

Relatività

Emanuele Re

13/07/2022

Sul primo foglio, in modo chiaro, riportare **nome, cognome, numero di matricola e firma**. Su eventuali fogli successivi riportare almeno il **nome e cognome**.

Tempo a disposizione: 3 ore.

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini saranno considerati solo parzialmente.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia.

Problema 1

Un'astronave, che si sta avvicinando alla Terra con una velocità ignota, invia messaggi comunicando il tempo (dell'astronave) che manca all'arrivo, a partire dal momento di invio del messaggio stesso. Nel primo messaggio, il tempo mancante è T'_1 , nel secondo messaggio è T'_2 , e tra l'arrivo dei due messaggi trascorre, sulla terra, un intervallo di tempo ΔT .

1. Qual è la velocità dell'astronave?
2. Dopo quanto tempo (terrestre), dopo l'arrivo del secondo segnale, l'astronave giungerà a terra?

Problema 2

In un particolare decadimento in tre corpi di uguale massa m , nel sistema del centro di massa, i tre corpi si allontanano l'uno dall'altro con uguale energia E , formando angoli di $2\pi/3$ tra le loro direzioni di volo. Qual è l'angolo che formano tra loro le direzioni di volo di due qualunque dei tre corpi, nel sistema di riferimento di quiete del terzo?

Problema 3

1. Si scriva il più generale tensore controvariante di rango 2 che si può ottenere a partire da 2 quadrimomenti arbitrari p^μ e q^μ e dal tensore metrico (non si usi il tensore $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$). Si indichi tale tensore con $W^{\mu\nu}(p, q)$.
2. A partire dall'espressione trovata, e assumendo ora che $p^2 = q^2 = 0$, e che $p \cdot q \neq 0$, si trovi la forma più generale di $W^{\mu\nu}(p, q)$ per cui tutte le seguenti proprietà siano contemporaneamente valide:

- $W^{\mu\nu} = W^{\nu\mu}$ (simmetria indici)
- $p_\mu W^{\mu\nu} = q_\mu W^{\mu\nu} = 0$

[aiuto: il risultato finale contiene un solo parametro libero]

Problema 4

Una particella a riposo agisce sia da monopolo elettrico che da dipolo magnetico. I campi da essa generata, nel suo rest frame, sono

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi r^2} \mathbf{e}_r \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \frac{1}{4\pi r^3} [3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r - \mathbf{m}],$$

dove $\mathbf{r} = r \mathbf{e}_r$ e' il vettore posizione di un punto generico relativo alla particella, q e' la carica della particella e $\mathbf{m}$ il suo momento di dipolo magnetico.

Determinare se esiste una regione dove, in qualche frame inerziale, il campo elettrico si annulla. Se tale regione esiste, determinare la forma di tale regione nel sistema di riferimento in cui la particella e' a riposo.

[aiuto: notare che non si richiede di trovare esplicitamente il frame in cui $\mathbf{E}$ si annulla]