22.5	82.05 ± 3.26	$9.10 \pm 2.18 \text{ (24\%)}$	$10.98 \pm 2.68 \text{ (24\%)}$
30	97.26 ± 4.24	$6.55 \pm 1.58 \text{ (24\%)}$	$10.03 \pm 2.71 \text{ (27\%)}$

Tabella 5.3: Misure in acqua.

La media ponderata di questi dati restituisce la misura: $\rho_s = 9.16 \pm 1.19 \text{ cm}$. L'andamento degli errori è lo stesso che si osserva per le misure in aria e può essere giustificato allo stesso modo.

Capitolo 6

Metodo retroproiettivo

I dati risultanti da un'analisi PET sono essenzialmente proiezioni lungo una direzione dell'attività (funzione tridimensionale) nel corpo del paziente: per ricostruirla tramite i dati ricavati dal macchinario viene usato il formalismo matematico dell'antitrasformata di Radon.

6.1 La trasformata di Radon

La trasformata di Radon è una trasformata integrale che proietta una funzione di N dimensioni lungo una direzione, ottenendone un'altra di $N-1$ dimensioni; tramite l'antitrasformata di Radon è quindi possibile, almeno in teoria, all'oggetto originale tramite le sue proiezioni.

Il teorema delle proiezioni assicura infatti che conoscendo infinite proiezioni da infiniti angoli diversi è possibile ricostruire perfettamente l'oggetto originale, tramite l'operazione chiamata appunto antitrasformata di Radon; ovviamente, per quanto si possa aumentare il numero di queste proiezioni, non se ne avranno mai infinite e dunque si avrà sempre una ricostruzione approssimata: sono stati sviluppati nel tempo vari algoritmi che permettono di avvicinarsi sempre di più al risultato esatto.

6.2 Algoritmo di retroproiezione

La più banale approssimazione del meccanismo dell'antitrasformata di Radon è la retroproiezione (fig. 6.1):

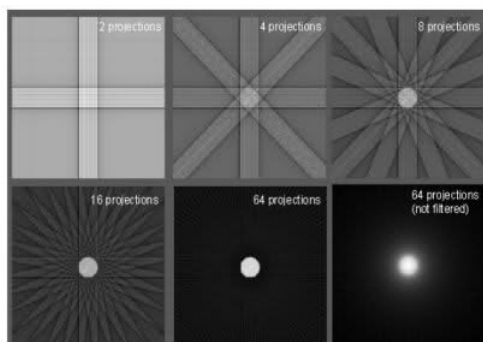


Figura 6.1: Semplice retroproiezione di un cerchio

Essa consiste nel discretizzare l'area da ricostruire tramite una griglia e retroproiettare i dati ottenuti lungo la direzione corretta; al fine di ottenere un risultato visivo del lavoro svolto abbiamo scritto un programma in C++ (si veda l'Appendice A).

L'algoritmo segue questo procedimento: l'area del piatto rotante viene suddivisa in una griglia bidimensionale con un passo fissato; si danno in input al programma la geometria del sistema e i dati ottenuti da ogni campagna, ovvero il numero di conteggi rispetto a ogni posizione angolare della sorgente. Successivamente si proietta ogni dato (numero di conteggi) lungo la direzione corrispondente (posizione angolare di ^{22}Na). Una volta completata questa operazione per ogni dato, si media ogni cella sul numero di dati inseriti. Infine il programma stampa i valori di ogni quadratino della griglia, che vengono messi in grafico con Gnuplot. Una volta che il programma ha girato per tutte le campagne, composte, ricordiamo da sessanta spettri, si è ottenuto il seguente risultato (fig. 6.2):

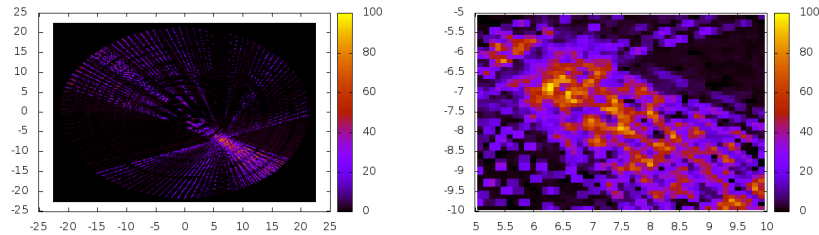


Figura 6.2: Output del programma con zoom sulla zona d'interesse (per misure in aria).

6.3 Analisi dati e risultati

6.3.1 Misure in aria

A questo punto dobbiamo rendere quantitativa la misura della localizzazione della sorgente. Si sfrutta l'output del programma utilizzato in precedenza, per implementare alcune MACRO in *ROOT* e costruire un istogramma in 3D.

