

Università degli Studi di Milano - Bicocca



Laboratorio di Misure Nucleari e Subnucleari
Corso di Laurea Magistrale in Fisica

Misure di vita media e polarizzazione dei muoni cosmici con scintillatori plastici

Elia Bertoldo
Matteo Defranchis
Silvia Lupi
Antonio Puglisi

Anno Accademico 2014-2015

Contents

1	Introduzione: obiettivi e strumenti	1
1.1	I muoni cosmici: produzione e decadimento	1
1.2	Decadimento dei muoni all'interno di un materiale	3
1.3	Passaggio dei muoni attraverso la materia	4
2	Setup dell'esperimento	6
2.1	Rivelatori a scintillazione	6
2.2	Caratterizzazione degli scintillatori	7
2.2.1	Setup preliminare: misure di rate di singola	7
2.2.2	Misure di efficienza	7
2.3	Caratterizzazione dell'elettronica	11
2.3.1	Unità di delay	11
2.3.2	Unità logica	12
2.3.3	Unità di coincidenza	13
2.4	Trigger di acquisizione dati	13
2.4.1	Allestimento della catena elettronica: scelta dei parametri	15
3	Misure di vita media nei materiali	18
3.1	Decadimento all'interno dello scintillatore	18
3.1.1	Risultati sperimentali	19
3.1.2	Test algoritmo di fit	20
3.1.3	Ulteriori verifiche: ricerca di sistematiche	22
3.2	Decadimento in stato legato con alluminio	25
3.2.1	Ulteriori verifiche	27
3.3	Decadimento in NaCl	27
3.3.1	Ulteriori verifiche	28
4	Asimmetria nel decadimento	29
4.1	Asimmetria in campo magnetico	29
4.1.1	Apparato sperimentale	29
4.1.2	Scelta del campo magnetico	30
4.1.3	Caratterizzazione del campo magnetico	30
4.1.4	Risposta del rivelatore in presenza di campo magnetico	32
4.2	Misure di asimmetria	33
4.2.1	Asimmetria in assenza di campo magnetico	34
4.2.2	Asimmetria in presenza di campo magnetico	35
A	Rivelatori e moduli utilizzati	37

List of Figures

1.1	Rapporto di carica μ^+/μ^- in funzione del momento del muone	2
1.2	Perdita di energia per unità di cammino dei muoni positivi in rame	5
2.1	Rate di conteggi al variare della soglia dei discriminatori. Per tutti i rivelatori si osserva una regione di plateau sufficientemente ampia. Si riscontra inoltre un comportamento anomalo del rivelatore 2.	8
2.2	Schema della catena logica utilizzata per la misura dell'efficienza	8
2.3	Efficienza del rivelatore 2 in funzione della soglia. La stima dell'efficienza è indipendente da dove sono poste le soglie degli altri due rivelatori.	9
2.4	Efficienza del rivelatore 2 al variare della tensione e della soglia.	10
2.5	Grafici sull'efficienza per il rivelatore 1	10
2.6	Grafici sull'efficienza per il rivelatore 3	11
2.7	Linearità del ritardo introdotto dal delay. Si osserva una lieve deviazione dal valore nominale, trascurabile ai nostri scopi.	12
2.8	Risposta dell'unità logica. Il risultato è consistente con quanto atteso e lo spread risulta dell'ordine di 2 ns, compatibile con i tempi di formazione di un segnale NIM.	13
2.9	Numero di coincidenze tra due rivelatori in funzione del ritardo relativo. La durata della discesa ammonta a circa 10 ns, a causa degli effetti di jitter e walk.	13
2.10	Test dell'unità di coincidenza. I risultati sono del tutto analoghi a quelli ottenuti con l'unità logica.	14
2.11	Rappresentazione schematica di due possibili eventi di decadimento all'interno dello scintillatore centrale.	14
2.12	Rappresentazione schematica della catena elettronica. In input sono forniti i segnali logici in uscita dai discriminatori; in presenza di un evento compatibile con il decadimento di un muone a stop nel secondo rivelatore, viene generato un output che funge da trigger per l'acquisizione.	15
2.13	Esempio di segnale anodico all'oscilloscopio. La linea blu tratteggiata rappresenta la soglia di trigger, mentre le linee verticali delimitano una finestra di 50 ns a partire dal superamento della soglia.	16
2.14	Rate di coincidenze doppie e triple in funzione del ritardo. La regione di stabilità è sufficientemente ampia da garantire un buon margine di sicurezza.	16
2.15	Rate di coincidenze tra un segnale negato di 150 ns e un segnale non negato di 50 ns. L'ampiezza della valle di stabilità si conferma prossima agli 80 ns. Occorre in questo caso introdurre un ritardo di 50 ns.	17
3.1	Rappresentazione schematica di due possibili eventi di background.	18
3.2	Scelta del binning. Il χ^2/ndf del fit oscilla in un intervallo compreso approssimativamente tra 1 e 2, mentre la stima di τ_{free} non presenta alcuna dipendenza dalla scelta del binning, compatibilmente con l'errore statistico.	20

3.3	Scelta dell'intervallo di fit. Il χ^2/ndf rimane sufficientemente stabile attorno ad 1, mentre τ_{free} presenta una certa dipendenza dagli estremi, per piccole larghezze dell'intervallo. Tale dipendenza scompare all'allontanarsi degli estremi.	20
3.4	Spettro temporale dei tempi di decadimento all'interno dello scintillatore centrale. Il parametro τ_{free} è compreso tra la vita media del μ libero e quella in stato legato con il carbonio. Il valore misurato è in ottimo accordo con il Montecarlo.	21
3.5	Test della procedura di fit: confronto tra il valore di τ in input al Montecarlo e l'output dell'algoritmo. Si nota una deviazione dall'ipotesi di perfetta uguaglianza, che però risulta irrilevante ai nostri scopi.	22
3.6	Impatto della risposta temporale sulla misura. La risoluzione congiunta tra i rivelatori 1 e 3 è molto piccola rispetto alle grandezze di interesse, così come l'offset rilevato. L'impatto sulla misura è pertanto trascurabile a tutti gli effetti.	23
3.7	Impatto delle perdite dovute a tempo morto nella misura. Le perdite ammontano circa all'8.4% degli eventi, ma non apportano alcuna distorsione significativa allo spettro.	25
3.8	Stima di τ_{Al} vs τ_{free} in input al fit. La stima del parametro di interesse si dimostra sensibile alla scelta dell'input, che va pertanto scelto con cura.	26
3.9	Decadimento di muoni negativi in stato legato con alluminio. La stima di τ_{Al} è in ottimo accordo con il valore atteso.	27
3.10	Spettro temporale dei tempi di decadimento in stato legato con NaCl. Il risultato è in accordo con il valore atteso.	28
4.1	Campo magnetico vs intensità di corrente: la linea blu si riferisce alla sonda di Hall longitudinale, la linea rossa alla sonda trasversale. La discrepanza è riconducibile alla notevole sensibilità di quest'ultima all'orientazione rispetto alle linee di campo.	31
4.2	Andamento del campo magnetico nel piano x-y. Si nota una buona uniformità lungo la direzione x e qualche lieve caduta lungo la direzione y. Si può considerare il campo magnetico uniforme su una superficie di 30x40cm ² . Gli effetti di bordo sono molto contenuti, e già a distanza di qualche centimetro dall'estremità del solenoide il campo può essere considerato trascurabile.	32
4.3	Foto dell'apparato sperimentale per la misura di asimmetria. La superficie efficace per la formazione del trigger è immersa nella regione di massima uniformità del campo magnetico, pur essendo notevolmente ridotta a causa della disposizione geometrica.	32
4.4	Risultato atteso per la misura di asimmetria. I dati, opportunamente generati con un Montecarlo, vengono utilizzati per ottimizzare l'algoritmo.	34
4.5	Misura dell'asimmetria nel decadimento del muone all'interno dello scintillatore centrale. I dati sono in buon accordo con l'ipotesi di solo fondo.	34
4.6	Misura dell'asimmetria in assenza di campo magnetico. L'ipotesi di solo fondo risulta molto improbabile, mentre l'ipotesi di segnale è spiegabile con un effetto di magnetizzazione residua del metallo all'interno del solenoide.	35
4.7	Asimmetria in presenza di campo magnetico. L'ipotesi di segnale risulta accettabile, ma il risultato non è in accordo con quanto atteso.	36
4.8	Asimmetria in campo magnetico con sottrazione del fondo. I risultati del fit in ipotesi di segnale sono compatibili con i valori attesi; si riscontra tuttavia una fluttuazione del χ^2 verso l'alto.	36

List of Tables

1.1	Tempo di vita media nei materiali di interesse per l'esperimento	4
2.1	Setup definitivo. Vengono riportati i punti di lavoro selezionati per ciascuno dei rivelatori e le relative efficienze.	11
3.1	Confronto tra i parametri di input del Montecarlo e l'output dell'algoritmo di analisi: l'accordo è da ritenersi soddisfacente.	21
3.2	Test dell'affidabilità nella stima delle incertezze statistiche sui parametri di fit. L'accordo tra l'output dell'algoritmo di fit e la distribuzione statistica dei parametri è soddisfacente.	21
4.1	Rate di singola ed efficienza in assenza e in presenza di campo magnetico. L'efficienza rimane inalterata e la variazione del rate di singola può essere riconducibile ad altri effetti. Il contributo principale all'efficienza in questa misura è di natura geometrica.	33

1. Introduzione: obiettivi e strumenti

Obiettivi

Scopo dell'esperienza è la misura della vita media dei muoni negativi all'interno di differenti materiali. Si utilizzano scintillatori plastici per le loro eccellenti proprietà temporali e per disporre di superfici sufficientemente ampie per la rivelazione dei cosmici secondari. Si vogliono inoltre sfruttare i meccanismi della violazione di parità nei decadimenti deboli e della precessione degli spin in campo magnetico per la misura della polarizzazione media dei muoni cosmici.

1.1 I muoni cosmici: produzione e decadimento

I muoni sono particelle cariche instabili, di carica ± 1 e spin $1/2$, e sono tra le particelle con vita media più lunga. Appartengono alla famiglia dei leptoni e pertanto interagiscono attraverso l'interazione elettrodebole. Possono inoltre formare stati legati come il muonio (μ^+e^-), l'idrogeno muonico (μ^-P) e l'atomo Z-muonico (μ^-Z).

I muoni cosmici sono prodotti dal decadimento dei pioni carichi (1.2), i quali a loro volta sono generati abbondantemente dall'interazione dei cosmici primari con l'atmosfera terrestre. I raggi cosmici primari sono costituiti principalmente da protoni (95%) e nuclei di elio ($\approx 5\%$) e possono raggiungere energie dell'ordine di 10^{20} eV. L'energia media dei muoni cosmici si aggira attorno ai 4 GeV, e il flusso differenziale per unità di angolo solido al livello del mare è approssimativamente della forma

$$\frac{dN}{d\Omega} \simeq I \cdot \cos^2 \theta \quad (1.1)$$

dove I è un parametro empirico che per un rivelatore orizzontale vale circa $1 \text{ cm}^{-2}\text{min}^{-1}$.

Inoltre, il rapporto di carica tra μ^+ e μ^- nei raggi cosmici riflette l'eccesso dei pioni π^+ rispetto ai π^- , che è a sua volta dovuto al fatto che i cosmici primari siano composti prevalentemente da protoni. L'andamento del rapporto di carica F_{μ^+}/F_{μ^-} è riportato in Figura 1.1 e dimostra una certa dipendenza dal momento dei muoni, in particolare alle basse energie.

Per motivi di elicità, il rapporto di diramazione dei processi (1.2) è molto prossimo all'unità, sebbene il decadimento in elettrone sarebbe energeticamente più vantaggioso.

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \quad (1.2)$$

Inoltre, essendo i pioni mesoni pseudoscalari ed essendo neutrini ed antineutrini approssimabili ad autostati di elicità, i muoni prodotti saranno per lo più polarizzati nella direzione opposta a quella del neutrino. Ci si aspetta quindi che i muoni negativi siano right-handed e quelli positivi left-handed. Il muone decade nella quasi totalità dei casi attraverso la reazione

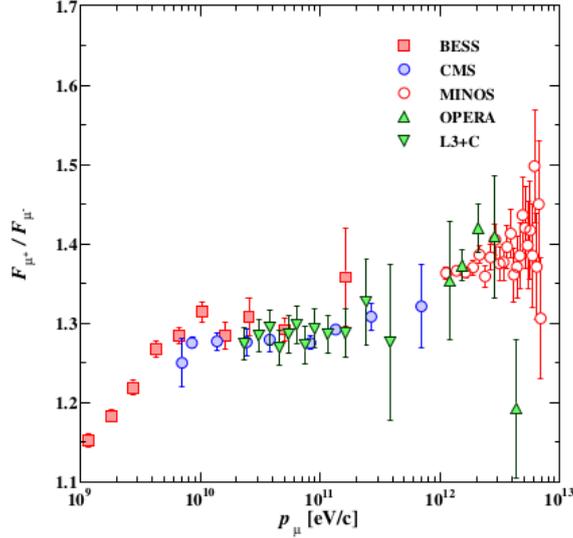


Figure 1.1: Rapporto di carica μ^+/μ^- in funzione del momento del muone

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu\end{aligned}$$

Nel caso in cui i muoni siano polarizzati, come ad esempio accade per i cosmici, la violazione di parità nel decadimento diventa osservabile. Infatti, detto θ l'angolo di emissione dell'elettrone rispetto allo spin del muone, l'ampiezza di decadimento differenziale è data da

$$\frac{d\Gamma_{\mu^\pm}}{d\cos\theta} = \frac{1}{2\tau} \left(1 \pm \frac{\xi}{3} \cos\theta \right) \quad (1.3)$$

dove ξ è la polarizzazione media dei muoni cosmici ed è dell'ordine di 0.35. Inoltre, in presenza di un campo magnetico B lo spin del muone precessa attorno alle linee di campo con una frequenza pari a

$$\omega = g \frac{eB}{2m_\mu} \quad (1.4)$$

ove g è il fattore giromagnetico, che per un fermione di Dirac è in prima approssimazione pari a 2. Pertanto, l'espressione (1.3) diventa

$$\frac{d\Gamma_{\mu^\pm}}{d\cos\theta} = \frac{1}{2\tau} \left(1 \pm \frac{\xi}{3} \cos\theta \cos\omega t \right) \quad (1.5)$$

Tenendo conto del fatto che la polarizzazione dei muoni positivi è opposta a quella dei muoni negativi, è possibile definire un termine di asimmetria per il decadimento come

$$A(t) = \frac{\Gamma_u - \Gamma_d}{\Gamma_u + \Gamma_d} = \frac{\xi}{6} \cos\omega t \quad (1.6)$$

avendo definito le ampiezze di decadimento nell'emisfero up e down rispettivamente come

$$\begin{aligned}\Gamma_u &= \int_0^1 d\cos\theta \frac{d\Gamma}{d\cos\theta} \\ \Gamma_d &= \int_{-1}^0 d\cos\theta \frac{d\Gamma}{d\cos\theta}\end{aligned}$$

ove si è posto per comodità

$$\frac{d\Gamma}{d\cos\theta}(\theta) = \frac{d\Gamma_{\mu^+}}{d\cos\theta}(\theta) + \frac{d\Gamma_{\mu^-}}{d\cos\theta}(\pi - \theta)$$

Infine, se si trascurano canali di decadimento differenti da quelli riportati nella (1.3), la vita media del muone nel vuoto può essere calcolata in buona approssimazione dalla teoria a quattro punti di Fermi, e risulta pari a

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G_F^2 m_\mu^5} \simeq 2.2 \mu s \quad (1.7)$$

dove $m_\mu = 105.7 \text{ MeV}$ è la massa del muone e $G_F = 1.16 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ è la costante di accoppiamento fenomenologica di Fermi.

1.2 Decadimento dei muoni all'interno di un materiale

Ci si attende che, nel corso dell'esperimento, una piccola frazione di muoni cosmici si arresti e decada all'interno dei rivelatori: si è pertanto interessati a studiare l'influenza dell'interazione con il materiale sul tempo di vita media.

I muoni positivi interagiscono repulsivamente con i nuclei e pertanto decadono come se fossero nel vuoto. Al contrario, i muoni negativi risentono dell'attrazione coulombiana dei nuclei: non dovendo soddisfare al principio di esclusione di Pauli, i μ^- si diseccitano rapidamente fino allo stato fondamentale, causando l'emissione di raggi X o elettroni Auger. L'overlap tra la funzione d'onda del muone in stato fondamentale e quella del nucleo è tanto più grande quanto maggiore è il numero atomico del materiale, e può non essere trascurabile: esiste pertanto una probabilità non nulla che il muone venga catturato dal nucleo, causando la conversione di un nucleone e l'emissione di un neutrino. In alternativa, il muone può decadere in stato legato con il nucleo prima di essere catturato.

Se il muone decade immerso nel campo di un nucleo, si hanno prevalentemente due effetti: la dilatazione relativistica dei tempi dovuta al moto orbitale e la riduzione dello spazio delle fasi accessibile ai prodotti del decadimento. Detto $V(r)$ il campo coulombiano nucleare, l'ampiezza di decadimento diventa pari a

$$\Gamma_b = \frac{\Gamma_{\text{free}}}{\sqrt{1 - (Z\alpha)^2}} \quad (1.8)$$

dove α è la costante di struttura fine e Z il numero atomico del materiale.

