Lezione 1
1/10/12

Fisica → precisione di linguaggio
↓
linguaggio matematico
↓
relazioni matematiche tra ~~grandezze~~ grandezze

grandezza → valore della grandezza fisica
↓
richiede chiara (e condivisa) procedura di misura

misura → unità di misura
procedura

grandezza ha in generale dimensione
(che non significa quanto è grande)

relazione matematica in fisica è relazione tra grandezze misurabili con dimensioni

Se scrivo in fisica

$$A = B$$

significa ~~ste~~ uguaglianza numerica e dimensionale (non ha senso dire che la distanza tra due punti è uguale alla massa della mia bici) grandezza fisica

lunghezza ...

tempo ... ?

massa

superficie ?

velocità

a tutte corrisponde significato preciso. E.g. 'energia' è un concetto che in fisica estenderemo gradualmente, ma sempre con significato preciso, e sarà sempre grandezza misurabile. Poi potremmo scoprire che grandezze che pensavamo distinte non lo sono: come se improvvisamente ci accorgessimo che distanze "verticali" e "orizzontali" sono la stessa cosa, le misuro allo stesso modo, posso trasformare l'una nell'altra.

<u>Importante</u> nelle equazioni matematiche della Fisica: <u>valore numerico</u> e <u>dimensione</u> della grandezza

misura : procedura e
unità di misura ~~stalla~~

↳ definita in meccanica mediante campioni

↳ sono additive → procedure di addizione dei campioni

e.g. non ha massa 2 kg un oggetto che ha volume uguale a quello di 2 kg campione

vedremo che la massa non ha nessuna relazione con l'estensione

metrologia: definisce campioni, riferimenti, e procedure di misura

Sistema SI definisce grandezze fondam. e "campioni" di queste grandezze
le altre sono "derivate"

e.g. definisce ~~tempo~~ corrente elettrica

~~così~~ ⇒ carica elettrica è grandezza derivata

(come se avessi definito tempo e portata di (acqua) di un tubo, poi massa unitaria è quella che ~~attraversa in esce in 1 s da~~ attrav. in 1 s sezione di tubo di portata unitaria)

Unità fondamentali SI

grandezza	nome	simbolo
tempo	~~(s)~~ secondo	(s)
lungh.	metro	m
massa	kilogrammo	Kg
Quantità di materia	mole	mol
Temper. termod.	kelvin	K
corrente elettrica	ampere	A
Intensità luminosa	candela	cd

questa è def. "fisiologica" la lasciamo stare

→ 2° anno

→ queste ci sono subito indispensabili in meccanica

→ è un numero senza dire il numero

→ difficilissimo e accenniamo subito al perché

- inizio con m, s, Kg
- poi lungh. è operativamente derivata

→ fondam. $c = 299\,792\,458$ m/s esatti

però ribalto (evito) la ridefinizione dicendo: 1m = distanza percorsa da luce nel vuoto in $\frac{1}{299792458}$ s

il campione di massa non ha
definizione ~~a livello~~ "naturale"
È ancora il Kg campione di parigi

Perchè non uso campione atomico?
- su scala atomica lo faccio
^{12}C neutro → 12 amu
- poi però tutte le incertezze
introdotte da ditate e scienti su
Kg campione sono ancora minori
dell'incertezza con cui stabilisco il
numero di costituenti elementari
di 1 mole
→ quando sarò preciso passerò
a definizione atomica

→ esempi di equazioni dimensionali

→ conversione di unità: ~~dimen~~ moltiplicazioni
per "1"

→ ~~necess~~ sono necessarie tutte le
dimensioni introdotte dal SI?

→ cenni alle difficoltà insite
nella def. di temperatura

- Cinematica del punto

- qualche parola per giustificare
  cinematica del punto e poi
  dinamica di particella

cinematica → descrizione matematica
del moto nello spazio

e "geometria" alle variabili facciamo
corrispondere grandezze fisiche
di solito descriviamo posizione del punto
in funzione del tempo

- posizione → coordinate in un sistema scelto
- t è variabile indip.