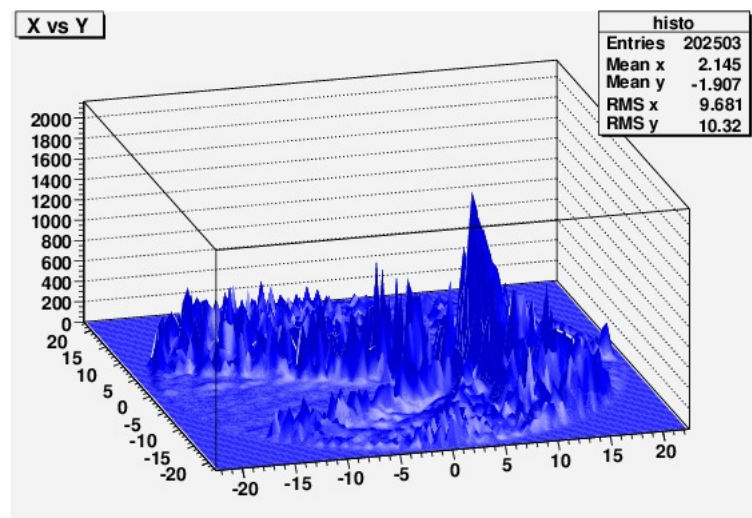


Figura 6.3: Visualizzazione 3-dimensionale della posizione della sorgente

Come si vede da questa rappresentazione (fig: 6.3) è presente un picco molto pronunciato, che corrisponde alla sorgente di ^{22}Na . Dai grafici già esposti si può ricavare approssimativamente l'area in cui ci aspettiamo di trovare la sorgente, cosicché è possibile valutare la bontà di questo metodo.

Per far questo si può procedere in due modi. Il primo consiste nel fittare direttamente il picco con una funzione gaussiana in due variabili, ma vista la sua forma non propriamente gaussiana e il rumore di fondo non è parso conveniente. Inoltre il software *ROOT* non dispone di funzioni di smoothing per istogrammi 3-dimensionali, che migliorano in generale i fit. Il secondo metodo, più semplice, consiste nel proiettare l'istogramma separatamente sulle due direzioni e fittare i due istogrammi 2-dimensionali così ottenuti con una gaussiana in una variabile: sono state quindi sviluppate altre MACRO in *C++* di *ROOT*. Nel seguente grafico (fig. 6.4) è osservabile l'istogramma proiettato sull'asse X, con il fit monodimensionale nella zona di interesse.

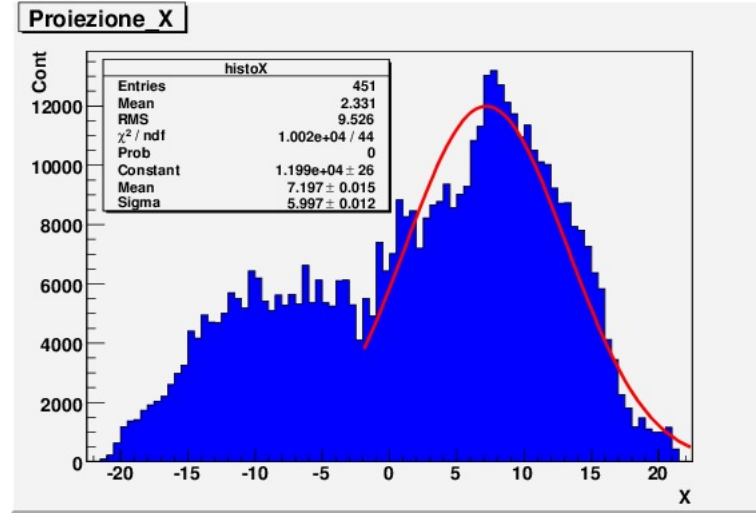


Figura 6.4: Proiezione lungo X dell'istogramma 3-dimensionale

Si conclude che $x_{\text{sorgente}} = 7.20 \pm 6.00$ cm. Questo risultato pare rassicurante sulla bontà del metodo e migliore rispetto a quello precedente. La stessa procedura è stata seguita per trovare l'ordinata della sorgente (fig. 6.5).