Inoltre, per quanto affermato in precedenza, la cattura nucleare è tanto più probabile quanto l'attrazione esercitata dal nucleo è importante, ovvero quanto più Z è grande. L'ampiezza di questo processo è approssimabile con la formula semi-empirica di Primakoff

$$\Gamma_{\text{capt}}(Z) = Z_{\text{eff}}^4 X_1 \left(1 - X_2 \frac{A - Z}{2A} \right) \quad (1.9)$$

dove X_1 è il rate di cattura da parte dell'idrogeno, X_2 è un fattore correttivo legato al principio di esclusione di Pauli e Z_{eff} è la carica nucleare effettiva, cioè quella percepita dal muone al netto della schermatura da parte degli elettroni orbitali.

Unendo i due contributi, si può stimare la vita media dei μ^- all'interno di un materiale come

$$\tau_{\text{tot}} = \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}} = \frac{1}{\Gamma_{\text{b}} + \Gamma_{\text{capt}}} \quad (1.10)$$

In Tabella 1.1 è riportata una selezione di valori calcolati e misurati di τ_{tot} per i materiali di interesse per l'esperimento.

	τ_{tot} (ns)	τ_{mis} (ns)
C	2013.0	2026.3 ± 1.5
Na	1196	1204 ± 2
Al	882.7	864.0 ± 1.0
Cl	520	561 ± 2

Table 1.1: Tempo di vita media nei materiali di interesse per l'esperimento

L'esperimento prevede inoltre la misura della vita media in stato legato con NaCl. Per ricavare una stima del valore atteso, occorre combinare opportunamente i valori riportati in Tabella 1.1. Detta P_{Na} la probabilità che il muone formi uno stato legato con il sodio e $P_{\text{Cl}} = 1 - P_{\text{Na}}$ la probabilità che formi uno stato legato con il cloro, l'ampiezza totale può essere scritta come

$$\Gamma_{\text{tot}}^{\text{NaCl}} = \Gamma_{\text{tot}}^{\text{Cl}} P_{\text{Cl}} + \Gamma_{\text{tot}}^{\text{Na}} P_{\text{Na}} \quad (1.11)$$

Supponendo che valga la relazione

$$P_{\text{Na}} = \frac{Z_{\text{eff}}^{\text{Na}}}{Z_{\text{eff}}^{\text{Cl}} + Z_{\text{eff}}^{\text{Na}}}$$

e che la carica efficace sia approssimata dalla formula empirica

$$Z_{\text{eff}} = Z \left(1 + (Z/42)^{1.47} \right)^{-0.68}$$

si ottengono i valori $P_{\text{Na}} = 41 \%$, $P_{\text{Cl}} = 59 \%$. Inserendo il risultato nella (1.11) e tenendo conto dei valori misurati di τ_{Na} e τ_{Cl} riportati in Tabella 1.1, si ottiene

$$\tau_{\text{NaCl}} = [718 \pm 11] \text{ ns} \quad (1.12)$$

1.3 Passaggio dei muoni attraverso la materia

Nel passaggio attraverso un materiale i muoni perdono energia principalmente a causa degli urti con gli elettroni atomici causandone l'eccitazione o la ionizzazione, oppure attraverso perdite radiative. La perdita di energia per unità di cammino è ben approssimata in un ampio intervallo di energie dalla formula

$$-\frac{dE}{dx} = a(E) + E \cdot b(E) \quad (1.13)$$

dove il primo termine è il contributo della ionizzazione, mentre il secondo quello relativo alle perdite radiative. La ionizzazione è il processo dominante per energie comprese tra qualche MeV e diverse decine di GeV; l'energia depositata per unità di cammino è quindi ben descritta in un ampio range di energia dalla formula di Bethe-Bloch

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 N_A \frac{Z z^2}{A \beta^2 \rho} \left[\ln \left(\frac{2m_e v^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad (1.14)$$

dove m_e e r_e sono rispettivamente la massa e il raggio classico dell'elettrone, Z , A e ρ sono il numero atomico, il numero di massa e la densità del materiale assorbente, v e z rappresentano la velocità del proiettile e la sua carica in unità di e rispettivamente, I è il potenziale medio di ionizzazione e N_A è il numero di Avogadro; infine, il termine $\frac{\delta}{2}$ è un parametro correttivo che tiene conto dell'effetto densità. L'andamento della perdita di energia per unità di cammino per i muoni positivi in rame è mostrato in Figura 1.2.

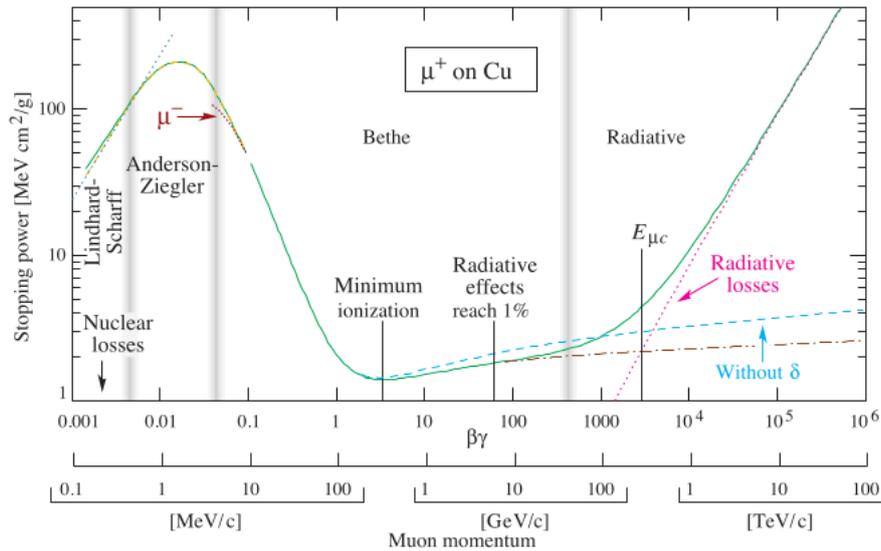


Figure 1.2: Perdita di energia per unità di cammino dei muoni positivi in rame

Le perdite radiative sono dovute all'emissione di fotoni di frenamento, alla produzione di coppie elettrone-positrone e all'interazione fotonucleare (interazione dei muoni con i nuclei degli atomi del materiale, importante in materiali ad alto Z) e possono diventare significative per energie superiori a qualche centinaia di GeV; il termine $b(E)$ che compare nell'equazione (1.13) tiene conto di questi tre contributi.

Si definisce energia critica (E_c) l'energia per cui le perdite radiative uguagliano quelle per ionizzazione e può essere calcolata dal rapporto tra $a(E)$ e $b(E)$. L'energia critica dei muoni risulta essere dell'ordine del TeV, mentre l'energia media dei muoni cosmici è di circa 2-3 ordini di grandezza inferiore: la ionizzazione rappresenta quindi il contributo prevalente alla perdita di energia.

2. Setup dell'esperimento

2.1 Rivelatori a scintillazione

Un rivelatore a scintillazione (o scintillatore) è uno strumento in grado di rivelare il passaggio di particelle ionizzanti sfruttando il meccanismo della scintillazione; è composto da un volume di materiale attivo e da un fotomoltiplicatore. L'energia depositata dalla particella nel materiale viene convertita in eccitazione atomica o molecolare. La conseguente diseccitazione avviene prevalentemente per emissione di fotoni, parte dei quali viene convertita in fotoelettroni dal fotocatodo. All'interno del fotomoltiplicatore gli elettroni vengono accelerati da un'elevata differenza di potenziale e moltiplicati da un'apposita struttura a dinodi. Gli elettroni prodotti vengono raccolti all'anodo e letti come un segnale di tensione, la cui ampiezza dipende dal numero dei fotoni di scintillazione raccolti e dal guadagno totale del fotomoltiplicatore.

Gli scintillatori possono essere costituiti da materiali organici o inorganici: i primi sono generalmente idrocarburi aromatici e il loro meccanismo di scintillazione è di natura molecolare, cioè generato da transizioni elettroniche che coinvolgono una singola molecola; gli altri sono principalmente cristalli di composti alogenuri alcalini e il loro processo di scintillazione ha origine nella struttura a bande elettroniche, tipica dei materiali cristallini. Gli scintillatori organici sono caratterizzati da bassa resa in luce e linearità, ma hanno tempi di risposta molto veloci (2-3 ns) e quindi una buona risoluzione temporale, il che li rende adatti per applicazioni di timing; al contrario, gli scintillatori inorganici hanno buona resa in luce e linearità ma tempi di risposta più lunghi (2-3 ordini di grandezza superiori): offrono pertanto migliori prestazioni in applicazioni spettroscopiche, anche grazie all'elevato Z dei materiali di cui sono composti, ma sono meno adatti per il timing.

Essendo l'informazione temporale di primaria importanza in questo esperimento, si utilizzano scintillatori plastici, ovvero organici. Il fattore di dilatazione relativistica di un muone di 4 GeV è circa pari a 40, e la particella può pertanto essere considerata in prima approssimazione una MIP (minimum ionizing particle). Essendo la densità degli scintillatori organici circa pari a $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, la sua perdita di energia per unità di cammino sarà dell'ordine di 2 MeV/cm. Gli scintillatori utilizzati hanno dimensioni di $(80 \times 30 \times 4) \text{ cm}$ e pertanto un muone depositerà nel materiale attivo un'energia pari ad almeno 8 MeV; ci si aspetta quindi che i muoni siano ben discriminabili dalla radioattività naturale, la cui energia non supera i 3 MeV. Infine, gli scintillatori plastici sono caratterizzati da un'elevata flessibilità e possono quindi essere prodotti in una grande varietà di forme e dimensioni: in questa esperienza sono necessari rivelatori con ampie superfici, in modo da avere a disposizione un rate sufficiente di eventi di interesse.

2.2 Caratterizzazione degli scintillatori

In primo luogo è necessario caratterizzare gli scintillatori, in modo da determinare le condizioni ottimali di lavoro per ciascuno di essi. Si vogliono innanzitutto scegliere opportune tensioni di alimentazione dei fotomoltiplicatori e soglie di discriminazione dei segnali anodici; si procede in seguito con l'ottimizzazione dell'efficienza di rivelazione.

2.2.1 Setup preliminare: misure di rate di singola

I segnali anodici di ciascun fotomoltiplicatore vengono mandati in input ad un discriminatore integrale, che genera un segnale logico ogniqualvolta un impulso superi una soglia regolabile. L'uscita del discriminatore viene mandata in input ad un counter dotato di timer interno.

Si sceglie per ciascun fotomoltiplicatore un'opportuna tensione di lavoro, in modo da generare segnali di ampiezza compatibile con le specifiche dei discriminatori; si misura quindi il numero di conteggi al variare della soglia. Ci si aspetta che alle soglie più basse domini il contributo della radiazione naturale; all'aumentare della soglia, sempre meno impulsi di fondo verranno registrati fino a giungere ad una regione di plateau dove la discriminazione è ottimale; infine, aumentando ulteriormente la soglia, i conteggi torneranno a diminuire rapidamente, in quanto vengono scartati i muoni che depositano minor energia (ovvero quelli più prossimi alla direzione verticale).

Ci si serve quindi dei grafici così ottenuti per avere una prima indicazione di quali siano le tensioni e le soglie ottimali: si scelgono valori di tensione per cui la regione di plateau risulta sufficientemente ampia, purché l'ampiezza dei segnali anodici sia compatibile con i requisiti di input dei discriminatori. Le tensioni scelte in via provvisoria sulla base di questa prima analisi sono riportate nella seguente tabella:

Rivelatore	Tensione (V)
1	900
2	820
3	950

I grafici sono mostrati in Figura 2.1: da notare il comportamento anomalo del rivelatore 2 che, pur lavorando alla tensione più bassa, produce segnali notevolmente più ampi rispetto agli altri due. Si sceglie temporaneamente di porre le soglie dei discriminatori al centro della regione di plateau in modo che, anche in presenza di piccole variazioni di tensione, la configurazione rimanga sufficientemente stabile. Si procede quindi con l'ottimizzazione delle efficienze di rivelazione.

2.2.2 Misure di efficienza

L'obiettivo è quello di misurare l'efficienza intrinseca di ciascun rivelatore. A tal fine, si allineano i tre scintillatori uno sopra l'altro, ponendo al centro il rivelatore di interesse. L'efficienza sarà quindi data dal rapporto tra le coincidenze triple e le coincidenze doppie tra i due rivelatori estremi e non presenterà alcuna dipendenza dalla particolare geometria del rivelatore o della sorgente. Esplicitamente, supponendo ad esempio di porre al centro il rivelatore 2, la sua efficienza ϵ_2 sarà data da

$$\epsilon_2 = \frac{N_{\text{triple}}}{N_{\text{doppie}}}$$

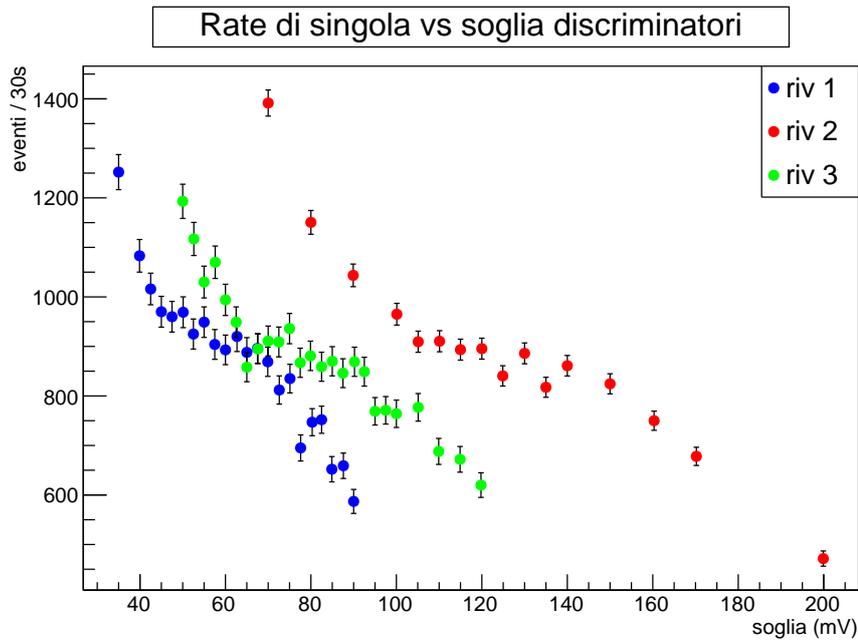


Figure 2.1: Rate di conteggi al variare della soglia dei discriminatori. Per tutti i rivelatori si osserva una regione di plateau sufficientemente ampia. Si riscontra inoltre un comportamento anomalo del rivelatore 2.

dove N_{triple} e N_{doppie} indicano rispettivamente il numero di coincidenze tra tutti e tre gli scintillatori e quelle registrate dai due scintillatori agli estremi. Si può dimostrare che l'efficienza di ciascun rivelatore così calcolata è indipendente dall'efficienza degli altri due rivelatori. Infatti, prendendo ad esempio il nostro caso

$$N_{\text{doppie}} = N\epsilon_1\epsilon_3$$

$$N_{\text{triple}} = N\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3$$

Quindi dal loro rapporto si ottiene proprio

$$\frac{N_{\text{triple}}}{N_{\text{doppie}}} = \frac{N\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3}{N\epsilon_1\epsilon_3} = \epsilon_2$$

Dal punto di vista pratico, occorre porre in coincidenza i segnali provenienti dai tre discriminatori e dai rivelatori agli estremi, separatamente; gli output dell'unità di coincidenza vengono quindi dati in input ad uno scaler, come mostrato in Figura 2.2. La larghezza dei segnali logici è di 100 ns e di conseguenza la larghezza della finestra di coincidenza è pari a 200 ns.

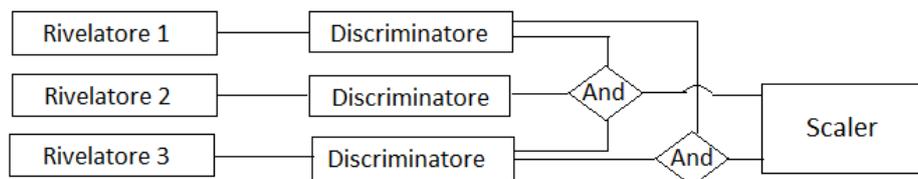


Figure 2.2: Schema della catena logica utilizzata per la misura dell'efficienza

Si è ritenuto opportuno verificare che la scelta delle soglie dei due rivelatori agli estremi non influenzasse la stima dell'efficienza di quello centrale. Sono state quindi eseguite due misure di efficienza del rivelatore 2 in funzione della sua soglia: nella prima le soglie dei rivelatori agli estremi sono state poste al limite inferiore della regione di plateau: in particolare, 52.2 mV per il rivelatore 1 e 60.0 mV per il rivelatore 3. Si è poi analizzato il caso opposto, nel quale le soglie sono state impostate al valore più alto del plateau: 65.0 mV per il rivelatore 1 e 77.5 mV per il 3. Il risultato è mostrato in Figura 2.3, da cui si nota che i valori ottenuti nelle due diverse configurazioni sono perfettamente compatibili nei limiti delle incertezze statistiche; si può quindi concludere che l'efficienza del rivelatore 2 è indipendente dalla scelta della soglia degli altri due scintillatori. Si pongono pertanto temporaneamente tutte le soglie al centro della regione di plateau, e si procede con l'ottimizzazione dell'efficienza di ciascun rivelatore in funzione della soglia e della tensione applicata.