La chiamo "fisica" perché a certe funzioni
e loro derivate do il nome di di grandezze
fisiche: velocità, accelerazione, intervallo di
tempo, (att: posizione non è grandezza
fisica, non è lunghezza)

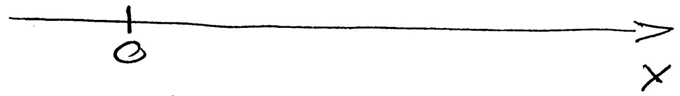
- spazio → posizione
  lunghezza = intervallo di spazio
- tempo → istante corrisp. a posiz. in spazio
  intervallo di tempo

Il secondo è la unità di misura
degli "intervalli di tempo"
come il metro degli intervalli di spazio
o lunghezze

moto in 1-dim (descrizione)

→ moto rettilineo

(assumo spazi euclidei ... 5° postulato di Euclide)



moto lungo una retta

O : origine arbitraria della coordinata x

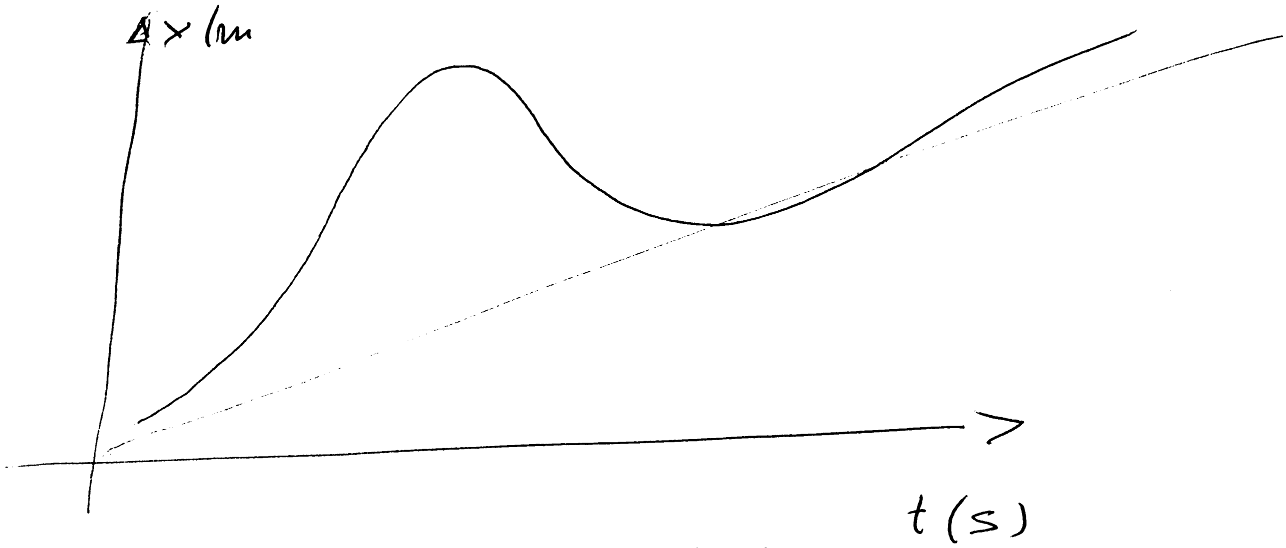
~~moto~~ legge oraria ~~è data~~ (eq. del moto)

