Teoria e fenomenologia delle interazioni fondamentali

Carlo Oleari

17/2/2014

Problema principale

Si consideri un generico processo adronico di produzione di n particelle, tra le quali anche una coppia quark-antiquark, proveniente dallo splitting di un gluone, di momento p e k rispettivamente. Si considerino i quark nel limite senza massa. Sia $|A|^2$ l'ampiezza al quadrato di tale processo.

- Si scriva l'approssimazione alla quale tende $|A|^2$ nel limite collineare (ovvero, calcolare la funzione di Altarelli-Parisi per lo splitting $g \to q\bar{q}$).

  Suggerimento: introdurre l'usuale decomposizione di Sudakov

$$\begin{aligned} p^\mu &= z\, t^\mu + \xi' \eta^\mu + k_\perp^\mu \\ k^\mu &= (1-z)\, t^\mu + \xi'' \eta^\mu - k_\perp^\mu \end{aligned}$$

  dove con t si è indicato il momento della direzione collineare, ovvero del gluone nel limitedi q e $\bar{q}$ paralleli.

- Si consideri ora l'elemento di volume di spazio delle fasi per tale processo

$$d\Phi_n = \ldots \frac{d^3 p_{n-2}}{2p^0_{n-2}(2\pi)^3} \frac{d^3 p}{2p^0(2\pi)^3} \frac{d^3 k}{2k^0(2\pi)^3} \, (2\pi)^4 \, \delta^4(q - \ldots - p_{n-2} - p - k)$$

  Si scriva tale elemento di volume in modo tale da poter integrare sulle nuove variabili z , $k_\perp$ e t

Problema secondario

Nel calcolo del contributo di un loop massivo di quark al propagatore di un fotone o di un gluone, si deve risolvere il seguente integrale scalare

$$B_0\left(p^2, m^2\right) = \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \, \frac{1}{\left[\ell^2 - m^2 + i\eta\right]\left[(\ell + p)^2 - m^2 + i\eta\right]}$$

con $p^2 \neq 0$, in $d = 4 - 2\epsilon$, nel limite $\epsilon \to 0$.

1. Si calcoli l'integrale per $p^2 \equiv -Q^2 < 0$, fino all'ordine ϵ^0 compreso.

2. Continuare analiticamente il risultato nella regione cinematica in cui $p^2 > 4m^2$

Si assuma per dimostrata la seguente identità

$$
\begin{aligned}
I &= \int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{\left[(\ell+p_1)^2 - m_1^2 + i\eta\right]\left[(\ell+p_{12})^2 - m_2^2 + i\eta\right] \ldots \left[(\ell+p_{12\ldots n})^2 - m_n^2 + i\eta\right]} \\
&= (-1)^n \frac{i}{(4\pi)^{\left(\frac{d}{2}\right)}} \, \Gamma\left(n - \frac{d}{2}\right) \int_0^1 \prod_{i=1}^{n} d\alpha_i \, \frac{\delta(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i)}{D^{n-\frac{d}{2}}} \; ,
\end{aligned}
$$

dove

$$
D = - \sum_{i>j} \alpha_i \, \alpha_j \, s_{ij} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, m_i^2 - i\eta \; ,
$$

e s_{ij} è il quadrato del momento che fluisce attraverso il taglio i-j del diagramma di Feynman che rappresenta I.