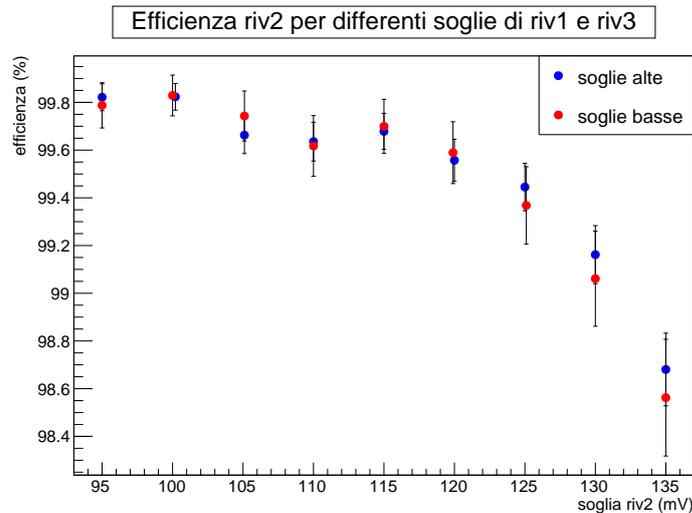


Figure 2.3: Efficienza del rivelatore 2 in funzione della soglia. La stima dell'efficienza è indipendente da dove sono poste le soglie degli altri due rivelatori.

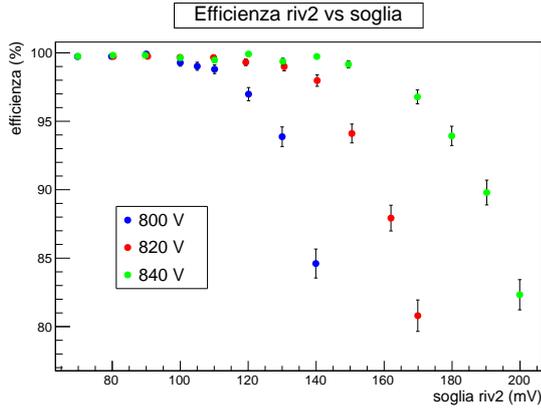
I risultati ottenuti per il rivelatore 2 sono mostrati in Figura 2.4(a). Non avendo riscontrato alcun significativo miglioramento dell'efficienza all'aumentare della tensione, si è optato per mantenere 820 V come punto di lavoro. Inoltre, come si vede dalla Figura 2.4(b), benchè il valore centrale della zona di plateau si trovi a 130 mV, l'efficienza raggiunge un valore di saturazione soltanto al di sotto dei 110 mV: si intende utilizzare 100 mV come soglia ottimale, in modo da essere poco sensibili ad eventuali drift nelle soglie o nel guadagno dei fotomoltiplicatori. Tuttavia, la soglia scelta si trova all'esterno della zona di plateau, dove il rate di eventi è di circa $3 s^{-1}$ più elevato rispetto al rate medio nel plateau. Questo significa che parte dei segnali non è riconducibile ad eventi di muone; tuttavia, la probabilità di avere una coincidenza accidentale di un evento di fondo in una finestra di 100 ns è estremamente bassa e vale infatti

$$P = 1 - \exp(-3 s^{-1} \cdot 100ns) \sim 0.3 \text{ ppM}$$

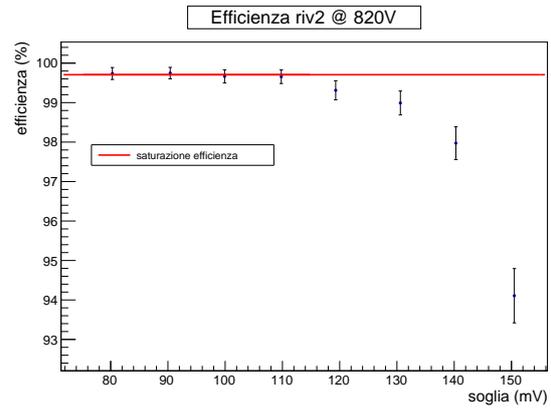
Pertanto l'aumento di efficienza in questa regione non è riconducibile a coincidenze accidentali, bensì alla non totale discriminazione dei muoni dal background; viene quindi scelta 100 mV come soglia ottimale di lavoro.

Si procede in maniera del tutto analoga per il rivelatore 1, dove si conferma una tensione di 900 V e si sceglie come soglia di 45 mV (Figura 2.5).

In Figura 2.6 sono infine riportati i risultati relativi al rivelatore 3: decrementando la tensione a 900 V non si osserva alcun calo apprezzabile di efficienza e la regione di plateau rimane

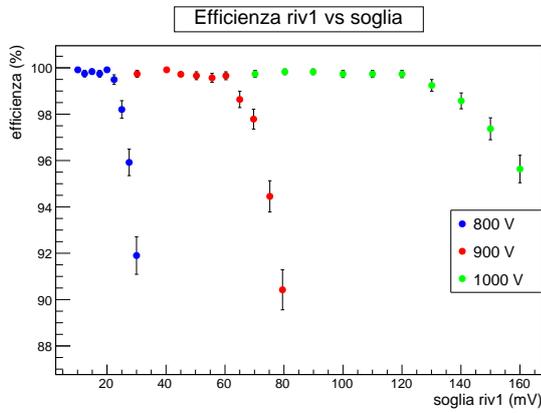


(a) Efficienza del rivelatore 2 al variare della soglia, per diversi valori di tensione

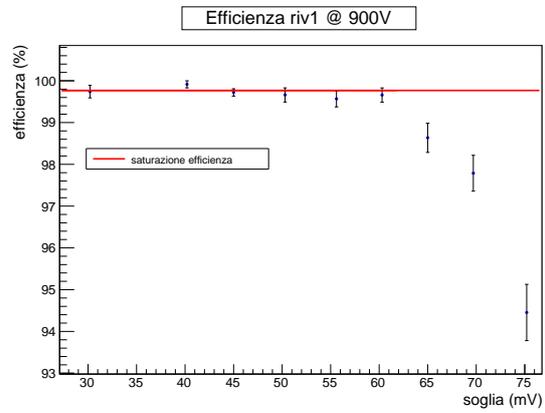


(b) Efficienza del rivelatore 2 al variare della soglia alla tensione di 820 V

Figure 2.4: Efficienza del rivelatore 2 al variare della tensione e della soglia.



(a) Efficienza del rivelatore 1 al variare della soglia per diverse tensioni



(b) Efficienza del rivelatore 1 al variare della soglia per una tensione di 820 V

Figure 2.5: Grafici sull'efficienza per il rivelatore 1

ben distinguibile, ad indicare una sufficiente discriminazione degli eventi. Si sceglie pertanto di lavorare alla tensione di 900 V, a vantaggio della stabilità del sistema; la soglia ottimale è stata individuata nel valore di 37.5 mV.

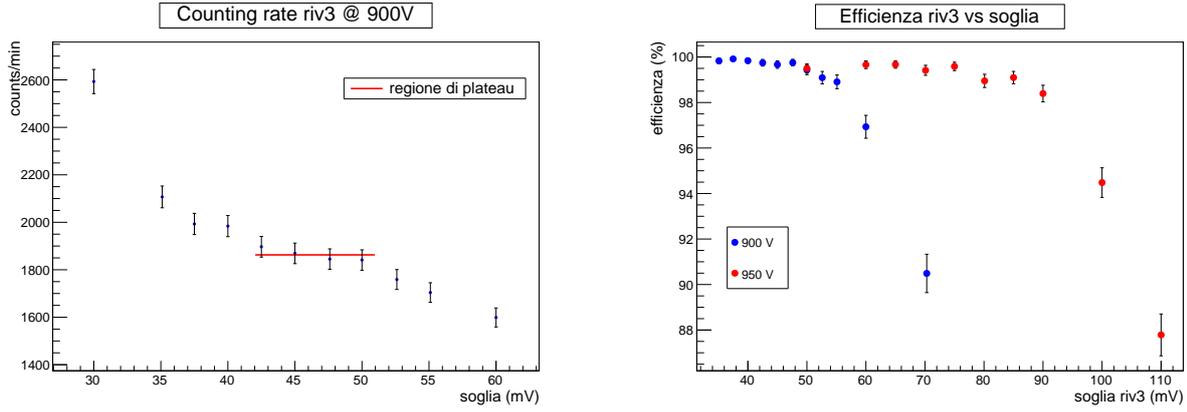
La Tabella 2.1 riassume i punti di lavoro selezionati e le relative efficienze che, come si vede, sono in tutti i casi prossime all'unità. Ci si aspetta pertanto che le inefficienze contribuiscano marginalmente all'esito complessivo delle misure. Le incertezze sui valori dell'efficienza sono stati calcolati supponendo che i dati soddisfino alla distribuzione binomiale: la misura di ϵ equivale all'esecuzione di N_{doppie} prove (valore fisso), in cui N_{triple} sono i successi; ϵ rappresenta quindi la probabilità di successo. Di conseguenza, l'errore sul numero dei conteggi di coincidenza tripla è dato da

$$\sigma_{N_{\text{triple}}} = \sqrt{N_{\text{doppie}} \cdot \epsilon \cdot (1 - \epsilon)} \quad (2.1)$$

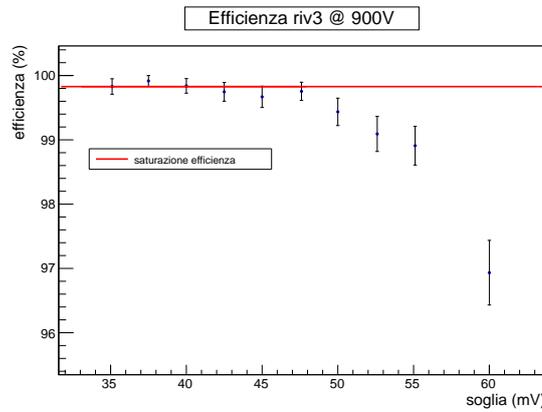
E quindi l'errore sull'efficienza può essere ricavato attraverso la formula

$$\sigma_{\epsilon} = \frac{\sigma_{N_{\text{triple}}}}{N_{\text{doppie}}} = \sqrt{\frac{\epsilon \cdot (1 - \epsilon)}{N_{\text{doppie}}}} \quad (2.2)$$

Di conseguenza, al fine di ottenere una precisione soddisfacente, ogni efficienza è stata misurata fissando i conteggi di doppie a 7 milioni di eventi.



(a) Rate di conteggi al minuto al variare della soglia per il rivelatore 3, alimentato con una tensione di 900 V (b) Efficienza del rivelatore 3 al variare della soglia per diverse tensioni



(c) Efficienza del rivelatore 1 al variare della soglia per una tensione di 820 V

Figure 2.6: Grafici sull'efficienza per il rivelatore 3

Rivelatore	Tensione (V)	Soglia (mV)	Efficienza(%)
1	900	45	99.705 ± 0.002
2	820	100	99.736 ± 0.002
3	900	37.5	99.694 ± 0.003

Table 2.1: Setup definitivo. Vengono riportati i punti di lavoro selezionati per ciascuno dei rivelatori e le relative efficienze.

2.3 Caratterizzazione dell'elettronica

Si procede quindi con la caratterizzazione dei moduli che si intende utilizzare per l'allestimento della catena elettronica per l'acquisizione dei dati: le unità di delay, le unità logiche e di coincidenza.

2.3.1 Unità di delay

Le unità di delay sono moduli passivi in grado di ritardare opportunamente qualsiasi segnale in ingresso, logico o lineare; si vuole testare la linearità del ritardo introdotto. A tal fine, si sdoppia un segnale logico proveniente da un discriminatore arbitrario, tramite un fan-in fan-

out e si ritarda uno dei due rami tramite un modulo di delay. Si misura quindi il ritardo tra i due segnali servendosi di un oscilloscopio e lo si confronta con il ritardo impostato dal delay: il grafico che si ottiene è mostrato in Figura 2.7. La linearità è ben rispettata, anche se si riscontra una variazione dell'ordine dell'1,5% rispetto al valore nominale riportato dal modulo di delay: si ritiene tuttavia che l'effetto sia trascurabile ai fini dell'esperimento. Dal grafico è inoltre possibile valutare il minimo ritardo introdotto dal modulo, che risulta pari a circa 5 ns, in accordo con le specifiche fornite dal costruttore.

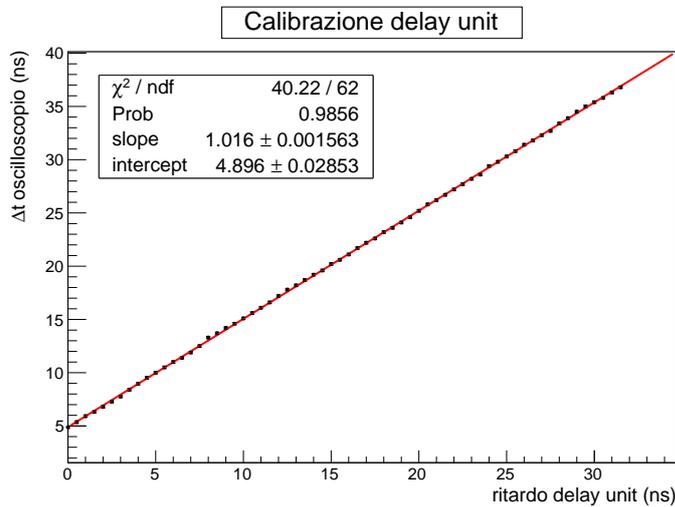


Figure 2.7: Linearità del ritardo introdotto dal delay. Si osserva una lieve deviazione dal valore nominale, trascurabile ai nostri scopi.

2.3.2 Unità logica

L'unità logica è un componente elettronico in grado di eseguire operazioni logiche tra i segnali che riceve in input; se ne vuole testare la risposta. Come nel caso precedente, si sdoppia un segnale logico della durata di 100 ns e si ritarda uno dei due rami. I due segnali così ottenuti vengono mandati in input all'unità logica, che esegue un AND logico tra i due, ovvero restituisce un output nel caso in cui i segnali di input siano temporalmente sovrapposti per almeno 3 ns. Si valuta quindi il rapporto tra il numero di output dell'unità e il numero di input, attraverso uno scaler. Se il comportamento del modulo fosse ideale, ci aspetteremmo un rapporto pari a 1 per $\Delta t < 100$ ns e pari a zero per $\Delta t > 100$ ns, ovvero una funzione a gradino. Nella realtà, il fronte di discesa avrà un'estensione finita e la sua durata quantifica la qualità della risposta dell'elettronica. Il risultato è mostrato in Figura 2.8: come si vede, la transizione avviene attorno ai 98 ns e presenta uno spread di circa 2 ns. La curva è parametrizzata, in maniera del tutto fenomenologica, dalla funzione

$$f(t) = \frac{f_0}{1 + e^{k(t-t_0)}} \quad (2.3)$$

ove f_0 è il valore asintotico per piccoli t , t_0 è il tempo per cui $f(t_0) = \frac{1}{2}f_0$ e k è un parametro costante.

Si analizza ora il caso di maggior interesse, ovvero quello in cui vengono forniti in input all'unità logica segnali provenienti da due rivelatori diversi: ci si aspetta che gli effetti di jitter e walk aumentino apprezzabilmente il tempo di discesa della curva di coincidenza. Si è deciso in questo caso di non vincolare il numero di conteggi e di acquisire piuttosto per un tempo fissato di 1 minuto. Il risultato è mostrato in Figura 2.9: come ci si attende, lo spread temporale

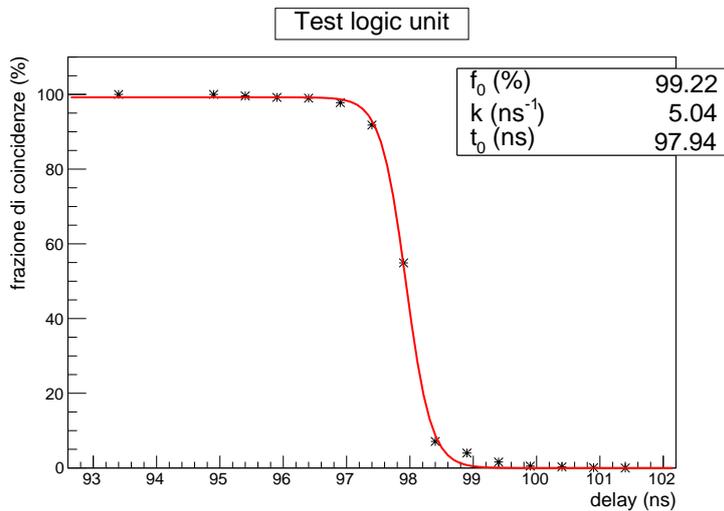


Figure 2.8: Risposta dell'unità logica. Il risultato è consistente con quanto atteso e lo spread risulta dell'ordine di 2 ns, compatibile con i tempi di formazione di un segnale NIM.

è maggiore rispetto al caso precedente (dell'ordine di 10 ns), mentre il punto centrale della transizione rimane pressoché inalterato.

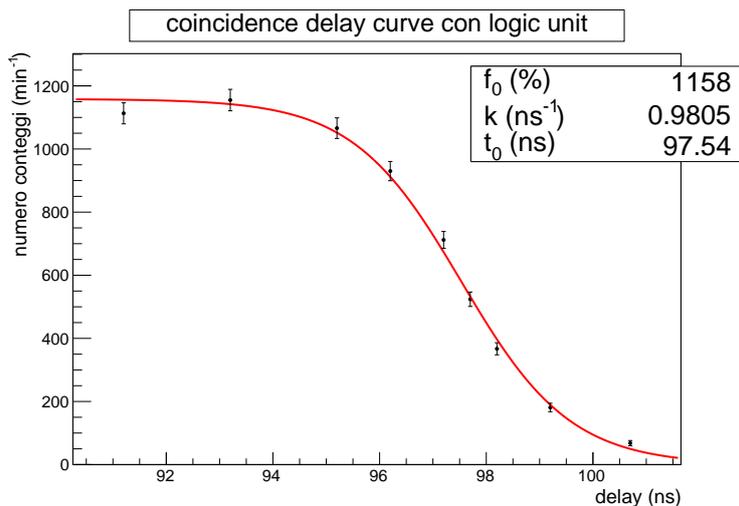


Figure 2.9: Numero di coincidenze tra due rivelatori in funzione del ritardo relativo. La durata della discesa ammonta a circa 10 ns, a causa degli effetti di jitter e walk.