è data da $x(t)$

Nota $x(t)$ conosco la pos. del punto

in funzione del tempo

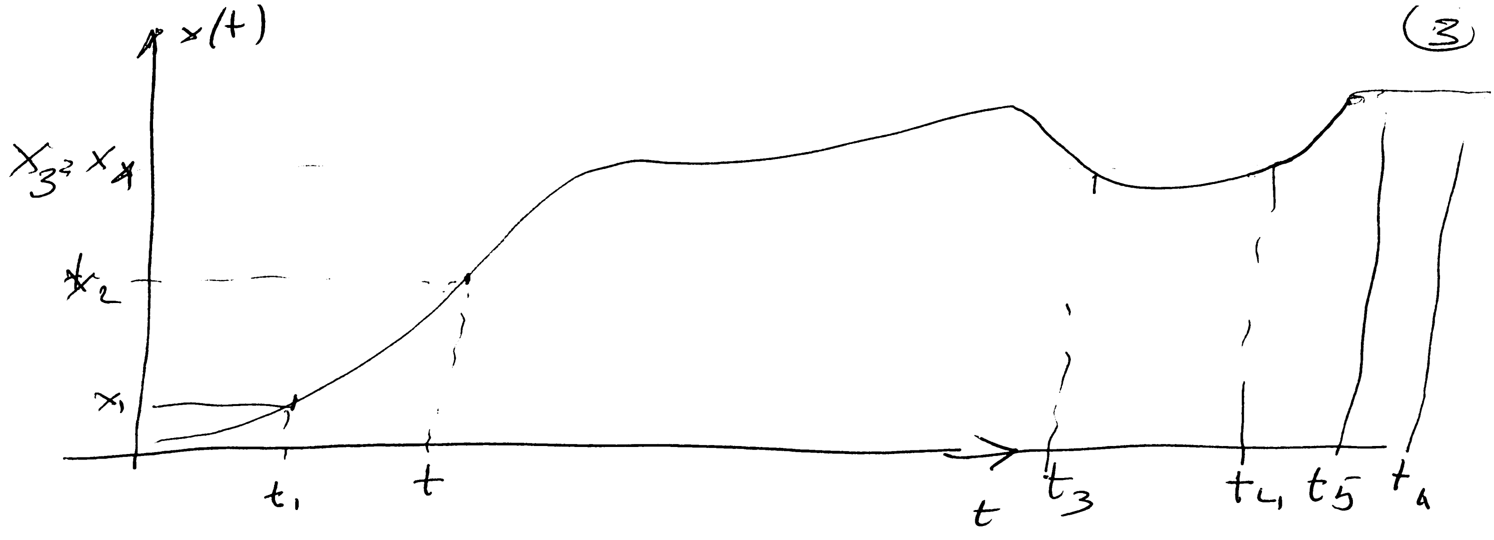
funzione reale di variabile reale



n. b. ∄ sono funzioni di t → posizione univocamente det. da t

in fisica t scorre solo in avanti (perché?)

in cinematica questo è "estrinseco" ~~non~~ alla descrizione



$x_1 = x(t_1)$
$x_2 = x(t_2)$

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Velocità media

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t}$$

$$[\bar{v}_{12}] = L \cdot T^{-1} \qquad SI: \; m/s$$

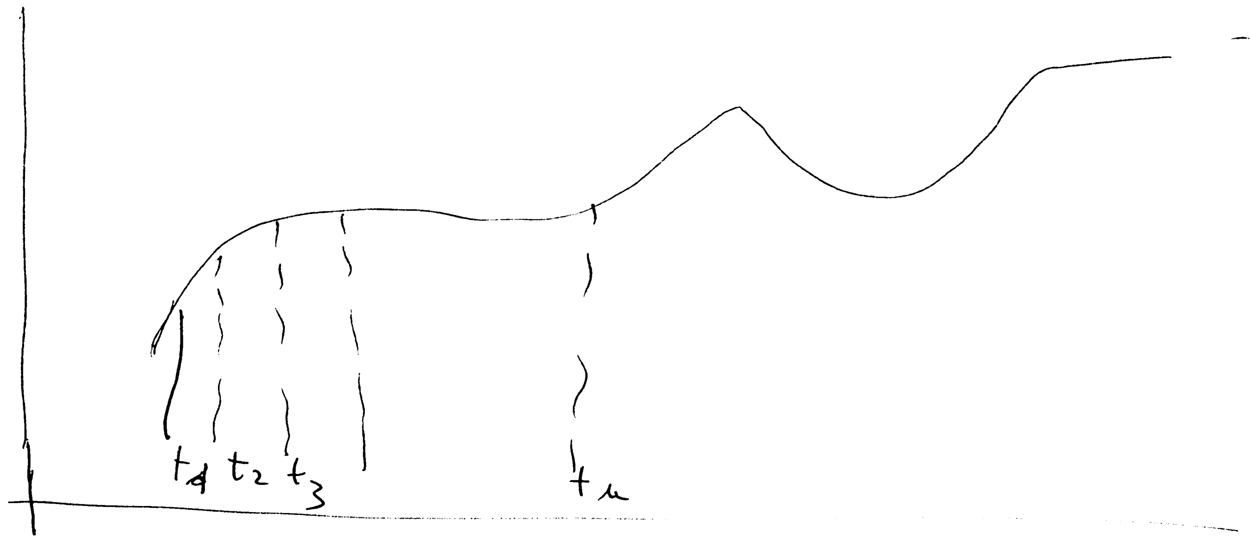
se considero la stessa grandezza su $[t_3 \, , t_4]$