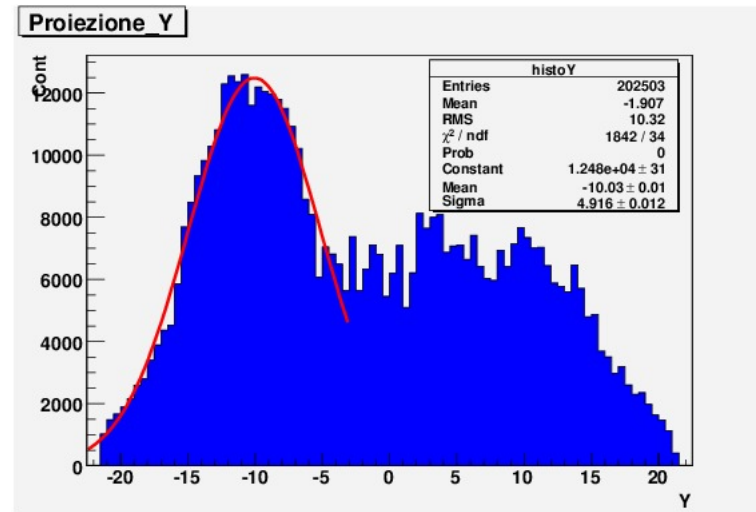


Figura 6.5: Proiezione lungo Y dell'istogramma 3-dimensionale

Nel seguente grafico, tuttavia, si evince che $y_{\text{sorgente}} = -10.03 \pm 4.92$ cm. Questo non può essere il risultato corretto. In effetti, osservando il grafico 3-dimensionale si nota che per $x > 7$ il fondo non è trascurabile e risulta addirittura comparabile al segnale quando si effettua la

proiezione su Y, con il risultato che si sposta il centroide della gaussiana. Utilizzando la funzione di *ROOT* di ricerca dei picchi fig. 6.6 notiamo infatti che il picco di interesse è più vicino a -7 di quanto la proiezione sembri indicare.

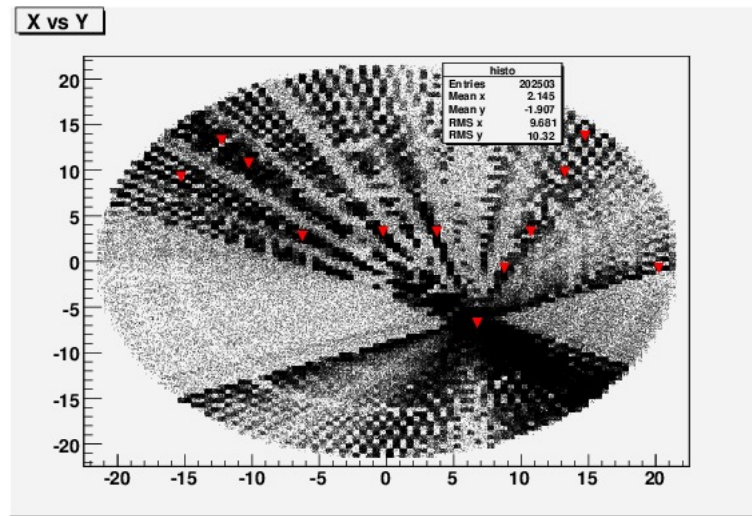


Figura 6.6: Output della funzione *ShowPeaks* di *ROOT*.

Ci chiediamo quindi se non ci possa essere qualche taglio sull'asse X che può essere effettuato al fine di migliorare la nostra stima, isolando il più possibile il segnale dal fondo. Se si effettua la proiezione lungo Y applicando un taglio lungo X, in particolare escludendo la porzione di istogramma 3D con $x > 8$, il risultato migliora. Per convincersene si osservi il grafico 6.7:

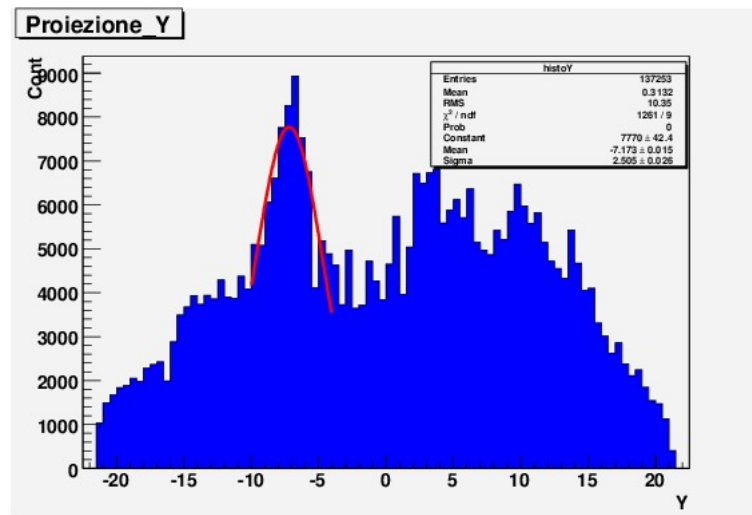


Figura 6.7: Proiezione lungo Y dell'istogramma 3-dimensionale

Si ricava $y_{\text{sorgente}} = -7.17 \pm 2.50$ cm. Si noti, infine, che si avremmo anche potuto ricavare x e y del picco principale senza effettuare alcun fit, ma direttamente dal grafico che evidenzia i picchi; non ci è sembrata, comunque, un'opzione valida sperimentalmente.