2.3.3 Unità di coincidenza

Si ripete la misura utilizzando l'unità di coincidenza: i risultati, riportati in Figura 2.10, sono del tutto analoghi ai precedenti. Valgono pertanto le stesse considerazioni.

2.4 Trigger di acquisizione dati

L'obiettivo è quello di allestire una catena elettronica che riceva in input le uscite dei discriminatori e restituisca un segnale di trigger ogniqualvolta si abbia un evento compatibile con il decadimento di un muone a stop nello scintillatore centrale. Bisogna innanzitutto individuare una sequenza di eventi che sia compatibile con tale processo e per la quale l'impatto degli eventi

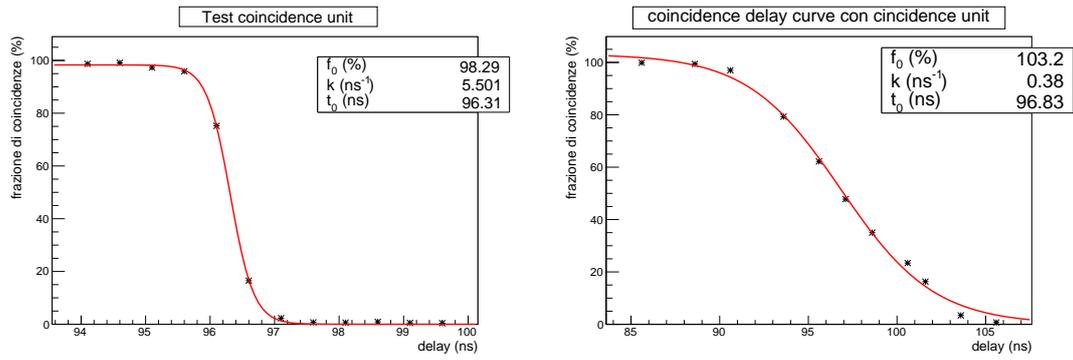


Figure 2.10: Test dell'unità di coincidenza. I risultati sono del tutto analoghi a quelli ottenuti con l'unità logica.

di background sia contenuto.

Considerata la distribuzione angolare dei muoni cosmici, la maggior parte dei muoni a stop nello scintillatore centrale deposita energia anche nel rivelatore 1. Si identifica quindi come segnale di start quello che si ottiene dalla coincidenza tra i rivelatori 1 e 2, in anticoincidenza con il rivelatore 3. Un esempio è mostrato in Figura 2.11(a), dove il muone è a stop nel rivelatore 2. Ad ogni start si apre una finestra temporale della durata di $10 \mu s$, durante la quale si attende un evento di stop, ovvero un decadimento. Essendo la vita media dei muoni pari a circa $2.2 \mu s$, una tale finestra temporale comprende la quasi totalità degli eventi.

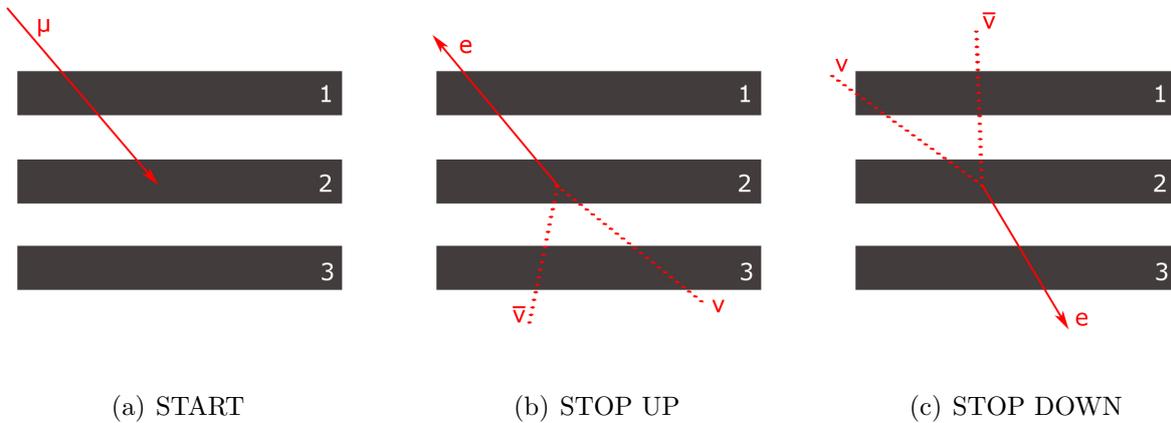


Figure 2.11: Rappresentazione schematica di due possibili eventi di decadimento all'interno dello scintillatore centrale.

Il segnale di stop, come si è detto, deve corrispondere ad un evento compatibile con il decadimento del muone. Si ricerca quindi un segnale isolato dovuto all'elettrone alternativamente nel rivelatore 1 o 3: lo stop sarà quindi dato da un segnale in uno di questi due rivelatori, in anticoincidenza con l'altro. Le Figure 2.11(b) e 2.11(c) mostrano uno stop dovuto al decadimento nel muone, nel caso in cui l'elettrone venga rivelato dal rivelatore 1 o 3 rispettivamente. Se un segnale di stop è in coincidenza ritardata entro $10 \mu s$ con uno start, viene generato un trigger per l'acquisizione. Va però considerato che ogni segnale di start è anche un segnale di stop: occorre pertanto ritardare lo start di una opportuna quantità (come discusso in seguito) in modo da scartare tutte le coincidenze prompt tra start e stop, e acquisire soltanto in presenza di coincidenze ritardate. Una rappresentazione schematica della catena è riportata in Figura 2.12.

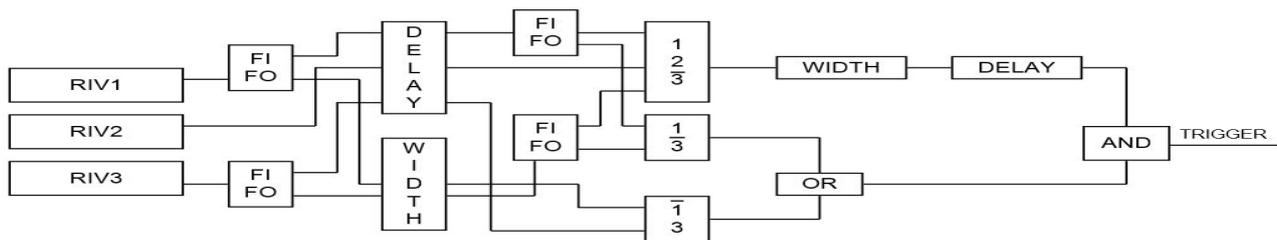


Figure 2.12: Rappresentazione schematica della catena elettronica. In input sono forniti i segnali logici in uscita dai discriminatori; in presenza di un evento compatibile con il decadimento di un muone a stop nel secondo rivelatore, viene generato un output che funge da trigger per l'acquisizione.

Un oscilloscopio acquisisce le uscite dei discriminatori dei rivelatori 1 e 3 ad ogni trigger: i dati vengono trasferiti ad un PC e salvati su memoria non volatile. Il software di analisi processa i dati offline, calcolando il Δt tra i due segnali (ovvero il tempo di decadimento) e discriminando tra decadimenti nel rivelatore 1 e 3. Si registra inoltre per ogni evento il tempo trascorso dall'inizio dell'acquisizione all'istante in cui viene ricevuto il trigger.

2.4.1 Allestimento della catena elettronica: scelta dei parametri

Dal punto di vista pratico occorre quindi definire in modo solido coincidenze e anticoincidenze tra segnali. A tal fine è necessario determinare l'andamento delle curve di coincidenza in funzione del ritardo relativo. Si vogliono in particolare determinare delle regioni di stabilità, ovvero delle regioni in cui l'output del modulo di coincidenza sia insensibile a piccole variazioni delle risposte temporali dei rivelatori. Si vuole inoltre trovare una relazione tra l'estensione della regione di stabilità e la larghezza dei segnali, in modo da ottimizzare quest'ultima per i nostri scopi con i seguenti criteri:

- segnali sufficientemente stretti, compatibilmente con i requisiti dell'elettronica, in modo da sfruttare al meglio le performance temporali
- segnali sufficientemente larghi da non generare ripartenze
- regione di stabilità sufficientemente ampia, sia per le coincidenze che per le anticoincidenze

Servendosi di un counter, di un oscilloscopio e di un dual timer, si è osservato che l'estensione della regione di stabilità per le coincidenze è approssimativamente pari alla somma delle larghezze dei due impulsi, mentre per le anticoincidenze è circa pari alla differenza tra la larghezza del segnale negato (che deve pertanto essere più largo) e quello non negato.

Si osserva inoltre all'oscilloscopio che, affinché la probabilità che si generino ripartenze sia piccola, la durata dei segnali di uscita dei discriminatori deve essere superiore a 30 ns. Si sceglie tuttavia di operare con una larghezza di 50 ns, in modo da garantire un certo margine di sicurezza, come mostrato in Figura 2.13. La curva del rate di coincidenze doppie e triple in funzione del ritardo è mostrata in Figura 2.14. Come si vede, la regione di stabilità ha

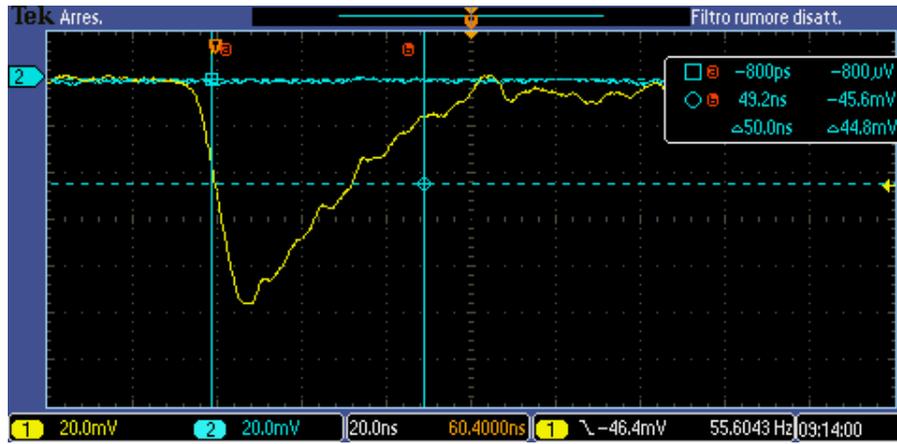


Figure 2.13: Esempio di segnale anodico all'oscilloscopio. La linea blu tratteggiata rappresenta la soglia di trigger, mentre le linee verticali delimitano una finestra di 50 ns a partire dal superamento della soglia.

un'estensione di circa 80 ns, ed è centrata attorno al tempo $t = 0$; si ha pertanto un buon margine di sicurezza e non occorre aggiungere alcun ritardo, com'è ragionevole attendersi. Si nota infine una differenza di circa 6 ns di larghezza tra le due regioni, probabilmente per motivi di risoluzione temporale.

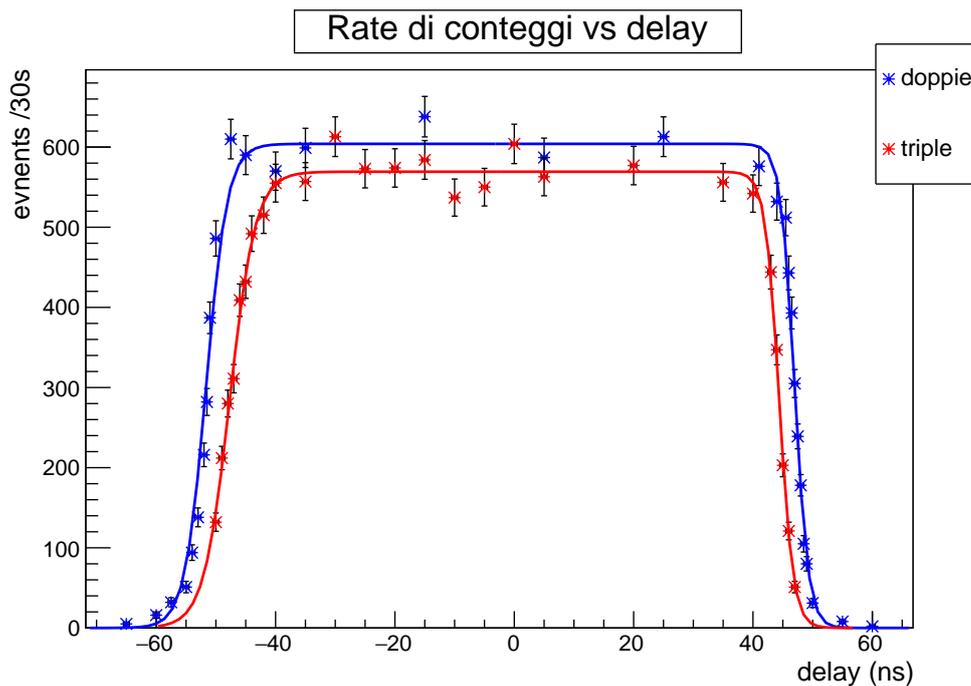


Figure 2.14: Rate di coincidenze doppie e triple in funzione del ritardo. La regione di stabilità è sufficientemente ampia da garantire un buon margine di sicurezza.

Si considera ora la curva di coincidenza tra un segnale negato della larghezza di 150 ns, con un segnale non negato largo 50 ns. Il risultato è mostrato in Figura 2.15: come ci si attende, il numero di coincidenze cala drasticamente quando i due segnali sono sovrapposti; anche in questo caso si ha una valle di stabilità della larghezza di circa 80 ns. Si nota tuttavia che è ora necessario ritardare il segnale non negato di 50 ns affinché la valle sia centrata in $t = 0$: il risultato è ragionevole, in quanto 50 ns è la semidifferenza tra le larghezze dei due segnali.

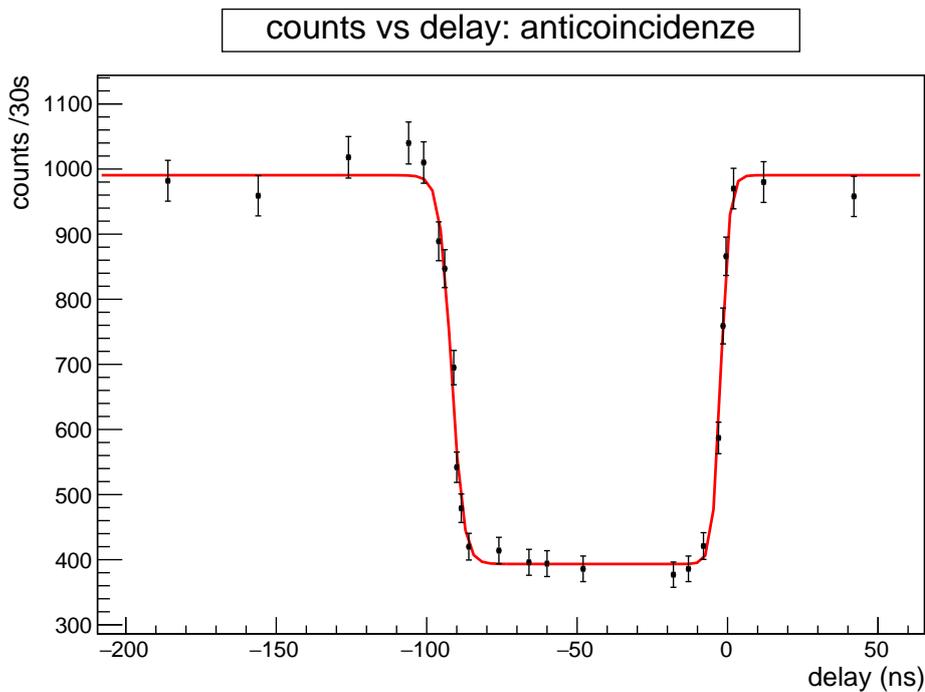


Figure 2.15: Rate di coincidenze tra un segnale negato di 150 ns e un segnale non negato di 50 ns. L'ampiezza della valle di stabilità si conferma prossima agli 80 ns. Occorre in questo caso introdurre un ritardo di 50 ns.

Tenendo conto del fatto che con la strumentazione a disposizione è possibile ritardare passivamente i segnali fino a circa 70 ns, si può ritenere soddisfacente la configurazione illustrata, che sarà pertanto quella definitiva utilizzata nella catena elettronica schematizzata in Figura 2.12.

Occorre infine ritardare opportunamente l'apertura della finestra di start, come discusso precedentemente. Osservando nuovamente la Figura 2.14 risulta chiaro che se si impone un ritardo di 70 ns la probabilità di avere una coincidenza prompt con uno stop è a tutti gli effetti nulla. Si seleziona pertanto tale valore. Si riporta infine una tabella riassuntiva dei parametri selezionati.

larghezza uscite discriminatori	50 ns
larghezza segnali negati	150 ns
ritardo uscite discriminatori	50 ns
larghezza finestra start	10 μ s
ritardo finestra start	70 ns

3. Misure di vita media nei materiali

3.1 Decadimento all'interno dello scintillatore

La catena elettronica genera un segnale di trigger quando viene rivelato un evento compatibile con lo stop di un μ all'interno del rivelatore 2. I μ^- possono subire cattura da parte di un nucleo di carbonio, oppure formare un atomo muonico e decadere in stato legato. Tenendo conto di questi due effetti ci si aspetta $\tau_{\mu^-} = 2.0263 \pm 0.0015 \mu s$. Al contrario, i μ^+ non subiscono cattura né formano stati legati con i nuclei, e pertanto decadono come se fossero nel vuoto. Ci si aspetta quindi $\tau_{\mu^+} = 2.197 \mu s$.