$$[\bar{v}_{34}] = \frac{x_4 - x_3}{t_4 - t} = 0$$

ma questo non significa che il punto sia stato fermo

tra t_5 e t_6 è fermo

allora considero intervalli sempre più piccoli



$$\bar{v}_{n,n+1} = \frac{x_{n+1}-x_n}{t_{n+1}-t_n}$$

ma dato che ho sempre $n, n+1$

$$\bar{v}_n = \frac{\Delta x_n}{\Delta t_n} \qquad \Delta x_n = x_{n+1} - x_n$$

ma $n \to t_n \to \Delta t_n$

$\quad\searrow x_n \to \Delta x_n$

se faccio una suddivisione sempre più fine

$n \nearrow t_{(n)} \longrightarrow dt_{(n)}$

$\quad\searrow x_{(n)} = x(t_{(n)}) \longrightarrow dx_{(n)}$

$$v_n = \frac{dx_{(n)}}{dt_{(n)}} \quad \text{sono infinitesimi}$$

$\cancel{\text{ma } n \to t}$

$\cancel{v(t) = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}}$

$n \longrightarrow t$

$$\bar{v}(t_n) = \frac{x(t_n + \Delta t) - x(t_n)}{\Delta t}$$

per $\Delta t \to 0$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$= \frac{dx}{dt} = x'(t)$$

