Teoria e fenomenologia delle interazioni fondamentali

Carlo Oleari

14/7/2014

1. Calcolare la correzione $\Sigma(p)$, al primo ordine nella costante di accoppiamento forte α_S, al propagatore di un quark massivo di momento p e massa m, nella regione $p^2 > m^2$, in regolarizzazione dimensionale ($d = 4 - 2\epsilon$), fino all'ordine ϵ^0 compreso.

2. Espandere l'espressione così trovata attorno a $\not{p} = m$, ovvero calcolare

$$\Sigma(p) = \Sigma(p)\big|_{\not{p}=m} + (\not{p} - m)\, \frac{\partial \Sigma(p)}{\partial \not{p}}\bigg|_{\not{p}=m} + \mathcal{O}\left((\not{p} - m)^2\right)$$

   Utilizzando questa espressione, ricavare il fattore di correzione al propagatore del quark massivo, Z_Q, e il controtermine di massa δm, definiti da

$$\Sigma(p) \equiv \left[-i\delta m - i\,(\not{p} - m)\, Z_Q\right] + \mathcal{O}\left((\not{p} - m)^2\right)$$

Si assuma per dimostrata la seguente identità

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{\left[(\ell+p_1)^2 - m_1^2 + i\eta\right]\left[(\ell+p_{12})^2 - m_2^2 + i\eta\right] \ldots \left[(\ell+p_{12\ldots n})^2 - m_n^2 + i\eta\right]} \\ &= (-1)^n \frac{i}{(4\pi)^{\left(\frac{d}{2}\right)}}\, \Gamma\left(n - \frac{d}{2}\right) \int_0^1 \prod_{i=1}^n d\alpha_i\, \frac{\delta(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i)}{D^{n-\frac{d}{2}}}\,, \end{aligned}$$

dove

$$D = -\sum_{i>j} \alpha_i\, \alpha_j\, s_{ij} + \sum_{i=1}^n \alpha_i\, m_i^2 - i\eta\,,$$

e s_{ij} è il quadrato del momento che fluisce attraverso il taglio i-j del diagramma di Feynman che rappresenta I.

Si ricorda inoltre che

$$\int_0^1 dx\, x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$$