Ad ogni trigger l'oscilloscopio acquisisce i segnali in uscita dai discriminatori dei rivelatori 1 e 3. Le waveforms vengono salvate e analizzate offline: il software di analisi riceve in input stringhe numeriche che corrispondono ai valori di tensione digitalizzati dall'oscilloscopio e calcola l'intervallo di tempo Δt che intercorre tra il segnale di start e quello di stop. Inoltre l'algoritmo è in grado di discriminare tra decadimenti nel rivelatore superiore (up) e inferiore (down). Si riempie poi un istogramma con i valori calcolati, e lo si parametrizza con una funzione esponenziale del tipo

$$\frac{dN}{dt} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + C \quad (3.1)$$

ove τ è un valore che ci si aspetta essere compreso tra τ_{μ^+} e τ_{μ^-} , mentre C parametrizza un eventuale background uniforme. L'origine degli eventi di fondo è legata principalmente alla geometria dell'esperimento, in quanto gli effetti di inefficienza possono essere considerati trascurabili. Un trigger può essere infatti formato dal passaggio di un muone attraverso i rivelatori 1 e 2, e da un evento scorrelato nei rivelatori 1 oppure 3 in coincidenza ritardata entro $10 \mu s$ dal precedente, come schematizzato in Figura 3.1.

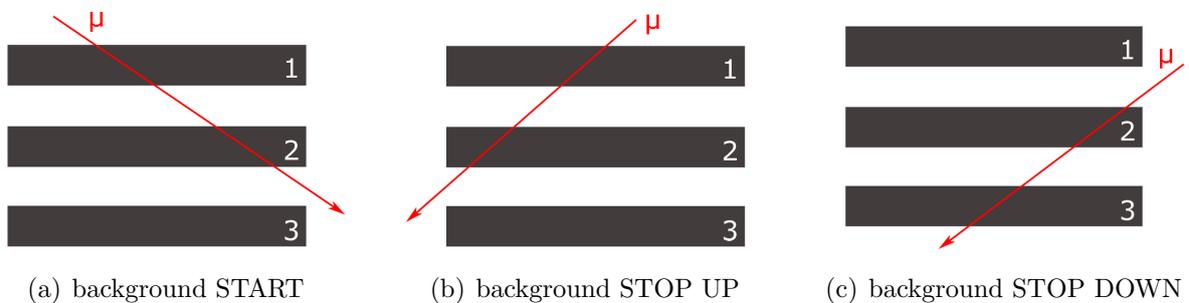


Figure 3.1: Rappresentazione schematica di due possibili eventi di background.

Sia $T = 10 \mu s$ la finestra temporale di coincidenza: la probabilità di avere un segnale di stop scorrelato dallo start entro un tempo T è data da

$$P = (1 - e^{-r_1 T}) + (1 - e^{-r_3 T}) \quad (3.2)$$

ove r_1 e r_3 sono i rate di singola dei rivelatori 1 e 3 rispettivamente. Essendo $r_1 \simeq r_3 \sim 30$ Hz si ha che $r_i \cdot T \ll 1$, e pertanto

$$P \simeq (r_1 + r_3) T \quad (3.3)$$

Di conseguenza, in ciascun bin di larghezza ΔT piccola rispetto a T si ha

$$P_{\text{bin}} \simeq \frac{dP}{dT} \Delta T = (r_1 + r_3) \Delta T = \text{costante} \quad (3.4)$$

Considerando che il rate di start è $r_{\text{start}} \simeq 300 \text{ min}^{-1}$, il rate totale degli eventi di background risulta essere $r_{\text{bkg}} \sim 0.18 \text{ min}^{-1}$, ovvero circa il 6 % del totale degli eventi. Ci si aspetta quindi un fondo contenuto ma misurabile, e con distribuzione uniforme.

Per ricavare un valore atteso di τ_{free} da confrontare con il risultato del fit, si è eseguita una semplice simulazione Montecarlo (MC). Si genera una statistica con numero medio di eventi pari a 50.000 (ordine di grandezza che corrisponde ad un set di misure) e distribuzione di Poisson. Si divide poi la statistica in N^+ eventi di μ^+ (56%) e N^- eventi di μ^- con distribuzione binomiale. Si generano quindi N^+ eventi con tempo di vita media τ_{μ^+} ed N^- con vita media τ_{μ^-} . Tutti gli eventi vengono inseriti nello stesso istogramma, che viene poi fittato con la forma funzionale (3.1). Si ripete la procedura un gran numero di volte e si istogrammano i valori di τ ottenuti, in modo da avere una stima statistica del valore da confrontare con l'esperimento. Tuttavia non si dispone di una stima affidabile della frazione di eventi di μ^+ : si ripete pertanto il Montecarlo variando il parametro di input di una quantità pari al 5% in entrambe le direzioni. Si quota infine la differenza con il valore precedentemente stimato come incertezza sistematica. Si valuta poi allo stesso modo il contributo dell'incertezza su τ_{μ^-} , e si sommano in quadratura le sistematiche (l'effetto di gran lunga prevalente è quello legato alla frazione di μ^+). Si ottiene così:

$$\tau_{\text{free}}^{\text{MC}} = [2.1205 \pm 0.0001 \text{ (stat)} \begin{matrix} +0.0084 \\ -0.0086 \end{matrix} \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

Come si vede, l'errore sistematico prevale rispetto a quello statistico; l'incertezza totale è dell'ordine dello 0.4%, ed è pertanto verosimilmente minore della precisione con cui saremo in grado di misurare τ sperimentalmente.

3.1.1 Risultati sperimentali

In primo luogo è necessario scegliere la larghezza dei bin dell'istogramma e gli estremi dell'intervallo di fit. In Figura 3.2(a) è mostrato il χ^2/ndf in funzione del numero di bin. Come si vede, il valore oscilla in un intervallo compreso tra 1 e 2, e si è scelto un numero di bin tale da avere $\chi^2/\text{ndf} \simeq 1$ e un istogramma ragionevolmente regolare. Con questi criteri è stato selezionato un numero di bin pari a 119, che corrisponde ad una larghezza di 84 ns.

La dipendenza della stima di τ_{free} dal binning è mostrata in Figura 3.2(b): il fatto che tutte le stime siano ampiamente compatibili giustifica l'arbitrarietà della scelta del binning.

È inoltre importante verificare la stabilità dell'algoritmo al variare degli estremi dell'intervallo di fit: si esegue inizialmente il fit in una regione centrale ($[2.2 ; 6.9] \mu\text{s}$) e si estende di volta in volta l'intervallo di una quantità pari a $0.1 \mu\text{s}$ in entrambe le direzioni. Come è possibile constatare dalla Figura 3.3(a), il χ^2/ndf non dipende apprezzabilmente dalla larghezza dell'intervallo. Al contrario, il grafico in Figura 3.3(b) mostra una certa dipendenza di τ_{free} da tale parametro, che però svanisce all'allontanarsi degli estremi. Si sceglie pertanto di utilizzare tutta la statistica a disposizione, ovvero di eseguire il fit nell'intervallo $[0.2 ; 8.9] \mu\text{s}$.

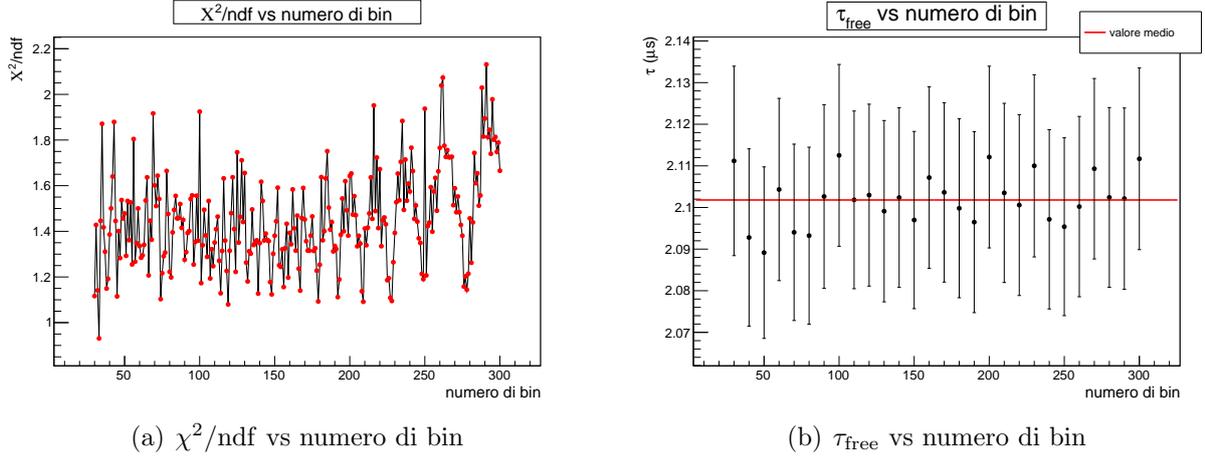


Figure 3.2: Scelta del binning. Il χ^2/ndf del fit oscilla in un intervallo compreso approssimativamente tra 1 e 2, mentre la stima di τ_{free} non presenta alcuna dipendenza dalla scelta del binning, compatibilmente con l'errore statistico.

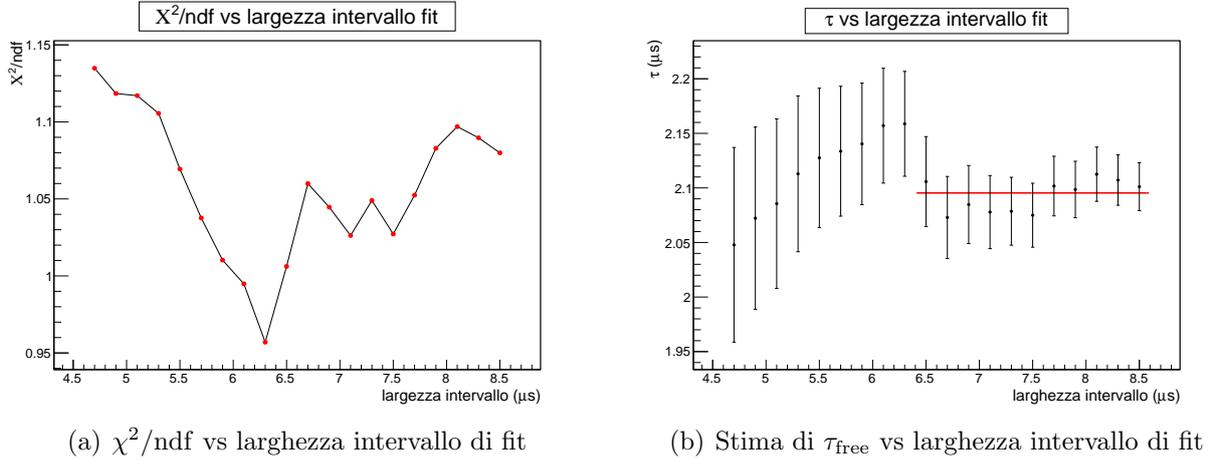


Figure 3.3: Scelta dell'intervallo di fit. Il χ^2/ndf rimane sufficientemente stabile attorno ad 1, mentre τ_{free} presenta una certa dipendenza dagli estremi, per piccole larghezze dell'intervallo. Tale dipendenza scompare all'allontanarsi degli estremi.

Il risultato così ottenuto è riportato in Figura 3.4. La miglior stima di τ_{free} è in ottimo accordo con il valore calcolato con il Montecarlo, e risulta essere

$$\tau_{\text{free}} = [2.10 \pm 0.02 \text{ (stat)}] \mu\text{s} \quad \text{e.r.} = 0.96 \%$$

3.1.2 Test algoritmo di fit

L'algoritmo di analisi utilizzato esegue fit con il metodo della binned maximum likelihood, servendosi della routine MINOS di MINUIT. Per testare l'affidabilità dell'algoritmo è stata condotta una semplice simulazione Montecarlo: si genera un gran numero di pseudo-esperimenti identici, ovvero spettri temporali con distribuzione (3.1), ove τ e C sono parametri di input. Il numero di eventi per ciascun esperimento è generato secondo una distribuzione di Poisson con valor medio pari a 50.000. Si fittano quindi gli istogrammi con lo stesso algoritmo utilizzato per l'analisi, e per ciascuno pseudo-esperimento si stimano i valori centrali e gli errori dei parametri

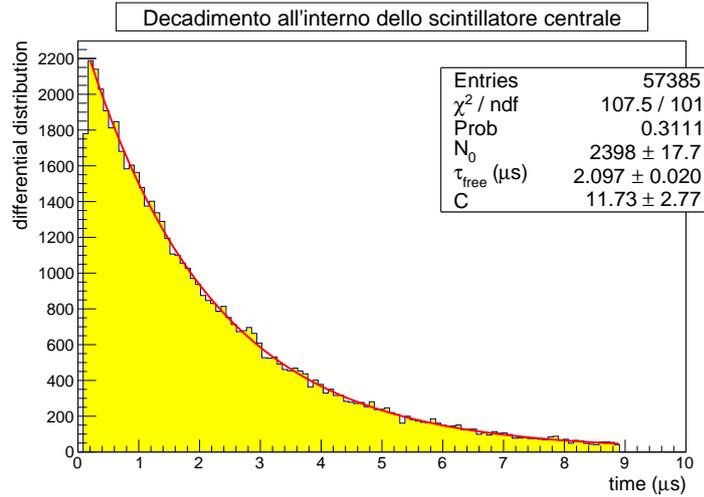


Figure 3.4: Spettro temporale dei tempi di decadimento all'interno dello scintillatore centrale. Il parametro τ_{free} è compreso tra la vita media del μ libero e quella in stato legato con il carbonio. Il valore misurato è in ottimo accordo con il Montecarlo.

di fit; si istogrammano infine i risultati ottenuti e se ne verifica la consistenza secondo i seguenti criteri:

- si controlla che le distribuzioni siano gaussiane
- si confronta il valore centrale dei parametri con l'input del Montecarlo

	MC input	output	incertezza output	discrepanza (sd)
τ	2.1	2.0999	0.0002	0.4
N_0	2000.93	2001.1	0.2	1.3
bkg	0	0.004	0.024	0.2

Table 3.1: Confronto tra i parametri di input del Montecarlo e l'output dell'algoritmo di analisi: l'accordo è da ritenersi soddisfacente.

I risultati ottenuti sono riportati in Tabella 3.1, da cui si può apprezzare un buon accordo tra l'output dell'algoritmo e i parametri di input al Montecarlo. Di non minore importanza è l'affidabilità della stima delle incertezze: si confronta quindi il valore centrale delle incertezze calcolate da MINUIT con la deviazione standard della distribuzione dei parametri. I risultati sono riportati in Tabella 3.2, e possono essere considerati soddisfacenti.

	errore	incertezza errore	sigma	incertezza sigma	discrepanza (sd)
τ	$2.1301 \cdot 10^{-2}$	$0.0004 \cdot 10^{-2}$	$2.13 \cdot 10^{-2}$	$0.01 \cdot 10^{-2}$	0.05
N_0	16.026	0.001	16.2	0.1	1.6
bkg	2.3383	0.0004	2.38	0.01	2.6

Table 3.2: Test dell'affidabilità nella stima delle incertezze statistiche sui parametri di fit. L'accordo tra l'output dell'algoritmo di fit e la distribuzione statistica dei parametri è soddisfacente.

Può inoltre essere utile verificare l'affidabilità dell'algoritmo per differenti valori di τ : questo permette anche di testare la linearità tra i parametri di input e output e di avere così indicazioni

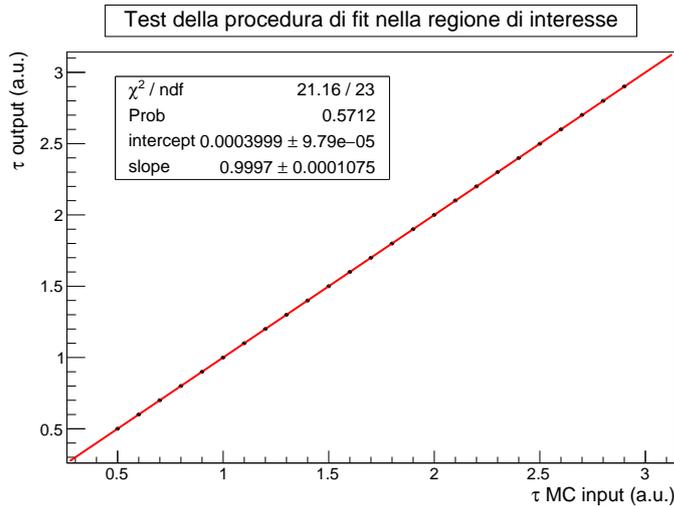


Figure 3.5: Test della procedura di fit: confronto tra il valore di τ in input al Montecarlo e l'output dell'algoritmo. Si nota una deviazione dall'ipotesi di perfetta uguaglianza, che però risulta irrilevante ai nostri scopi.

di carattere globale circa la presenza di eventuali bias. Si ripete pertanto la procedura descritta sopra per differenti valori di input. Il grafico in Figura 3.5 mostra l'andamento dei risultati ottenuti: nonostante la pendenza e l'intercetta differiscano in maniera statisticamente significativa dall'ipotesi di perfetta uguaglianza tra input e output, la correzione che si andrebbe ad apportare ai valori di τ_{free} misurati sarebbe del tutto trascurabile rispetto all'incertezza sperimentale. È quindi possibile concludere che l'analisi non è affetta da bias significativi, e la stima delle incertezze è da ritenersi affidabile.