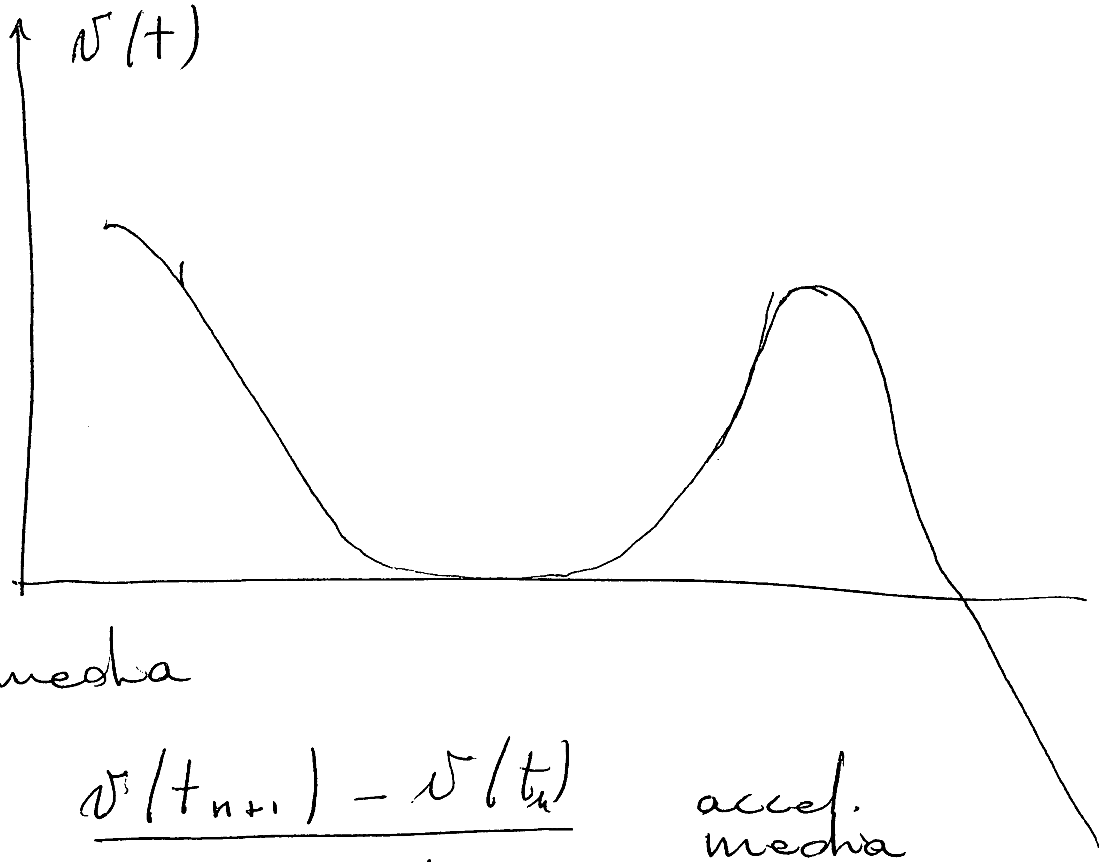
per fisici infinitesimi

Ripeto il discorso per accelerazione

ho $x(t)$: legge oraria di posiz = eq. moto

$v(t) = \frac{dx}{dt}$ è funzione di t

allora



accel. media

$$\bar{a}_n = \frac{v(t_{n+1}) - v(t_n)}{t_{n+1} - t_n}$$ accel. media

$$[\bar{a}] = \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}$$ SI $m \cdot s^{-2}$

poi ripeto gli stessi identici passaggi che per v

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = v'(t) = \frac{dv}{dt}$$

- esempi di moti rettilinei

— rettil. unif.

$v =$ ~~costante~~

$$\cancel{x(t) = \int_0^t v(z)\,dz = \int_0^t v}$$

$$\Delta x = \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} \frac{dx}{dt}\,dt = \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

$$v(t) = v_0$$

$$\Delta x = x(t) - x_0$$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)}$$

poi moto unif. accelerato ...

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + a(t - t_0)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a$$

moto armonico semplice

$x(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$v(t) = \omega A_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$a(t) = -\omega^2 A_0 \sin(\omega t + \varphi)$

ω : frequenza angolare o pulsazione

$T = \frac{2\pi}{\omega}$: periodo $\quad x(t+T) = x(t)$

$v(t+T) = v(t)$

$a(t+T) = a(t)$

— 3/10/12

considerazioni dim. su SHM

$[A_0] = L$

$[\omega] = T^{-1}$ —> ~~due~~ argom. di funzioni trig., log, exp deve essere adimensionale

$\Rightarrow [\omega t] = 0$ adim $\quad [\varphi] = 0$

$[\sin\alpha] = 0$ adim
ecc

da cui $[A_0] = L$

$[\omega A_0] = L \cdot T^{-1}$

$[\omega^2 A_0] = L \cdot T^{-2}$

3/10/12 ①

moto in 2-d o moto nel piano

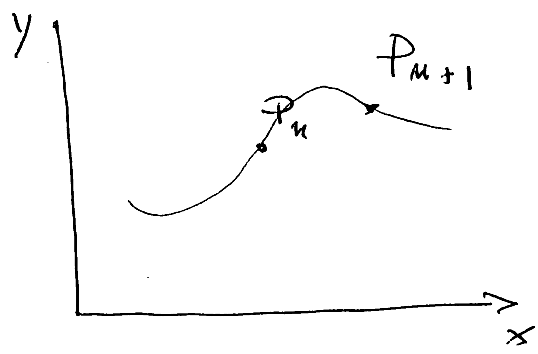
. richiede salto qualitativo

in 1-d : spostamento dall'origine individuato da valore di x (con segno)

$\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$ non dip. da O

potrei pensare allo stesso in 2 d

piano : + riferimento cartesiano



da non confondere con grafici di ieri : era $x = x(t)$ qui non ho $y(x)$

potrei scegliere $P_n : (x_n, y_n)$

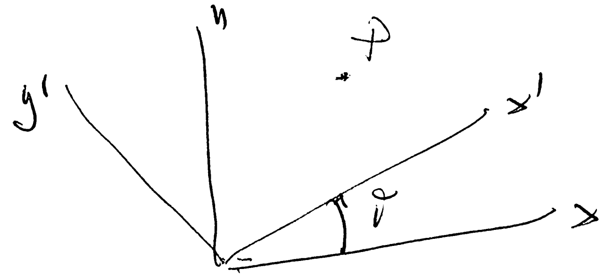
$P_{n+1} \; (x_{n+1}, y_{n+1})$

e ancora avrei

$\Delta P_n : (\Delta x_n, \Delta y_n)$

che non cambia, è invariante, per traslazione degli assi

ma in 2-d non ho solo trasl.



