

Relatività

Emanuele Re

28/01/2022

Sul primo foglio, in modo chiaro, riportare **nome, cognome, numero di matricola e firma**. Su eventuali fogli successivi riportare almeno il **nome e cognome**.

Tempo a disposizione: 3 ore.

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini saranno considerati solo parzialmente.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia.

Problema 1

Si consideri il processo di collisione di 2 particelle in 2 particelle, dove la conservazione dei quadrimomenti e'

$$p_1^\mu + p_2^\mu = p_3^\mu + p_4^\mu$$

a) Mostrare che, se

$$p_1^2 = p_2^2 = 0, \quad p_3^2 = m_3^2, \quad p_4^2 = m_4^2$$

si ha

$$s + t + u = m_3^2 + m_4^2$$

dove $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_3)^2$, $u = (p_1 - p_4)^2$

b) Si consideri ora il caso $m_3 = 0$.

- Per $t = 0$ si calcoli l'angolo tra \vec{p}_1 e \vec{p}_3 , mettendosi nel sistema di riferimento del centro di massa, ovvero il sistema in cui $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$.
(suggerimento: e' comodo orientare \vec{p}_1 e \vec{p}_2 paralleli ad un asse cartesiano)
- Sempre nel caso in cui $t = 0$, il valore di tale angolo dipende dal sistema di riferimento? Motivare la risposta.

Problema 2

Derivare le equazioni di Eulero-Lagrange per un campo scalare ϕ la cui densita' di Lagrangiana dipende non solo da ϕ e $\partial_\mu \phi$, ma anche dalla derivate seconde e terze del campo ϕ , ovvero e' del tipo

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, \partial_\mu \partial_\nu \phi, \partial_\mu \partial_\nu \partial_\rho \phi)$$

Problema 3

In un sistema di riferimento interziale sono presenti una particella di carica q e massa

m , un campo elettrico \vec{E} ed un campo magnetico \vec{B} . I campi elettrico e magnetico sono uniformi, costanti e paralleli tra loro. Calcolare la componente della velocità lungo la direzione dei campi in funzione del tempo proprio τ della particella, sapendo che all'istante iniziale la componente della velocità lungo tale direzione è 0.

Problema 4

Un'antiparticella di energia E colpisce una particella ferma nel laboratorio. Sia m la massa della particella e dunque anche dell'antiparticella. A seguito della annichilazione, lo stato finale è composto solo da due fotoni, che sono diretti lungo la direzione del moto dell'antiparticella incidente.

- a) Calcolare le energie dei due fotoni nel sistema di riferimento del laboratorio S .
- b) Calcolare le energie dei fotoni nel sistema di riferimento S' solidale con la particella incidente, effettuando esplicitamente la trasformazione di Lorentz per passare dal sistema S al sistema S' .