3.1.3 Ulteriori verifiche: ricerca di sistematiche

Decadimenti up e down

L'elettrone prodotto dal decadimento dei μ può essere rivelato dallo scintillatore superiore (up) oppure quello inferiore (down). Il programma di analisi è in grado di distinguere tra queste eventualità, ed è pertanto possibile verificare che non vi siano sorgenti di incertezze sistematiche legate alla differente risposta dei rivelatori o alla geometria. La frazione di eventi up misurata risulta essere (assumendo che la distribuzione sia binomiale)

$$f_{\text{up}} = [48.6 \pm 0.2] \%$$

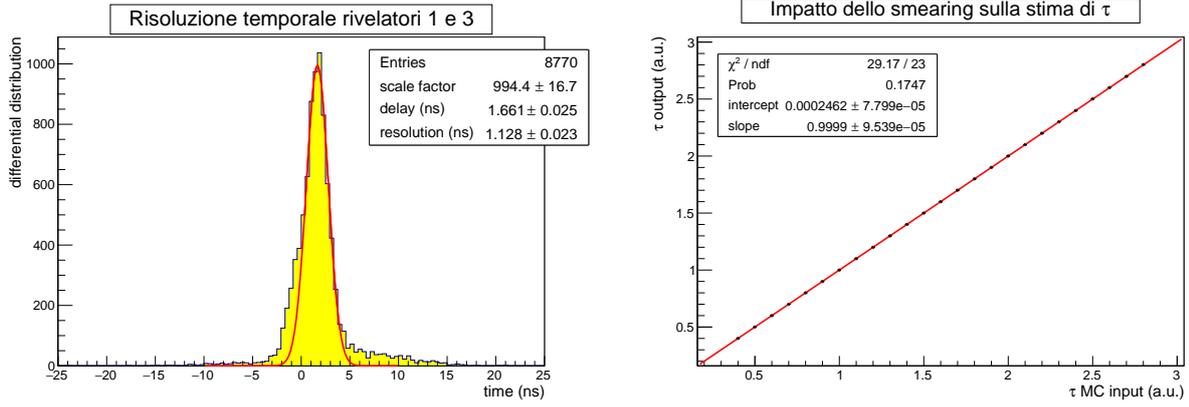
Stimando τ_{free} utilizzando gli eventi up e down separatamente si ottiene

$$\tau_{\text{free}}^{\text{up}} = [2.08 \pm 0.03 \text{ (stat)}] \mu\text{s} \quad \tau_{\text{free}}^{\text{down}} = [2.11 \pm 0.03 \text{ (stat)}] \mu\text{s}$$

I valori sono ampiamente compatibili entro l'incertezza sperimentale; si può pertanto concludere che, anche qualora vi fosse un errore sistematico associato alla differente risposta dei rivelatori o alla geometria dell'esperimento, l'impatto sulla misura è trascurabile rispetto all'incertezza statistica.

Possibili effetti distorsivi dello spettro: la risoluzione temporale

Una possibile sorgente di distorsione dello spettro temporale è la risoluzione temporale dei rivelatori. In particolare, il software di analisi calcola differenze temporali tra segnali provenienti



(a) Risoluzione temporale congiunta dei rivelatori 1 e 3 (b) Impatto dello smearing sulla stima di τ_{free}

Figure 3.6: Impatto della risposta temporale sulla misura. La risoluzione congiunta tra i rivelatori 1 e 3 è molto piccola rispetto alle grandezze di interesse, così come l'offset rilevato. L'impatto sulla misura è pertanto trascurabile a tutti gli effetti.

dagli scintillatori 1 e 3. Con il sistema di acquisizione utilizzato è possibile valutare la risposta congiunta dei due: si acquisiscono i segnali dei rivelatori in coincidenza prompt e si misura lo spettro temporale del ritardo relativo (Δt). Il risultato è riportato in Figura 3.6(a): si nota innanzitutto uno sfasamento temporale medio dell'ordine di 1.7 ns, non compatibile con il tempo di transito dei muoni da uno scintillatore all'altro. L'effetto potrebbe essere dovuto alle differenti soglie e tensioni scelte per i due rivelatori. Si vuole valutare quale impatto possa avere sulle misure; sia

$$\frac{dN}{dt}(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.5)$$

la pdf dei tempi di decadimento. Sia poi $t_1^m = t + \delta t_1$ il tempo misurato dal rivelatore 1 e $t_3^m = t + \delta t_3$ quello misurato dal rivelatore 3, ove si è supposto che δt_1 e δt_3 siano piccoli scostamenti dal valore vero. Sia poi $\delta t_0 = \delta t_1 - \delta t_3$ la differenza tra i due: si può affermare che l'istogramma in Figura 3.6(a), rappresenti la pdf di δt_0 , che indichiamo con $f(\delta t_0)$. Chiamiamo inoltre $f(\delta t_1)$ la pdf della variabile δt_1 . Lo spettro misurato sarà quindi (rinominando $t_i \equiv \delta t_i$ per alleggerire la notazione)

$$\frac{dN_m}{dt_m}(t_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt_0 dt_1 f(t_0) f(t_1) \left[\alpha \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t_m - t_1}{\tau}} + (1 - \alpha) \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t_m - t_3}{\tau}} \right] \quad (3.6)$$

ove α è la frazione di eventi up. L'espressione può essere riscritta come

$$\frac{dN_m}{dt_m}(t_m) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t_m}{\tau}} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 f(t_1) e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right] \left[\alpha + (1 - \alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} dt_0 f(t_0) e^{-\frac{t_0}{\tau}} \right] \quad (3.7)$$

Tenendo conto del fatto che $t_i \ll \tau$ e della normalizzazione delle pdf, si ha che

$$\frac{dN_m}{dt_m}(t_m) \simeq \frac{dN}{dt_m}(t_m) \quad (3.8)$$

ovvero la distribuzione temporale misurata approssima con ottima precisione la pdf dei tempi di decadimento.

Per verificare in maniera diretta quanto affermato, si procede nuovamente con una simulazione Montecarlo. Ad ogni evento generato si sovrappone uno smearing pari alla risoluzione

temporale, e ai decadimenti down viene aggiunto anche un offset, secondo i valori riportati in Figura 3.6(a). Il risultato è mostrato in Figura 3.6(b), ed è in ottimo accordo con quanto affermato.

Perdite di eventi dovute a tempo morto

Il tempo impiegato dal sistema di acquisizione per la lettura e il salvataggio dei dati risulta essere piuttosto lungo. Questo potrebbe causare importanti perdite dovute a tempo morto, con possibile deformazione dello spettro. Scopo di questa sezione è quantificare questo effetto e valutarne l'impatto.

Il rate misurato, ovvero il rapporto tra il numero di eventi acquisiti dal PC e il tempo totale di misura, risulta essere

$$R_{\text{mis}} = [2.849 \pm 0.012] \text{ min}^{-1}$$

Nell'ipotesi in cui la statistica degli eventi soddisfi ad una distribuzione di Poisson, la distribuzione degli intervalli temporali tra un evento e il successivo è della forma

$$I(t) = r e^{-rt} \quad (3.9)$$

ove r è il rate degli eventi. Attraverso questa relazione è quindi possibile valutare quale sia il rate effettivo di trigger. La distribuzione degli intervalli temporali è mostrata in Figura 3.7(a), ed è in ottimo accordo con l'ipotesi di distribuzione Poissoniana. Come ci si aspetta, il rate che si estrae dal fit risulta essere

$$R_{\text{true}} = [3.112 \pm 0.015] \text{ min}^{-1}$$

ovvero sostanzialmente maggiore quello misurato. Si vuole quindi a quantificare il pile-up e controllare che i risultati siano consistenti.

Il minimo intervallo di tempo tra due eventi che è stato osservato è pari a $t_{\text{min}} = 1.7$ s: si può ragionevolmente supporre che t_{min} corrisponda al tempo necessario per la lettura e il salvataggio dei dati (l'ordine di grandezza è consistente con quanto si osserva in laboratorio). Se si suppone che il PC si comporti come un sistema non paralizzabile, ci si aspetta che il rate di acquisizione valga

$$R_{\text{expected}} = R_{\text{true}} \cdot e^{-R_{\text{true}} \cdot t_{\text{min}}} \quad (3.10)$$

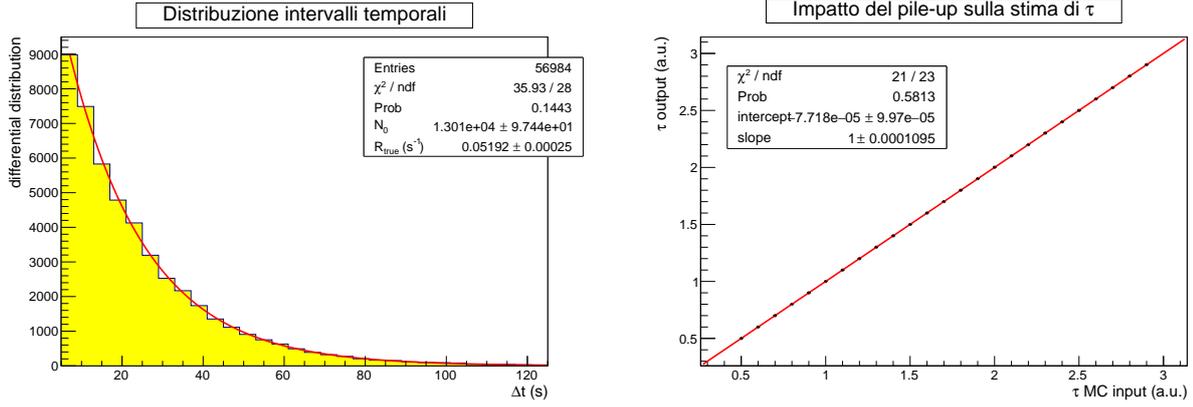
Inserendo i valori misurati si trova

$$R_{\text{expected}} = [2.849 \pm 0.013] \text{ min}^{-1}$$

in eccezionale accordo con il valore misurato. Alla luce dei risultati ottenuti, si può concludere che il pile-up è responsabile della perdita dell' 8.4 % degli eventi di decadimento ed è quindi un contributo non trascurabile. Si vuole ora valutare l'impatto di questo effetto sulla forma dello spettro.

Innanzitutto, è ragionevole supporre che il contributo sia trascurabile: detto infatti T_{DAQ} il tempo necessario al PC per l'acquisizione e il salvataggio dei dati, gli eventi di decadimento che potrebbero essere influenzati sono quelli che avvengono in un intervallo $[T_{DAQ} - 10 \mu\text{s} ; T_{DAQ}]$ ovvero circa 0.1 ppm del numero totale di trigger. Si controlla tuttavia quanto affermato con una simulazione Montecarlo: il risultato è mostrato in Figura 3.7(b) e conferma appieno quanto affermato.

Concludendo, non è stata trovata alcuna sorgente rilevante di incertezza sistematica nella stima di τ_{free} , in quanto gli effetti strumentali sono ordini di grandezza più piccoli rispetto alle quantità di interesse.



(a) Distribuzione degli intervalli di tempo tra due eventi (b) Impatto delle perdite di pile-up sulla misura

Figure 3.7: Impatto delle perdite dovute a tempo morto nella misura. Le perdite ammontano circa all'8.4% degli eventi, ma non apportano alcuna distorsione significativa allo spettro.

3.2 Decadimento in stato legato con alluminio

Per studiare il decadimento dei μ^- in stato legato vengono interposte delle lamine di alluminio dello spessore di 3 cm tra lo scintillatore centrale e quello inferiore. Una frazione degli eventi che forma il trigger è quindi dovuta al decadimento all'interno dello scintillatore centrale (come nel caso precedente) e la restante parte a decadimenti in alluminio. In maniera del tutto analoga al caso precedente, i μ^+ non formano stati legati e decadono come se fossero nel vuoto, mentre i μ^- possono formare uno stato legato oppure subire cattura da parte dei nuclei dei materiali assorbitori. Ci si aspetta pertanto che lo spettro dei tempi di decadimento sia la sovrapposizione di due distribuzioni esponenziali con tempo di vita media pari a τ_{free} e τ_{Al} rispettivamente, ed eventualmente un background uniforme, come già discusso. Il valore atteso per τ_{Al} è pari a $[864 \pm 1] \mu\text{s}$.

Per poter ricavare una stima di τ_{Al} si parametrizza lo spettro temporale con la funzione

$$\frac{dN}{dt} = N_{\text{free}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{free}}}} + N_{\text{Al}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{Al}}}} + C \quad (3.11)$$

ove N_{Al} parametrizza il peso degli eventi di decadimento in stato legato con alluminio, mentre N_{free} il peso dei restanti eventi. Per controllare che l'aumento del numero di parametri sia giustificato, si è inizialmente fittato l'istogramma con la relazione (3.1): il P-value che si ottiene dal fit è pari a $2.7 \cdot 10^{-4}$, il che giustifica l'utilizzo di una parametrizzazione differente dello spettro.

Ciononostante, l'aumento del numero di parametri comporta irrimediabilmente un aumento dell'incertezza statistica associata a ciascuno di essi. Pertanto, non essendo interessati ad una nuova stima di τ_{free} , si sceglie di vincolare il parametro nel fit. Occorre però scegliere quale valore utilizzare come miglior stima di τ_{free} : nel grafico in Figura 3.8, è mostrato l'andamento del valore stimato di τ_{Al} al variare del τ_{free} dato in input al fit. Come è facile notare, la stima del parametro di interesse è molto sensibile al valore di input τ_{free} , che deve pertanto essere scelto con cura.

Tuttavia è ragionevole supporre che il valore di τ_{free} che rientra nella (3.11) sia differente da quello precedentemente stimato con il Montecarlo o misurato sperimentalmente. Infatti ci si aspetta in questo caso un maggior contributo dovuto ai muoni positivi, riconducibile ai μ^+ a stop nell'alluminio. Occorre pertanto procedere con una nuova stima MC.

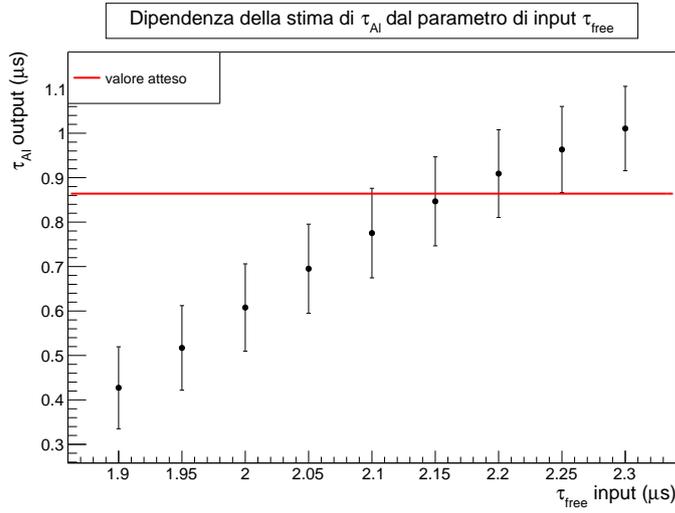


Figure 3.8: Stima di τ_{Al} vs τ_{free} in input al fit. La stima del parametro di interesse si dimostra sensibile alla scelta dell'input, che va pertanto scelto con cura.

Innanzitutto, è necessario ricavare una nuova stima della frazione di μ^+ (che chiamiamo f^+) che contribuiscono a τ_{free} . Si cerca quindi di estrarre questa informazione dai dati tentando di stimare in modo approssimato il rapporto tra N_{free} e N_{Al} e di sfruttare questa informazione per stimare τ_{free} . Sappiamo per certo che

$$2.026 \mu s < \tau_{free} < 2.197 \mu s$$

Si fitta quindi l'istogramma con la (3.11) fissando τ_{free} a ciascuno dei due estremi. Si estraggono dal fit due differenti stime di N_{free}/N_{Al} : si ottiene in un caso $N_{free}/N_{Al} = 0.3$, mentre nell'altro $N_{free}/N_{Al} = 0.5$. Si fa quindi l'approssimazione $N_{free}/N_{Al} \simeq 0.4 \pm 0.1$, da cui si ottiene $f^+ \simeq 0.64 \pm 0.05$. Procedendo come nella precedente sezione, si ricava

$$\tau_{free}^{MC} = [2.1343 \pm 0.0001 \text{ (stat)} \begin{matrix} +0.0087 \\ -0.0084 \end{matrix} \text{ (syst)}] \mu s$$

Come si vede, l'entità della sistematica rimane dello stesso ordine di grandezza: si può quindi ritenere sufficientemente valida l'approssimazione effettuata. Si procede quindi con la scelta del binning e degli estremi di integrazione, seguendo la stessa procedura utilizzata in precedenza; i risultati che si ottengono sono del tutto analoghi e sono pertanto omessi.

Per tener conto dell'incertezza associata alla stima di τ_{free} , si ripete il fit variando tale parametro di una deviazione standard verso l'alto e verso il basso: si quantifica infine la variazione di τ_{Al} come entità dell'incertezza sistematica. L'istogramma è mostrato in Figura 3.9 e il risultato è in eccezionale accordo con il valore atteso

$$\tau_{Al} = [0.83 \begin{matrix} +0.11 \\ -0.09 \end{matrix} \text{ (stat)} \pm 0.01 \text{ (syst)}] \mu s$$

Si può notare che in questa circostanza l'errore statistico è asimmetrico, indice del fatto che la statistica accumulata è insufficiente per potersi considerare nel limite di validità dell'approssimazione di errore parabolico. Si osserva infine che il contributo dominante all'incertezza totale è di natura statistica.