$P : (x, y)$

$P' : (x', y')$

$$\begin{cases} x' = x\cos\vartheta + y \,\mathrm{sen}\,\vartheta \\ y' = -x\,\mathrm{sen}\,\vartheta + y\cos\vartheta \end{cases}$$

e le "trasf inverse"

$$\begin{cases} x = x'\cos\vartheta - y'\,\mathrm{sen}\,\vartheta \\ y = x'\,\mathrm{sen}\,\vartheta + y\cos\vartheta \end{cases}$$

e i Δx, Δy si trasformano come x, y

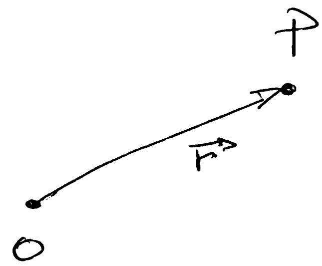
- quindi
  - traslazioni di assi cambiano x e y di costanti, quindi non variano Δx e Δy $\longrightarrow$ come caso 1 d
  - rotazioni di assi cart. (non esistono in 1-d) "mescolano" x e y secondo una particolare legge

impareremo presto

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

x, y sono le

- coordinate di P rispetto al sistema cartesiano scelto
- componenti del vettore $\vec{r} = \vec{OP}$ nel sistema cartesiano scelto
- o rappresentazione di ~~x~~ $\vec{r}$ nel sist scelto



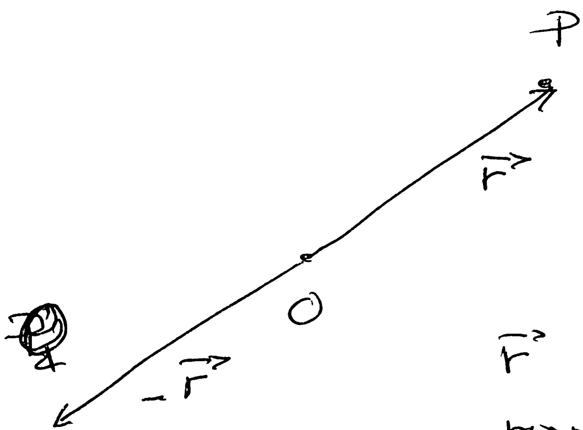
1. scelgo origine O
2. ~~blu~~ $\vec{r}$ è il vettore posizione di P rispetto O

vettore ha

- modulo : lunghezza di segmento $\overline{OP}$
- direzione : retta ~~passante~~ per O e P
- verso : se da O a P ~~o~~ o viceversa

(~~può essere rilevante~~ è rilevante talvolta anche punto di applicazione)

non è necessaria rappresentazione cartesiana

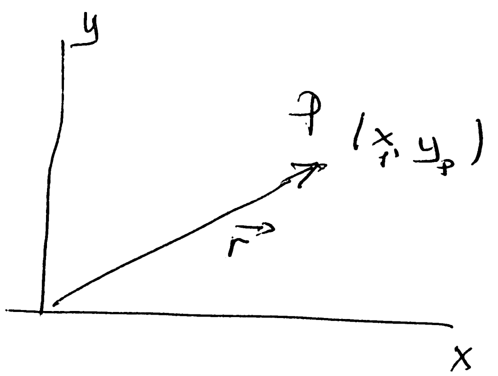


$-\vec{r}$ · ha uguale modulo di $\vec{r}$
· uguale direzione
· verso opposto

$\vec{r}$ individua la posiz. di P risp. O

$-\vec{r}$ individua posizione di Q rispetto O

Se uso componenti cartesiane / rapp. cartesiana del vettore



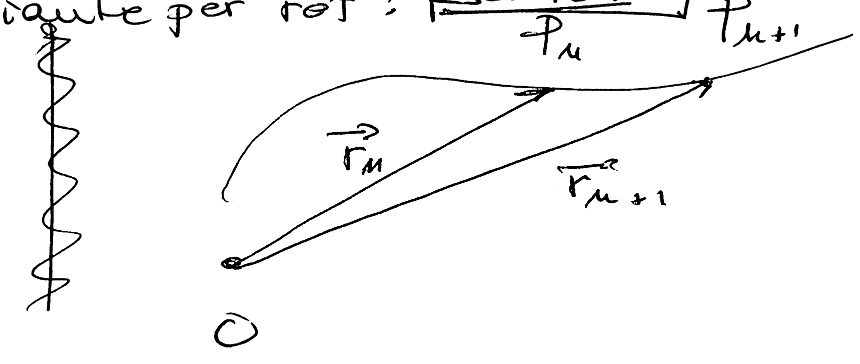
$|\vec{r}| = (x^2+y^2)^{1/2}$ — $\vec{r} : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 4