6.3.2 Misure in acqua

Lo stesso procedimento è stato ripetuto anche per le misure in acqua. I grafici seguenti mostrano i risultati (fig. 6.8):

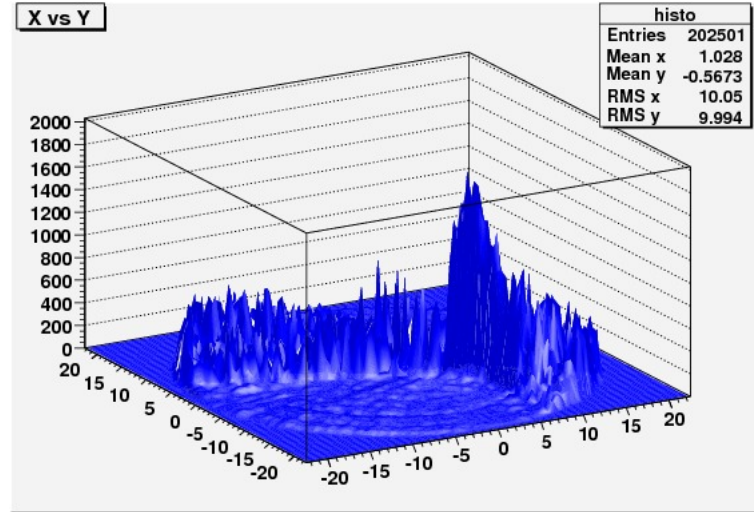


Figura 6.8: Visualizzazione 3-dimensionale della posizione della sorgente

Nel seguente grafico (fig. 6.9) è osservabile l'istogramma proiettato sull'asse X, con il fit monodimensionale nella zona di interesse.

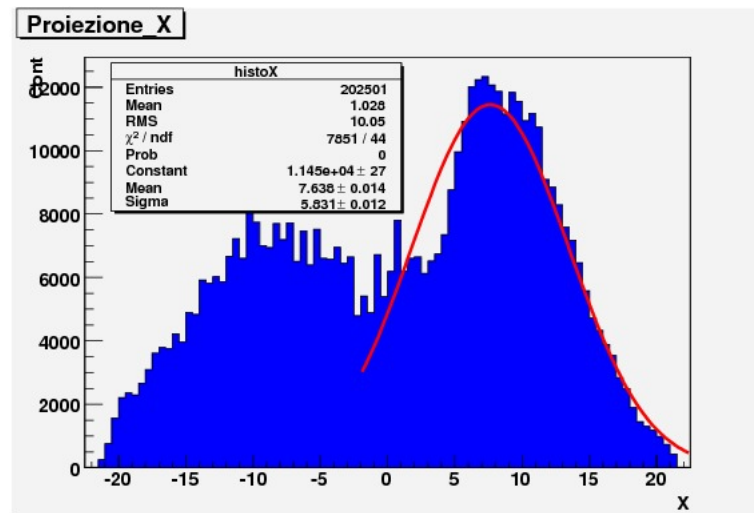


Figura 6.9: Proiezione lungo X dell'istogramma 3-dimensionale

Si conclude che $x_{\text{sorgente}} = 7.64 \pm 5.83$ cm. La stessa procedura è stata seguita per trovare l'ordinata della sorgente (fig. 6.10).

