

Relatività

Emanuele Re

15/09/2025

Sul primo foglio, in modo chiaro, riportare **nome, cognome, numero di matricola e firma**. Su eventuali fogli successivi riportare almeno il **nome e cognome**.

Tempo a disposizione: 2.5 ore.

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini saranno considerati solo parzialmente.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia.

Problema 1

In un sistema inerziale S un oggetto a riposo a $t = 0$ si muove monodimensionalmente con accelerazione “classica” costante, ovvero $x(t) = at^2/2$. Determinare il tempo proprio necessario all’oggetto per raggiungere la velocità v_0 nel sistema S (risultato in funzione di a e v_0) e l’accelerazione propria α dell’oggetto come funzione del tempo t (e di a). L’accelerazione propria è definita come $\alpha = \sqrt{a_\mu a^\mu}$, con a^μ la quadriaccelerazione relativistica.

Problema 2

1. Dimostrare (eseguendo i calcoli) che gli invarianti relativistici $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ e $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ sono nulli per un’onda elettromagnetica piana descritta dal potenziale $A^\mu(x) = \epsilon^\mu e^{ik \cdot x}$ (dove ϵ è il 4-vettore polarizzazione e NON dipende né da x^μ né da k^μ , e ovviamente anche k non dipende da x).

Per ottenere il risultato potete usare che

$$-k^2 A^\nu + k^\nu (k \cdot A) = 0 \quad (1)$$

2. Commentare dando un’interpretazione fisica del risultato ottenuto.
3. Sapreste motivare l’equazione (1), a partire dalle eq. di Maxwell in assenza di sorgenti?

Problema 3

In un particolare decadimento in tre corpi di uguale massa m , nel sistema del centro di massa, i tre corpi si allontanano l’uno dall’altro con uguale energia E , formando angoli di $2\pi/3$ tra le loro direzioni di volo. Qual è l’angolo che formano tra loro le direzioni di volo di due qualunque dei tre corpi, nel sistema di riferimento di quiete del terzo?

