

Teoria e Fenomenologia delle Interazioni Fondamentali

Emanuele Re

23/06/2023

Tempo a disposizione: 3 ore.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia e di riportarli solo successivamente in bella copia. In bella copia devono comunque comparire sia i passaggi di calcolo non banali sia, dove opportuno, brevi commenti su proprietà o considerazioni che si stanno usando da uno step al successivo.

1. Si consideri il processo di scattering

$$e^-(k) + \tau^+(p) \rightarrow e^-(k') + \tau^+(p'),$$

con $(k+p)^2 = s$, $k^2 = k'^2 = 0$, $p^2 = p'^2 = m^2$ (ovvero si consideri l'elettrone massless e il leptone tau massivo).

- All'ordine più basso nella costante di accoppiamento debole, disegnare i diagrammi di Feynman che rappresentano tale processo e scriverne le rispettive ampiezze.
- Calcolare la ampiezza quadra del processo, sommata e mediata sui numeri quantici, considerando solo le interazioni elettromagnetiche (ovvero solo la QED).

2. Si calcoli (assumendo quark massless) l'ampiezza del processo

$$u(p_1)\bar{d}(p_2) \rightarrow W^+(p_3)\gamma(p_4)$$

e si verifichi che tale ampiezza è gauge-invariante in QED (ovvero si verifichi che facendo la sostituzione $\epsilon_4 \rightarrow p_4$, l'ampiezza appena calcolata si annulla).

3. Si discuta se la sezione d'urto differenziale per il processo

$$u(p_1)\bar{d}(p_2) \rightarrow W^+(p_3)\gamma(p_4)$$

è finita quando integrata su tutto lo spazio delle fasi, e se opportuno si discutano le eventuali singolarità presenti.

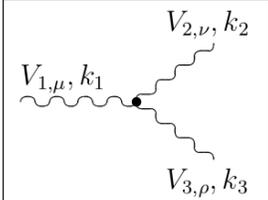
4. (facoltativo, indipendente da punti precedenti): dimostrare che

$$\frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k^0} = \frac{1}{(2\pi)^3 2} |\vec{k}_t| d|\vec{k}_t| dy d\phi$$

con ϕ angolo azimutale attorno all'asse z , $|\vec{k}_t|^2 = (k_x^2 + k_y^2)$ e $y = \frac{1}{2} \log \left(\frac{k^0 + k^3}{k^0 - k^3} \right)$.
 Come step intermedio, calcolare attentamente dy/dk^3 .

Formule utili:

- vertice QED: $-ieQ_f \gamma^\mu$
- vertice AW^+W^- :



$$= -ieC [g_{\mu\nu}(k_2 - k_1)_\rho + g_{\nu\rho}(k_3 - k_2)_\mu + g_{\rho\mu}(k_1 - k_3)_\nu]$$

dove per vertice con un fotone $C = 1$. I momenti sono tutti entranti.

- γ matrices:

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_5) = -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$$

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon_{\mu\nu}{}^{\alpha\beta} = -2(g^{\rho\alpha} g^{\sigma\beta} - g^{\rho\beta} g^{\sigma\alpha})$$