

Relatività

Emanuele Re

23/01/2025

Sul primo foglio, in modo chiaro, riportare **nome, cognome, numero di matricola e firma**. Su eventuali fogli successivi riportare almeno il **nome e cognome**.

Tempo a disposizione: 2.5 ore.

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini saranno considerati solo parzialmente.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia.

Problema 1

La particella Σ^0 ha velocità $c/3$ ed è diretta verso un rivelatore di fotoni (il rivelatore è quindi a riposo nel lab frame). Σ^0 decade in una particella Λ e in un fotone che è diretto esattamente nella stessa direzione di Σ^0 , e dunque raggiunge il detector. Sia $M = m_{\Sigma}$ e $m = m_{\Lambda}$.

- a) Con considerazioni generali, determinare se M è maggiore o minore di m .
- b) Energia di Σ^0 (in funzione di M e m).
- c) Energia del fotone nel rest frame della particella Σ^0 (in funzione di M e m).
- d) Energia del fotone rilevata dal detector (in funzione di M e m).

Problema 2

Sia data la Lagrangiana seguente per un campo scalare ϕ e un campo complesso ψ

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_{\mu} \phi \partial^{\mu} \phi + \partial_{\mu} \psi^{*} \partial^{\mu} \psi - m^2 \psi^{*} \psi - \alpha \phi^2 \psi^{*} \psi - \beta (\psi^{*} \psi)^2$$

con α, β, m parametri reali.

- a) Si scrivano le equazioni del moto per i campi ϕ e ψ . (NB: si noti che le equazioni del moto per ψ e ψ^{*} non sono indipendenti)
- b) Si verifichi che la corrente

$$J^{\mu} = i(\psi \partial^{\mu} \psi^{*} - \psi^{*} \partial^{\mu} \psi)$$

è conservata.

c) Si sostituisca nella Lagrangiana il termine cinetico del campo ψ come segue:

$$\partial_\mu \psi^* \partial^\mu \psi \rightarrow (D_\mu \psi)^* (D^\mu \psi)$$

dove $D_\mu = \partial_\mu - iA_\mu(x)$, e $A_\mu(x)$ e' un campo vettoriale (reale). Si verifichi che la nuova Lagrangiana e' invariante sotto le seguenti trasformazioni:

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow e^{i\theta(x)} \psi(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x)\end{aligned}$$

dove $\theta(x)$ e' una funzione arbitraria della coordinata spaziotemporale x .

Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale sono presenti una particella di carica q e massa m , un campo elettrico $\vec{E}$ ed un campo magnetico $\vec{B}$. I campi elettrico e magnetico sono uniformi, costanti e paralleli tra loro.

Per $\tau = 0$ la particella ha velocita' solamente perpendicolare ai campi: $\vec{u}_{||}(\tau = 0) = 0$, $\vec{u}_{\perp}(\tau = 0) \neq 0$. Calcolare la componente della velocita' $\vec{u}$ lungo la direzione dei campi ($\vec{u}_{||}(\tau)$) in funzione del tempo proprio τ della particella. Il risultato dipende da $\vec{u}_{\perp}(\tau = 0)$?