Teoria e Fenomenologia delle Interazioni Fondamentali

Emanuele Re

25/06/2024

Tempo a disposizione: 3 ore.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia e di riportali solo successivamente in bella copia. In bella copia devono comunque comparire sia i passaggi di calcolo non banali sia, dove opportuno, brevi commenti su proprieta' o considerazioni che si stanno usando da uno step al successivo.

Problema 1

Calcolare l'ampiezza quadra di decadimento di una ipotetica particella pseudoscalare A (massa m_A) in una coppia di fermioni massivi (massa m_f).

$$\text{coupling } Af\bar{f} \ : \quad +\frac{m_f}{v}\gamma_5$$

Problema 2

Si consideri il decadimento di un quark top in un quark bottom e in un bosone W:

$$t(p) \to \ b(k_1) \ + \ W^+(k_2)\,.$$

Si assuma che il quark b sia massless ($k_1^2 = 0$) e si considerino invece il top e il W massivi ($k_2^2 = M_W^2$, $p^2 = M_t^2$).

a) calcolare l'ampiezza quadra di questo decadimento.

b) calcolare la larghezza del decadimento (mostrando almeno i passaggi importanti per il calcolo dello spazio delle fasi).

c) calcolare il ratio Γ_L/Γ_T tra la larghezza di decadimento in bosoni polarizzati longitudinalmente e quella in bosoni trasversi (se possibile, si scriva la risposta solo in funzione di M_W e M_t).

   Per farlo, il suggerimento e' di mettersi nel rest frame del quark top, e di orientare il momento del bosone W lungo l'asse z. In queste ipotesi, si trovi come e' fatta la matrice che esprime la somma delle polarizzazioni trasverse del W

$$\Sigma^{\mu\nu} = \sum_T \epsilon^\mu(k_2)\epsilon^\nu(k_2)$$

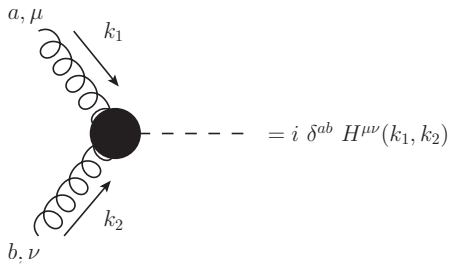
   e, usandola, si ricavi l'ampiezza quadra per decadimento in W trasversi. Confrontando con il risultato al punto sopra, si puo' ricavare l'ampiezza quadra per W longitudinali.

Problema 3

Nel limite di top quark infinitamente massivo, si puo' definire un vertice effettivo Hgg tra 2 gluoni e un bosone di Higgs come segue:

$$H^{\mu\nu}(k_1, k_2) = A\ [\ g^{\mu\nu}(k_1 \cdot k_2) - k_1^{\nu}\ k_2^{\mu}\ ]\,,$$

dove $A = \alpha_s/(3\pi v)$ e v e' il vacuum expectation value del campo di Higgs: $\frac{1}{v^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}$.



1. Usando il vertice effettivo, disegnare i diagrammi di Feynman corrispondenti all'ordine piu' basso in g_s (strong coupling) per i processi:

$$\begin{aligned} a) \quad & q + \bar{q} \ \rightarrow \ g + H\,, \\ b) \quad & q + g \ \rightarrow \ q + H\,, \\ c) \quad & g + g \ \rightarrow \ g + H\,. \end{aligned}$$

2. Calcolare l'ampiezza quadra (sommata e mediata opportunamente su tutti i numeri quantici) per il processo di scattering b):

$$q(p_1) + g(p_2) \rightarrow q(p_3) + H(p_4)\,,$$

dove q e' un quark massless. I tetra-momenti delle particelle sono indicati tra parentesi, dunque si ha: $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = 0$, $p_4^2 = m_H^2$. Esprimere il risultato usando gli invarianti di Mandelstam.

3. Commentare velocemente, ove opportuno, le singolarita' dell'ampiezza quadra trovata e delle ampiezze quadre che si troverebbero per i processi a) e c).

4. Si consideri la cinematica di un collisore adronico e si lavori nel centro di massa partonico, cioe' si assumano i momenti $\vec{p}_1$ e $\vec{p}_2$ orientati in verso opposto lungo l'asse z. Si ha dunque che: $p_3^{\mu} = (E_3,\ +\vec{k}_t,\ +p_z)\,, p_4^{\mu} = (E_4,\ -\vec{k}_t,\ -p_z)\,.$

   Si assuma anche che:

$$d\Phi_2 \sim |\vec{k}_t|\ d|\vec{k}_t|\,.$$

   Usando la "decomposizione di Sudakov" per il momento p_3^{μ}:

$$p_3^{\mu} = (1 - z)\ p_1^{\mu} + \beta\ p_2^{\mu} + k_{\perp}^{\mu}, \qquad (k_{\perp} \cdot k_{\perp}) = -|\vec{k}_t|^2\,,$$

   dimostrare che, nel limite $|\vec{k}_t| \rightarrow 0$, la sezione d'urto partonica $d\hat{\sigma}_{qg}$ diverge come

$$d\hat{\sigma}_{qg} \sim \frac{d|\vec{k}_t|}{|\vec{k}_t|}\,.$$

   E' un risultato atteso?

Formule e valori numerici utili:

- vertice (t, b, W):

$$-iV_{tb}\frac{g_w}{2\sqrt{2}}\gamma^\mu(1-\gamma_5)$$

  dove V_{tb} e' l'elemento tb della matrice CKM.