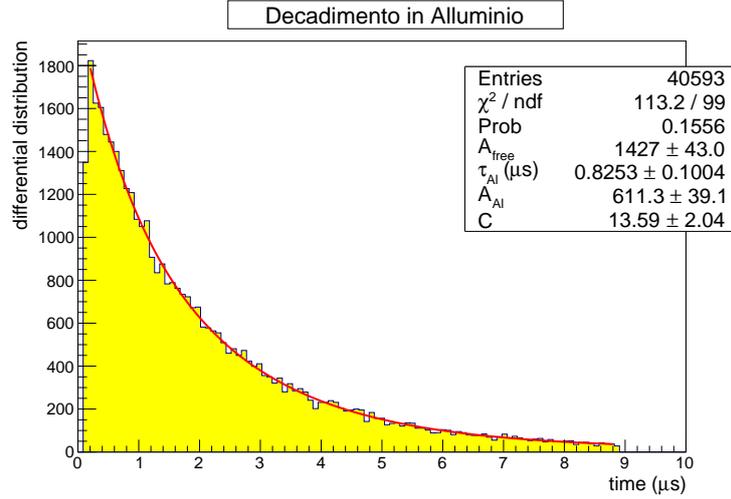


Figure 3.9: Decadimento di muoni negativi in stato legato con alluminio. La stima di τ_{Al} è in ottimo accordo con il valore atteso.

3.2.1 Ulteriori verifiche

Come nel caso precedente, si verifica che i tempi di vita media stimati con i soli decadimenti up e down separatamente siano compatibili. Si ottengono i seguenti risultati:

$$\tau_{\text{Al}}^{\text{up}} = [0.83 \quad {}^{+0.23}_{-0.17} \text{ (stat)} \quad {}^{+0.02}_{-0.01} \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

$$\tau_{\text{Al}}^{\text{down}} = [0.80 \quad {}^{+0.12}_{-0.11} \text{ (stat)} \pm 0.01 \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

Le due stime sono ampiamente compatibili; si nota inoltre che l'incertezza statistica su $\tau_{\text{Al}}^{\text{up}}$ è sostanzialmente maggiore rispetto a quella su $\tau_{\text{Al}}^{\text{down}}$, il che significa che il numero di eventi di decadimento in stato legato registrati nel rivelatore down è maggiore rispetto al rivelatore up. Questo effetto è principalmente dovuto al fatto che l'angolo solido sotteso dal rivelatore down rispetto alla lamina di alluminio è maggiore di quello sotteso dal rivelatore up.

3.3 Decadimento in NaCl

Si studia ora il decadimento dei μ^- in stato legato con NaCl, interponendo uno strato di sale da cucina tra i rivelatori 2 e 3. Come discusso nel Capitolo 1, detta P_{Na} la probabilità che il muone decada in stato legato con il sodio e $P_{\text{Cl}} = 1 - P_{\text{Na}}$ la probabilità che decada in stato legato con il cloro, la larghezza totale di decadimento risulta essere

$$\Gamma_{\text{tot}} = P_{\text{Na}} \cdot \Gamma_{\text{Na}} + P_{\text{Cl}} \cdot \Gamma_{\text{Cl}} \quad (3.12)$$

Inserendo i valori attesi per P_{Na} , Γ_{Na} e Γ_{Cl} , ci si aspetta che il tempo di vita media sia pari a

$$\tau_{\text{NaCl th}} = \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}} = [0.718 \pm 0.011] \mu\text{s}$$

Come nel caso precedente, si parametrizza l'andamento dell'istogramma con la funzione

$$\frac{dN}{dt} = N_{\text{free}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{free}}}} + N_{\text{NaCl}} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{NaCl}}}} + C \quad (3.13)$$

ove il primo termine è l'analogo di quello che compare nella (3.11), il secondo è relativo al decadimento in stato legato con NaCl e l'ultimo è un termine uniforme che parametrizza il background,

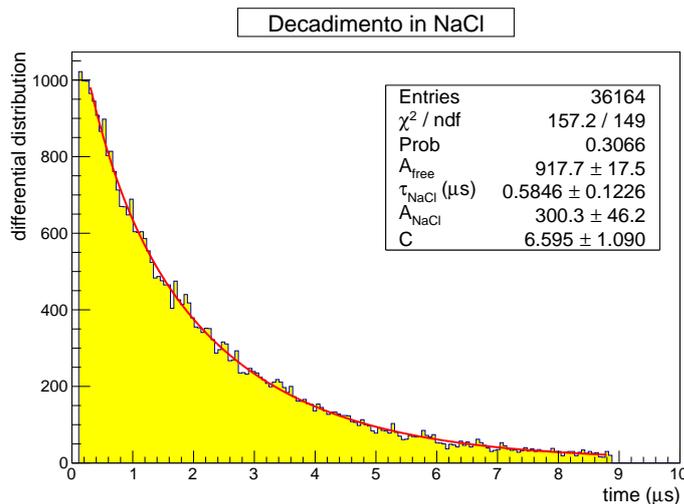


Figure 3.10: Spettro temporale dei tempi di decadimento in stato legato con NaCl. Il risultato è in accordo con il valore atteso.

come discusso. Essendo la densità del sale (lievemente) minore di quella dell'alluminio, ci si aspetta che la frazione di decadimenti in stato legato sia differente rispetto al caso precedente. Occorre pertanto stimare nuovamente τ_{free} con il Montecarlo. Procedendo esattamente come in precedenza, si ottiene

$$\tau_{\text{free}}^{\text{MC}} = [2.1324 \pm 0.0001 \text{ (stat)} \pm 0.0087 \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

Si procede con la scelta del binning e degli estremi di fit, e si segue la medesima procedura di analisi adottata per la precedente misura. I risultati sono del tutto analoghi, e vengono pertanto omessi. Si riporta soltanto il fatto che si è scelta come larghezza ottimale di un bin 55.9 ns, e come intervallo di fit $[0.3 ; 8.8] \mu\text{s}$. Il risultato finale è mostrato in Figura 3.10. Il valore di τ_{NaCl} che si estrae dal fit è in accordo con il valore atteso:

$$\tau_{\text{NaCl}} = [0.58 \text{ }^{+0.14}_{-0.12} \text{ (stat)} \pm 0.02 \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

3.3.1 Ulteriori verifiche

Come in precedenza, si confrontano i valori di τ_{NaCl} stimati utilizzando soltanto i decadimenti up e down separatamente. Anche in questo caso i risultati sono compatibili.

$$\tau_{\text{NaCl}}^{\text{up}} = [0.49 \text{ }^{+0.27}_{-0.18} \text{ (stat)} \pm 0.03 \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

$$\tau_{\text{NaCl}}^{\text{down}} = [0.61 \text{ }^{+0.26}_{-0.16} \text{ (stat)} \pm 0.02 \text{ (syst)}] \mu\text{s}$$

4. Asimmetria nel decadimento

4.1 Asimmetria in campo magnetico

Scopo di questa sezione è la misura della polarizzazione media dei muoni cosmici attraverso il meccanismo della violazione di parità nei decadimenti deboli: all'interno di un campo magnetico lo spin di una particella precece attorno alle linee di campo con frequenza

$$\omega = g \frac{eB}{2m} \quad (4.1)$$

ove g è il fattore giromagnetico della particella, che per un fermione di Dirac è in prima approssimazione pari a 2. Come discusso nel Capitolo 1 ci si aspetta che, se il rivelatore centrale è immerso in un campo magnetico uniforme B con linee di campo parallele al piano degli scintillatori, l'andamento dell'asimmetria nel decadimento in funzione del tempo sia

$$A(t) = \frac{N_u(t) - N_d(t)}{N_u(t) + N_d(t)} = A_0 + \frac{\xi}{6} \cos \omega t \quad (4.2)$$

ove A_0 è un termine costante che tiene conto di eventuali offset, ξ è la polarizzazione media dei muoni atmosferici e ω è la frequenza di precessione (4.1).

4.1.1 Apparato sperimentale

Affinché la violazione di parità sia osservabile occorre far sì che lo spin del muone a stop nel rivelatore centrale preceda prima del decadimento. Si utilizza a tale scopo un campo magnetico solenoidale, confinato spazialmente su un solo rivelatore e quanto più possibile uniforme sulla superficie efficace dello scintillatore. Si colloca pertanto il rivelatore centrale all'interno di un apposito solenoide e si dispongono i rivelatori come mostrato in Figura 4.3.

Il solenoide è costituito da una struttura metallica, di dimensioni 34x80x8.5 cm, attorno alla quale è avvolto un cavo di rame, le cui estremità vengono collegate ad un generatore di corrente. Il campo magnetico risultante è proporzionale all'intensità di corrente erogata dal generatore. Nella approssimazione di solenoide infinito, ci si aspetta che il campo magnetico interno risulti pari a

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \quad (4.3)$$

dove μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto, N è il numero totale di spire, L la lunghezza del solenoide e I l'intensità di corrente erogata dal generatore. Nella realtà, ci si attende che tale approssimazione sia valida nella regione centrale del solenoide.

Per ragioni pratiche il rivelatore centrale è ruotato di 90° rispetto ai restanti due: tuttavia questa configurazione riduce sensibilmente la superficie efficace (Figura 4.3).

4.1.2 Scelta del campo magnetico

Occorre innanzitutto scegliere un valore opportuno per l'intensità campo magnetico, compatibilmente con la statistica a disposizione. Come discusso, ci si aspetta che l'asimmetria segua un andamento sinusoidale nel tempo. Per poter stimare la frequenza di oscillazione, occorre campionare la funzione ad una frequenza pari almeno al doppio di quella di oscillazione, in virtù del teorema di Nyquist-Shannon. Tuttavia sarà necessario scegliere un binning ragionevolmente ampio da includere sufficiente statistica in modo che l'errore su $A(t)$ sia piccolo rispetto all'ampiezza dell'oscillazione, almeno per piccoli t : ci aspettiamo infatti che l'incertezza su $A(t)$ sia sensibilmente più piccola per tempi brevi, dove la statistica è più abbondante. Tuttavia il binning ha l'effetto di mediare la funzione sull'intervallo temporale corrispondente al bin: può pertanto essere vantaggioso sovracampionare la sinusoidale, in modo da non distorcerne apprezzabilmente la forma. Essendo poi la frequenza di campionamento limitata dalla statistica a disposizione, siamo forzati a scegliere una frequenza di precessione sufficientemente alta da consentire il sovracampionamento della curva. Supponiamo ad esempio di suddividere l'intervallo $[0.3 ; 8.8] \mu\text{s}$ in 12 bin uguali: la frequenza di campionamento sarà pari all'inverso della larghezza di ciascun bin, ovvero $f_{\text{sampling}} = 1,4 \text{ MHz}$ che corrisponde a $\omega_{\text{sampling}} = 8.9 \text{ Mrad/s}$.

Inoltre, se si calcola poi l'errore statistico su $A(t)$ si ottiene

$$\sigma_A(t) = 2 \sqrt{\frac{(A+1)^3}{8N(t)}} \leq \sqrt{\frac{1}{2N(t)}} \quad (4.4)$$

ove $N(t)$ è il numero totale di eventi nel bin al tempo t . Supponendo di raccogliere una statistica di 20.000 eventi, si può stimare che l'errore dopo una oscillazione completa valga

$$\sigma_A(T + 0.3 \mu\text{s}) \sim 0.02 < \xi/6$$

che è pertanto sufficiente agli scopi dell'esperimento. Si anticipa che in totale sono stati accumulati 27.000 eventi nella regione di interesse.

Supponiamo inoltre di voler disporre di almeno due oscillazioni complete nella regione di interesse, in modo da osservare due massimi e due minimi. Detta T la larghezza dell'intervallo di campionamento, la frequenza necessaria a tale scopo vale

$$\omega = \frac{2\pi}{T/2} \simeq 1.5 \text{ Mrad/s}$$

Per garantire un certo margine di errore, si è optato per una frequenza di 2 MHz, che corrisponde ad un campo magnetico poco al di sopra dei 23 G; un campo di così bassa intensità ha anche il vantaggio di produrre effetti di bordo contenuti, riducendo così il rischio di comportamenti anomali dei fotomoltiplicatori.

4.1.3 Caratterizzazione del campo magnetico

Si verifica innanzitutto che il campo magnetico nella regione centrale del solenoide scali linearmente con la corrente erogata dal generatore secondo la relazione (4.3). A tal fine si utilizzano due sonde di Hall, una longitudinale e l'altra trasversale: si orienta la prima parallelamente all'asse del solenoide, mentre la seconda ortogonalmente. Si nota innanzitutto che la sonda trasversale è fortemente sensibile all'orientazione rispetto alle linee di campo, mentre quella longitudinale risulta sufficientemente stabile a piccole variazioni nel posizionamento che hanno inevitabilmente luogo durante lo spostamento della sonda all'interno del solenoide: si è pertanto scelto di utilizzare quest'ultima per la caratterizzazione del campo magnetico. Si riscontra

inoltre che l'errore strumentale legato alla sonda risulta maggiore della sua sensibilità, e può essere quantificato come un'incertezza uniforme nell'intervallo di ± 0.1 G attorno al valore centrale. Si assume inoltre che l'errore sull'intensità di corrente sia trascurabile.

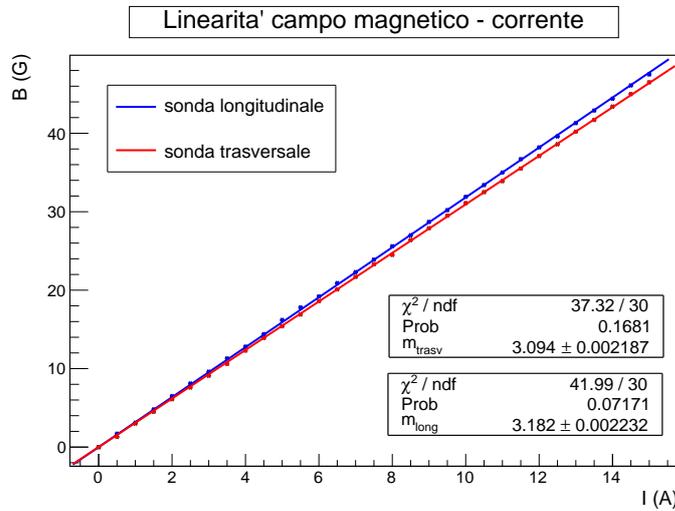


Figure 4.1: Campo magnetico vs intensità di corrente: la linea blu si riferisce alla sonda di Hall longitudinale, la linea rossa alla sonda trasversale. La discrepanza è riconducibile alla notevole sensibilità di quest'ultima all'orientazione rispetto alle linee di campo.

Il grafico in Figura 4.1 mostra l'andamento del campo magnetico in funzione dell'intensità di corrente: si nota che entrambe le sonde presentano una buona linearità e che l'intensità misurata dalla la sonda trasversale risulta sottostimata, probabilmente a causa della non perfetta orientazione, come discusso.

Si regola quindi l'intensità di corrente al valore di 7.5 A, che corrisponde ad un campo poco al di sopra dei 23 G, come desiderato. Si procede poi alla verifica dell'uniformità del campo magnetico interno e alla valutazione degli effetti di bordo. Si campiono il campo interno ($0 < y < 80$ cm) ed esterno su un reticolo bidimensionale con passo di 5x5 cm; l'asse x è parallelo al lato minore del solenoide, mentre l'asse y a quello maggiore. Il risultato è mostrato in Figura 4.2: si riscontra un'ottima uniformità lungo la direzione x (che è la più importante, in quanto ricopre necessariamente la superficie del rivelatore), e una sufficiente uniformità lungo y nella regione centrale, nonostante in alcune zone si riscontrino delle lievi cadute del campo magnetico, probabilmente dovute a difetti della struttura del solenoide. Si osserva inoltre che il campo decresce rapidamente nella regione esterna, e già a distanze dell'ordine della decina di centimetri può essere considerato trascurabile.

Si è infine individuata come regione di maggiore uniformità del campo quella delimitata dall'intervallo $20 \text{ cm} < y < 60 \text{ cm}$. Il valore medio del campo nella regione di interesse risulta essere

$$B = 23.2 \pm 0.3 \text{ G}$$

avendo scelto come errore la deviazione standard del set di misure; ci si aspetta pertanto una frequenza di precessione pari a

$$\omega = 1.97 \pm 0.03 \text{ Mrad/s}$$

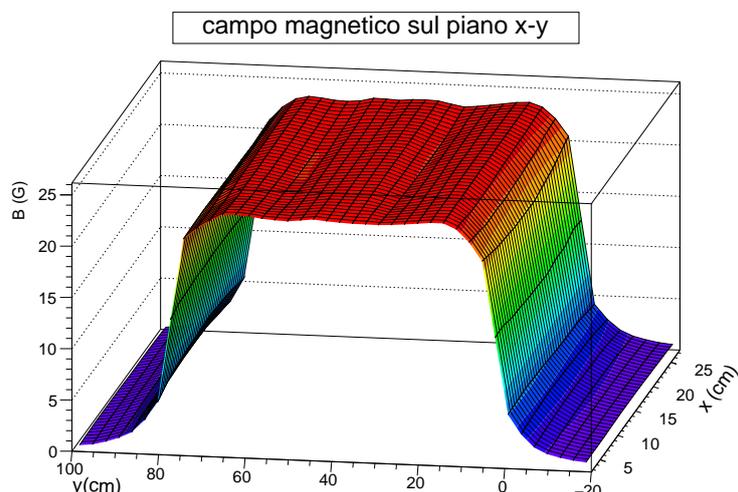


Figure 4.2: Andamento del campo magnetico nel piano x-y. Si nota una buona uniformità lungo la direzione x e qualche lieve caduta lungo la direzione y. Si può considerare il campo magnetico uniforme su una superficie di $30 \times 40 \text{ cm}^2$. Gli effetti di bordo sono molto contenuti, e già a distanza di qualche centimetro dall'estremità del solenoide il campo può essere considerato trascurabile.

Si procede quindi posizionando il rivelatore in modo che la superficie efficace per la formazione del trigger sia collocata al centro della regione di massima uniformità del campo. Si sceglie pertanto di utilizzare la regione compresa tra 25 cm e 55 cm, in modo da disporre di un margine di sicurezza pari a 5 cm da entrambe le parti. Si posiziona poi il fotomoltiplicatore ad una distanza di 15 cm dal bordo del solenoide, dove l'intensità del campo è inferiore ai 2 G. La configurazione finale dell'apparato sperimentale è mostrata in Figura 4.3.



