

Relatività

Emanuele Re

30/01/2023

Sul primo foglio, in modo chiaro, riportare **nome, cognome, numero di matricola e firma**. Su eventuali fogli successivi riportare almeno il **nome e cognome**.

Tempo a disposizione: 3 ore.

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini saranno considerati solo parzialmente.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia.

Problema 1

(a) Calcolare

$$\frac{\partial}{\partial A_\mu} (\partial_\alpha A^\alpha)^3$$

(b) Siano $\phi_1(x)$ e $\phi_2(x)$ due campi scalari. Scrivete le equazioni del moto che si derivano dalla seguente densità di Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 + \kappa \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_2 + \lambda (\phi_1 \phi_2)^2$$

(c) (Facoltativo per AA 22-23, richiesto per AA precedenti)

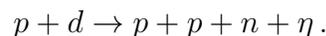
Mostrare esplicitamente, partendo dalle trasformate di Lorentz tra due sistemi inerziali in moto con velocità v lungo l'asse delle ascisse, che l'operatore

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

è invariante. (Ovviamente si può considerare $c = 1$)

Problema 2

Si consideri la reazione



L'energia cinetica iniziale del protone di stato iniziale (p) è pari a $T_p = 700$ MeV e il deutrone (d) si può considerare a riposo. Le masse delle particelle sono le seguenti: $m_p \simeq m_n$, $m_d \simeq m_p + m_n$, $m_n = 940$ MeV, $m_\eta = 550$ MeV.

- Con queste condizioni iniziali, la reazione può avvenire ?

- Se l'energia cinetica dei protoni in stato iniziale e' aumentata a $T_p = 1350$ MeV, quale e' la massima energia cinetica T_η che puo' avere la particella η nel frame in cui i due protoni e il neutrone (n) di stato finale sono a riposo? Esprimere T_η in funzione delle varie masse e energie cinetiche.

Problema 3

Determinare l'angolo massimo di diffusione (rispetto alla sua direzione iniziale) di una particella di massa m_1 che incide con velocita' v su di una particella ferma di massa $m_2 < m_1$.

In corrispondenza di tale angolo, calcolare la velocita' finale della particella diffusa

Problema 4

Si assuma che il campo elettromagnetico in un frame inerziale S soddisfi $|\vec{\mathbf{E}}| = |\vec{\mathbf{B}}|$. Sia α l'angolo tra il campo elettrico e quello magnetico in S . Visti in un altro frame inerziale S' , i campi $\vec{\mathbf{E}}'$ e $\vec{\mathbf{B}}'$ formano un angolo α' .

Determinare la relazione tra $|\vec{\mathbf{E}}|$, $|\vec{\mathbf{E}}'|$, e gli angoli α e α' .