$|-\vec{r}| = (x^2+y^2)^{1/2} = |\vec{r}|$ $-\vec{r} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$

<u>IMPORTANTE</u> modulo di vett. per def. è <u>invar.</u> per rot // si verifica in rapp. cart.

x, y : sono ~~comp~~ le componenti cartesiane di $\vec{r}$

l'invariante per rot : $\boxed{\text{scalare}}$ numero



att. ma comp. di vett. non è scalare impacchettando comp. di vett. con scalare o altro non ottengo in gen vettore

posso scrivere $\Delta\vec{r}_n = \vec{r}_{n+1} - \vec{r}_n$?

cioè $\vec{r}_{n+1} = \vec{r}_n + \Delta\vec{r}_n$

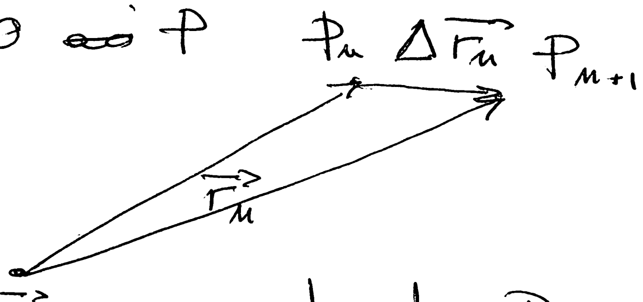
ho scritto $\Delta\vec{r}_n = \vec{r}_{n+1} + (-\vec{r}_n)$

$-\vec{r}_n$ sappiamo cosa è

sto introducendo un'operazione somma tra vettori : $\Delta\vec{r}_n$ è ancora un vettore?

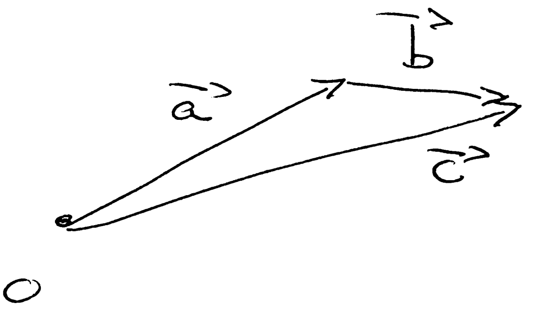
Come è definita somma?

- Vediamo prima rappresentazione intrinseca
- $\vec{r}_n$ se lo vedo come spostamento da O ~~a~~ P

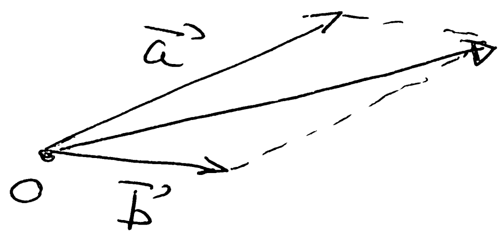


$\Delta\vec{r}_n$ è spost. da P_n a P_{n+1} (così è vettore pure lui)
ma allora ho la regola di somma

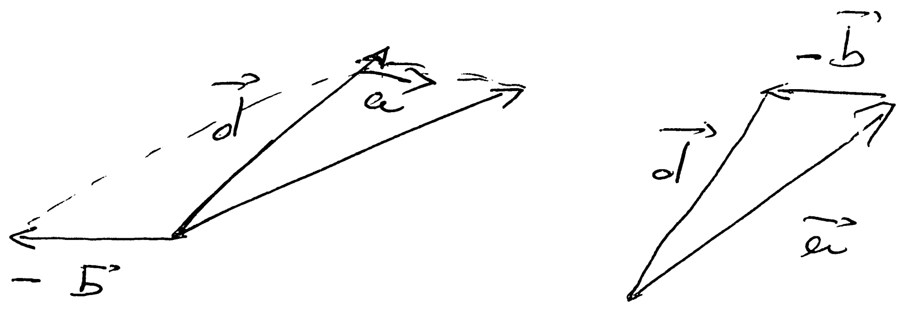
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$