Figure 4.3: Foto dell'apparato sperimentale per la misura di asimmetria. La superficie efficace per la formazione del trigger è immersa nella regione di massima uniformità del campo magnetico, pur essendo notevolmente ridotta a causa della disposizione geometrica.

4.1.4 Risposta del rivelatore in presenza di campo magnetico

Per verificare che il campo magnetico in prossimità del fotomoltiplicatore non alteri la risposta del rivelatore centrale (ovvero quello più esposto al campo) si sono misurati i rate di singola

e l'efficienza in assenza (B_{off}) e in presenza (B_{on}) di campo magnetico. Il contributo predominante all'efficienza, in questa configurazione, è di natura geometrica: tuttavia tale contributo è identico in presenza e in assenza di campo magnetico; pertanto la misura fornisce informazioni su eventuali variazioni dell'efficienza intrinseca del rivelatore.

I risultati sono mostrati in Tabella 4.1: si riscontra una lieve variazione del rate di singola, mentre l'efficienza rimane del tutto inalterata, nei limiti delle nostre incertezze. Si può pertanto supporre che la variazione nel rate di singola sia dovuto a fattori esterni; ci si attende quindi di non riscontrare effetti anomali nel funzionamento dei fotomoltiplicatori.

	rate (min^{-1})	efficienza (%)
B_{off}	1952 ± 3	42.72 ± 0.05
B_{on}	1930 ± 3	42.77 ± 0.05

Table 4.1: Rate di singola ed efficienza in assenza e in presenza di campo magnetico. L'efficienza rimane inalterata e la variazione del rate di singola può essere riconducibile ad altri effetti. Il contributo principale all'efficienza in questa misura è di natura geometrica.

4.2 Misure di asimmetria

Come si è detto, la scelta della larghezza dei bin deve tener conto di due esigenze: quella di campionare la sinusoide con una frequenza sufficientemente alta e quella di disporre di sufficiente statistica in ciascun bin (almeno per tempi bassi). Occorre quindi individuare un valore ottimale: ci si serve nuovamente di una simulazione Montecarlo.

Tendendo conto del fatto che $N_u(t) = P_u(t)N(t)$ e $N_d(t) = P_d(t)N(t)$, ed essendo $P_u(t) + P_d(t) = 1$, possiamo scrivere

$$A(t) = 2P_u(t) - 1 \quad (4.5)$$

Sostituendo ad $A(t)$ la sua espressione (4.2) si ottiene

$$P_u(t) = \frac{1}{2} \left(A_0 + 1 + \frac{\xi}{6} \cos \omega t \right) \quad (4.6)$$

Si generano quindi eventi con distribuzione esponenziale e vita media pari a τ_{free} e si suddividono tra up e down con distribuzione binomiale servendosi della (4.6). Si analizzano poi i dati al variare del binning (in un intervallo ragionevole) e si studia la dipendenza del χ^2/ndf dalla frequenza di campionamento in ipotesi di segnale (oscillazione) e in ipotesi di solo fondo (retta orizzontale). Si sceglie infine il binning per cui la differenza tra il χ^2/ndf in ipotesi di segnale e di fondo è massima. La statistica generata corrisponde ad un campione di 27.000 eventi, come nel set di misure sperimentali: si riscontra che l'ipotesi di fondo è altamente inconsistente per qualsiasi scelta del binning, mentre una larghezza di $7 \mu\text{s}$ restituisce il risultato più significativo per il segnale. Un esempio di output della simulazione è mostrato in Figura 4.4, dove i parametri di input valgono $A_0 = -0.2$, $\xi/6 = 0.05$ e $\omega = 2 \text{ Mrad/s}$, in ragionevole accordo con le stime del fit.

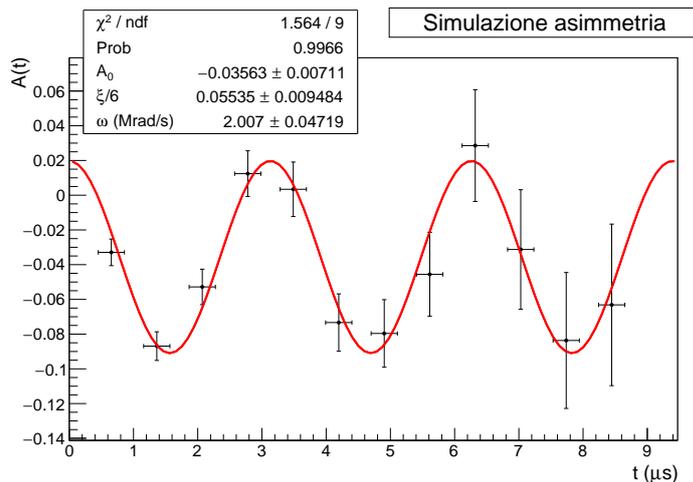


Figure 4.4: Risultato atteso per la misura di asimmetria. I dati, opportunamente generati con un Montecarlo, vengono utilizzati per ottimizzare l'algoritmo.

4.2.1 Asimmetria in assenza di campo magnetico

Prima di procedere con l'analisi dei dati raccolti, si vuole controllare che, in assenza di campo magnetico, ogni fluttuazione nella dipendenza temporale dell'asimmetria possa essere considerata di natura statistica. Si procede in due modi indipendenti

- utilizzando i dati relativi al decadimento del muone nello scintillatore
- eseguendo una misura nella nuova configurazione sperimentale (Figura 4.3) in assenza di campo magnetico

Si analizzano in primo luogo i dati di cui si è già in possesso, utilizzando l'algoritmo ottimizzato per l'analisi finale in modo da disporre di un confronto chiaro tra i risultati. Il grafico ottenuto è mostrato in Figura 4.5 e conferma l'ipotesi che ogni fluttuazione sia di natura statistica.

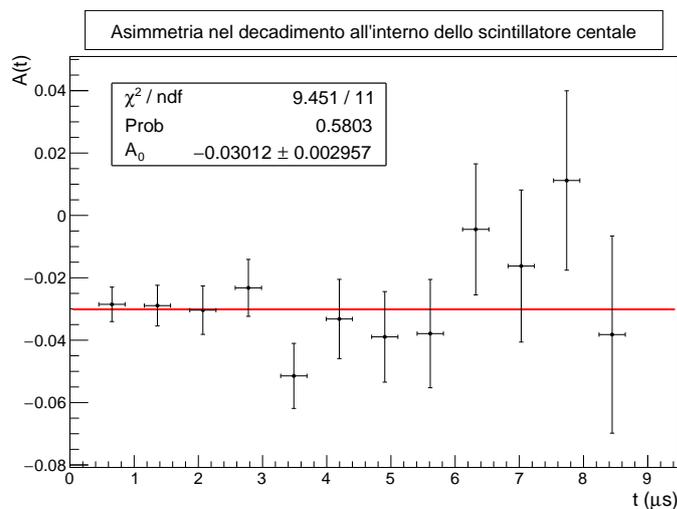


Figure 4.5: Misura dell'asimmetria nel decadimento del muone all'interno dello scintillatore centrale. I dati sono in buon accordo con l'ipotesi di solo fondo.

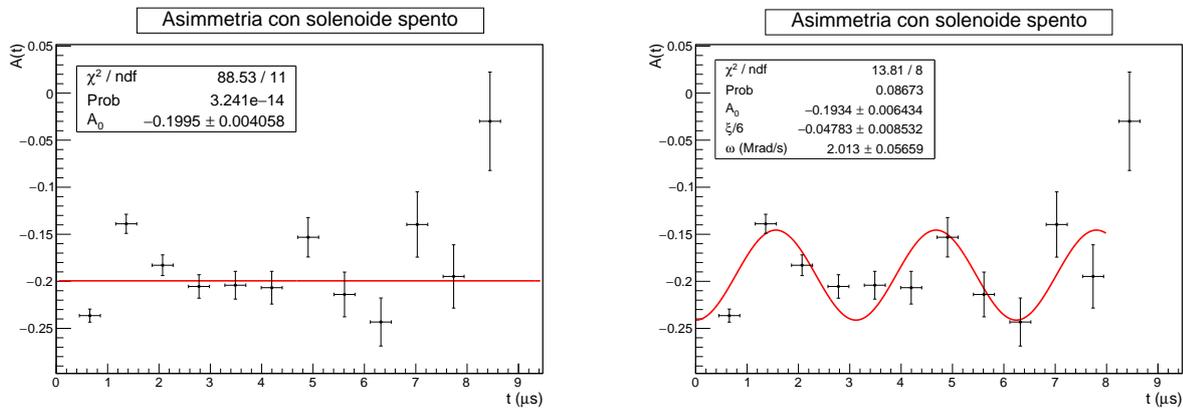
Inserendo ora il secondo scintillatore all'interno del solenoide non alimentato, ci si aspetterebbe un risultato del tutto analogo. Al contrario, l'entità delle fluttuazioni misurate rende poco verosimile l'ipotesi che esse siano soltanto di natura statistica, come è chiaro dalla Figura 4.6(a). È inoltre peculiare il fatto che i dati risultino in accordo con l'ipotesi di segnale, come mostrato in Figura 4.6(b). Si potrebbe ricondurre questo effetto ad un accidente, non fosse che la frequenza di precessione stimata risulta pari a

$$\omega = [2.01 \pm 0.06] \text{ Mrad/s}$$

in eccezionale accordo con il valore che ci si attenderebbe in presenza di un campo magnetico di 23 G. Allo stesso modo, l'ampiezza dell'oscillazione risulta

$$\xi/6 = -0.048 \pm 0.009$$

ed è quindi consistente con il valore atteso di circa 0.58, a meno del segno. Tuttavia, il segno negativo dell'ampiezza può essere equivalentemente assorbito nell'argomento della sinusoidale, aggiungendo un termine di fase pari a π .



(a) Ipotesi di solo fondo in assenza di campo magnetico (b) Ipotesi di segnale in assenza di campo magnetico

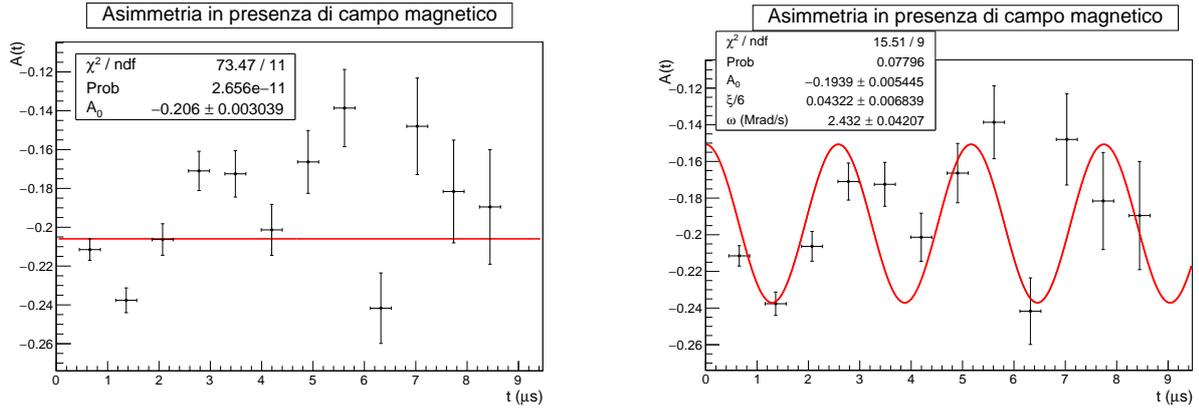
Figure 4.6: Misura dell'asimmetria in assenza di campo magnetico. L'ipotesi di solo fondo risulta molto improbabile, mentre l'ipotesi di segnale è spiegabile con un effetto di magnetizzazione residua del metallo all'interno del solenoide.

La presenza di un segnale è in linea di principio spiegabile con un effetto di magnetizzazione residua della struttura metallica del solenoide; non si trova tuttavia una giustificazione dello sfasamento osservato. È presumibile che una misura di vuoto così poco comprensibile complicherà l'analisi e l'interpretazione del risultato finale.

4.2.2 Asimmetria in presenza di campo magnetico

Come mostrato dal grafico in Figura 4.7(a), anche in questo caso l'ipotesi di solo fondo è da rigettare, come è da attendersi. Se invece si esegue il fit in ipotesi di segnale (Figura 4.7(b)) si ottiene un risultato consistente ma altamente incompatibile con le attese, in quanto la frequenza di oscillazione è circa il 20% maggiore di quella attesa.

Si decide pertanto di procedere con la sottrazione punto a punto dei valori ottenuti in assenza di campo magnetico, trattando quindi la precedente come una misura del background, e assumendo che il suo contributo sia rimasto invariato all'accensione del campo. I risultati che si ottengono sono mostrati in Figura 4.8 e, nonostante una non trascurabile fluttuazione



(a) Ipotesi di solo fondo in presenza di campo mag- (b) Ipotesi di segnale in presenza di campo magnetico
netico

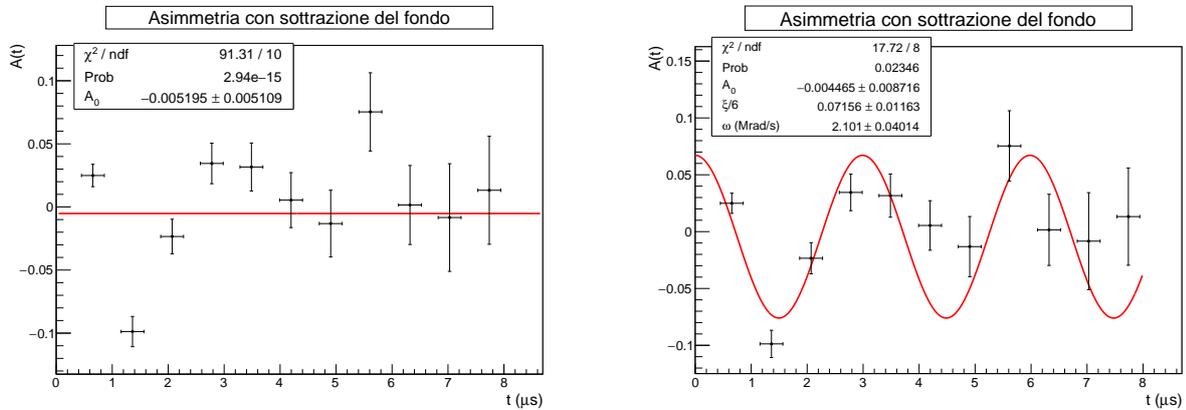
Figure 4.7: Asimmetria in presenza di campo magnetico. L'ipotesi di segnale risulta accettabile, ma il risultato non è in accordo con quanto atteso.

del χ^2 verso l'alto, l'accordo con l'ipotesi di segnale è discreto. Inoltre, i valori di frequenza e polarizzazione estratti dal fit sono in soddisfacente accordo con le attese.

$$\omega = [2.10 \pm 0.04] \text{ Mrad/s}$$

$$\xi = 0.43 \pm 0.07$$

Possiamo quindi supporre che, anche qualora la magnetizzazione della struttura metallica sia variata all'accensione del campo magnetico, l'impatto sulla misura sia trascurabile.



(a) Ipotesi di solo fondo dopo sottrazione background (b) Ipotesi di segnale dopo sottrazione background

Figure 4.8: Asimmetria in campo magnetico con sottrazione del fondo. I risultati del fit in ipotesi di segnale sono compatibili con i valori attesi; si riscontra tuttavia una fluttuazione del χ^2 verso l'alto.

Conclusioni

Pur nella consapevolezza che la procedura di analisi adottata non sia rigorosa, e pur non essendo in grado di fornire una spiegazione convincente di alcuni effetti osservati in assenza di campo magnetico, possiamo ritenere soddisfacenti i risultati che si ottengono trattando la misura di vuoto come background. Possiamo pertanto concludere di aver osservato il meccanismo della violazione di parità nel decadimento del muone e di aver misurato la polarizzazione media dei muoni cosmici sfruttando la precessione dello spin all'interno del campo magnetico.

A. Rivelatori e moduli utilizzati

Rivelatori

Rivelatore 1	PI-565
Rivelatore 2	PI-567
Rivelatore 3	PI-566

Moduli

Modulo	Modello	Osservazioni
Generatore di tensione	CAEN N470	Canali 0 e 3 assenti
Generatore di tensione	ORTEC 556	Display non funzionante
Discriminatore integrale	CAEN N417	
Dual Timer x2	CAEN N93B	
Counter e scaler	CAEN N1145	
Fan-in fan-out	LeCroy 430	
Fan-in fan-out	CAEN N454	
Logic Unit	Phillips Scientific 755	Canali 1 e 3 parzialmente funzionanti utilizzabili solo come fan-out
Logic Unit	CAEN N405	Il canale 3 funzionante solo se la width dell'output è minore di 20 ns
Coincidence Unit	LeCroy 622C	
Dual Delay x2	CAEN N108	Introducono lievi distorsioni dei segnali logici
Delay	INFN N9053	L'output è instabile o assente per alcuni valori di ritardo
DC Power Supply	Instek SPS1230	

Bibliography

- [1] Glenn F Knoll. *Radiation detection and measurement; 4th ed.* Wiley, New York, NY, 2010.
- [2] L.B. Okun. *Leptons and quarks.* North-Holland personal library. North-Holland, 1984.
- [3] K.A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin.Phys.*, C38:090001, 2014.
- [4] T. Suzuki, D. F. Measday, and J. P. Roalsvig. Total nuclear capture rates for negative muons. *Phys. Rev. C*, 35:2212–2224, Jun 1987.