

Relatività

Emanuele Re

23/06/2023

Sul primo foglio, in modo chiaro, riportare **nome, cognome, numero di matricola e firma**. Su eventuali fogli successivi riportare almeno il **nome e cognome**.

Tempo a disposizione: 3 ore.

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini saranno considerati solo parzialmente.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia.

Problema 1

I neutrini possono essere emessi da supernove a collasso nucleare. Se la supernova si trova a distanza L dalla Terra e ogni neutrino ha energia E , quanto tempo passa (nel rest frame “Terra”) prima che i neutrini arrivino sulla Terra?

Effettuare il calcolo esatto sia in caso di neutrini “massless” che nel caso di massa m piccola ma non nulla. Calcolare anche un risultato approssimato nel limite in cui $m \ll E$.

Problema 2

Una particella χ colpisce un protone p a riposo e subisce uno scattering anaelastico convertendosi in un nuovo stato χ^* , mantenendo il protone intatto.

Determinare l’energia cinetica di soglia per χ affinché questo scattering possa avvenire, nell’ipotesi

$$m_{\chi^*} = m_{\chi} + \delta > m_{\chi}$$

Discutere il risultato nel limite $\delta \ll m_{\chi}$.

Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale $\mathcal{S}$ sono presenti un campo elettrico $\vec{\mathbf{E}} = (E, 0, 0)$, ed un campo magnetico $\vec{\mathbf{B}} = (0, B, 0)$, uniformi e costanti, con $B = 3E$. Sia inoltre data una particella di carica q e massa m che all’istante $t = 0$ si trovi nel punto $\vec{\mathbf{r}}(0) = (0, 1, 1)$, con velocità $\vec{\mathbf{v}}(0) = (0, 1/2, 0)$. Si vuole studiare il moto di tale particella.

- Determinare il sistema $\mathcal{S}'$ nel quale le equazioni relativistiche che descrivono il moto risultano semplificate in quanto un campo si annulla.
- calcolare posizione e velocità iniziali della particella in tale sistema.
- In $\mathcal{S}'$, ricavare la velocità in funzione del tempo (ovviamente di $\mathcal{S}'$).

N.B. Ad ogni passaggio, dopo aver scritto le formule analitiche, avete la facoltà di sostituire i valori numerici dati, prima di proseguire al passaggio successivo, al fine di avere equazioni più compatte e semplici da maneggiare.

Problema 4

In opportune unita', il tensore energia-impulso del campo elettromagnetico si puo' scrivere come:

$$T_{\mu}^{\nu} = - \left[F_{\mu\sigma} F^{\nu\sigma} - \frac{1}{4} \delta_{\mu}^{\nu} (F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma}) \right]$$

Sia data la soluzione di onda piana per il 4-potenziale A^{μ} :

$$A^{\mu} = \epsilon^{\mu} \sin(k \cdot x),$$

dove ϵ^{μ} e' un vettore non nullo.

- Esprimere il tensore T in funzione del 4-vettore k^{μ} .
- Si verifichi anche che le equazioni di Maxwell sono soddisfatte, ovvero che $\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = 0$.

Potete usare il gauge di Lorenz: $\partial_{\mu} A^{\mu} = 0$.