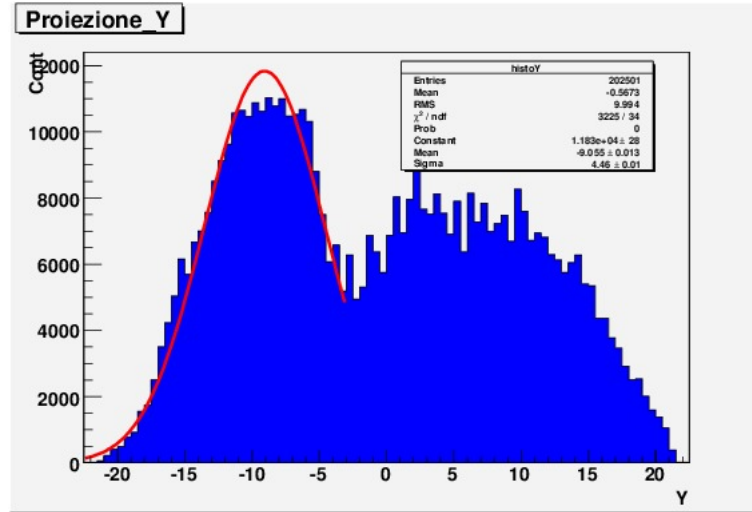


Figura 6.10: Proiezione lungo Y dell'istogramma 3-dimensionale

Inizialmente si ottiene $y_{\text{sorgente}} = -9.06 \pm 4.46$ cm. Se si effettua la proiezione lungo Y applicando un taglio lungo X, in particolare escludendo la porzione di istogramma 3D con $X > 8$, il risultato migliora (grafico 6.11):

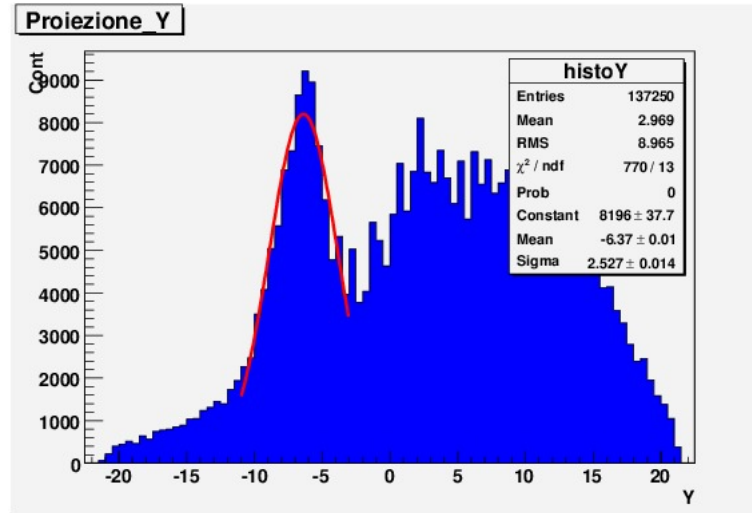


Figura 6.11: Proiezione lungo Y dell'istogramma 3-dimensionale

Si ricava $y_{\text{sorgente}} = -6.37 \pm 2.53$ cm.

Capitolo 7

Conclusioni

Ci siamo proposti come obiettivo quello di simulare un apparato diagnostico PET bidimensionale. Il nostro apparato sperimentale prevedeva solamente due scintillatori a Ioduro di Sodio, al contrario del caso reale, composto da un array di molti rivelatori. Per ovviare a questo handicap si è fatto uso del modulo piatto rotante, che tramite la sua rotazione ha permesso l'acquisizione di dati da diverse angolature, simulando le posizioni dei rivelatori di una PET.

La sorgente è posta a priori in $x = 6.88$ cm e $y = -7.12$ cm (secondo il sistema di riferimento cartesiano che pone il centro del piatto come origine): in coordinate polari corrispondono a $\rho = 9.9$ cm e $\theta = 46^\circ$. Si sono usati due metodi distinti per risalire alla posizione della sorgente. Il primo metodo, di tipo analitico, sfrutta la semplice geometria del setup sperimentale; tuttavia non è applicabile nella realtà e funziona solo nel caso di una singola sorgente puntiforme. Si sono ottenuti i seguenti risultati (in cm):

$$\textit{Aria} : \rho = 9.32 \pm 1.16 \quad \theta = 45.76^\circ \pm 3.15^\circ$$

$$\textit{Acqua} : \rho = 9.16 \pm 1.19 \quad \theta = 48.05^\circ \pm 3.13^\circ$$

Il secondo metodo emula il meccanismo matematico dell'antitrasformata di Radon: vengono retroproiettati gli spettri di coincidenza ottenuti per risalire alla posizione originaria della sorgente tramite fit proiettivi in una dimensione. Abbiamo ottenuto i seguenti risultati (in cm):

$$\textit{Aria} : x = 7.20 \pm 6.00 \quad y = -7.17 \pm 2.51$$

$$\textit{Acqua} : x = 7.64 \pm 5.83 \quad y = -6.37 \pm 2.53$$

Per migliorare la precisione sulla posizione della sorgente per il fit proiettivo si potrebbe, oltre ad aumentare la statistica, introdurre una funzione polinomiale che descriva il fondo.

Bibliografia

- [1] G.Knoll, Radiation Detection and Measurement
- [2] A. Markoe, Analytic Tomography
- [3] Mascolo, Pozzi, Spini, ALLESTIMENTO DI UN APPARATO PET
- [4] Siti internet consultati: www.ortec.com, root.cern.ch