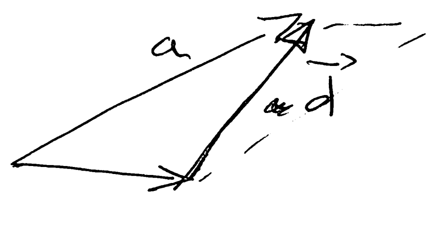
o la regola equivalente: parallelogramma



e $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$



o anche: scelgo la diagonale sbagliata
con verso da estremo di $\vec{b}$
a estremo di a (devo ricordarmi
queste due cose "sbagliate"



.... mi sembra più facile $\vec{a} + (-\vec{b})$

somma è operazione interna a spazio dei vettori nel piano: applicata a coppia di vettori mi dà vettore

(vettore) + (vettore) = (vettore)

- introduco anche <u>prodotto scalare</u>

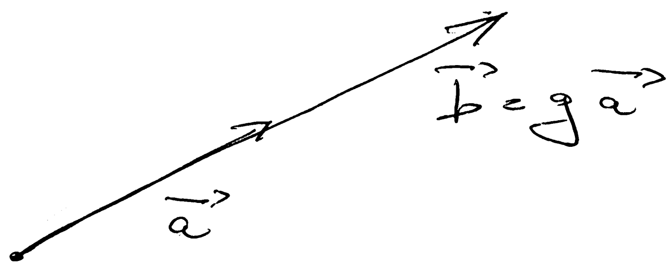
è prodotto <u>per</u> scalare

(vettore) · (scalare) = (vettore)

$$\vec{b} = g \cdot \vec{a}$$

$\vec{b}$: direzione e verso di $\vec{a}$

$$|\vec{b}| = g\,|\vec{a}|$$



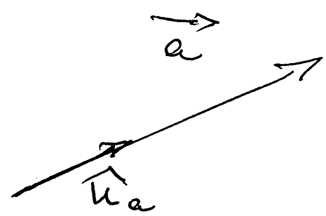
in rapp. cartesiana $\vec{a} : \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix}$

$$\vec{b} = g\vec{a} : \begin{pmatrix} g\,x_a \\ g\,y_a \end{pmatrix}$$

$$|\vec{b}| = \left((g\,x_a)^2 + (g\,y_a)^2\right)^{1/2} = g\,(x_a^2 + y_a^2)^{1/2} = g\,|a|$$

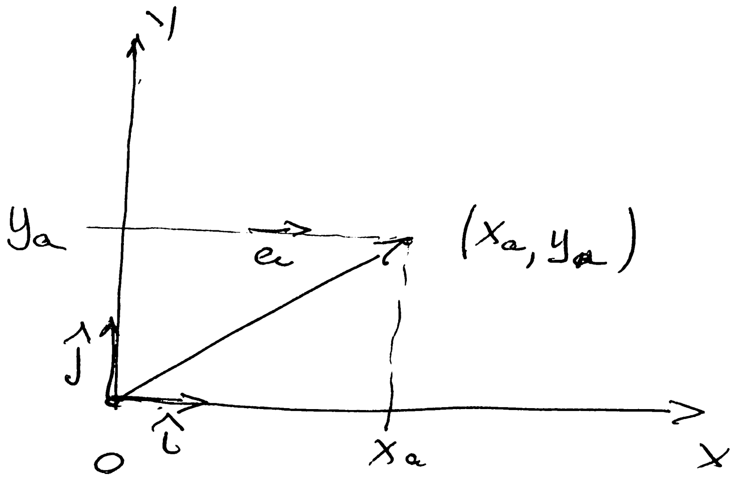
Introduco versore di $\vec{a}$

$$\hat{u}_a = \vec{a} \cdot \frac{1}{|\vec{a}|}$$



$|\hat{u}_a| = 1$ $\qquad \vec{a} = a\,\hat{u}_a \qquad a = |\vec{a}|$

in rapp. cartesiana



$\hat{i}$ e $\hat{j}$ versori di assi x e y

ma da regola di somma ho immediatam.

$\vec{a} = x_a \hat{i} + y_a \hat{j}$ ($\vec{a}$ scomposto nei componenti cartesiani)

$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix}$

Ma $\vec{c} = (x_a \hat{i} + y_a \hat{j}) + (x_b \hat{i} + y_b \hat{j})$

$= (x_a + x_b)\hat{i} + (y_a + y_b)\hat{j}$

$\Rightarrow$ $x_c = x_a + x_b$

$y_c = y_a + y_b$

Che ottengo anche da