

Teoria e fenomenologia delle interazioni fondamentali

Carlo Oleari

9/12/2013

Problema I

Si consideri un generico processo adronico di produzione di n particelle, nel quale si hanno, nello stato finale, un quark senza massa di momento p e un gluone di momento k . Sia $|A|^2$ l'ampiezza al quadrato di tale processo.

- Si scriva l'approssimazione alla quale tende $|A|^2$ nel limite del gluone collineare al quark.

Suggerimento: introdurre l'usuale decomposizione di Sudakov

$$\begin{aligned} p^\mu &= z t^\mu + \xi' \eta^\mu + k_\perp^\mu \\ k^\mu &= (1-z) t^\mu + \xi'' \eta^\mu - k_\perp^\mu \end{aligned}$$

dove con t si è indicato il momento della direzione collineare.

- Si consideri ora l'elemento di volume di spazio delle fasi per tale processo

$$d\Phi_n = \dots \frac{d^3 p_{n-2}}{2p_{n-2}^0 (2\pi)^3} \frac{d^3 p}{2p^0 (2\pi)^3} \frac{d^3 k}{2k^0 (2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4(q - \dots - p_{n-2} - p - k)$$

Si scriva tale elemento di volume in modo tale da poter integrare sulle nuove variabili z , k_\perp e t

Problema II a

Si ricavi la formula di fattorizzazione dell'ampiezza nel limite collineare e l'elemento di volume dello spazio delle fasi nel caso in cui il quark sia massivo, con massa m , ovvero $p^2 = m^2$.

Problema II b

Nel calcolo del contributo di un loop massivo di quark al propagatore di un fotone o di un gluone, si deve risolvere il seguente integrale scalare

$$B_0(p^2, m^2) = \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{[\ell^2 - m^2 + i\eta] [(\ell + p)^2 - m^2 + i\eta]}$$

con $p^2 \neq 0$, in $d = 4 - 2\epsilon$, nel limite $\epsilon \rightarrow 0$.

1. Si calcoli l'integrale per $p^2 \equiv -Q^2 < 0$, fino all'ordine ϵ^0 compreso.

2. Continuare analiticamente il risultato nella regione cinematica in cui $p^2 > 4m^2$

Si assuma per dimostrata la seguente identità

$$\begin{aligned}
 I &= \int \frac{d^d \ell}{(2\pi)^d} \frac{1}{[(\ell + p_1)^2 - m_1^2 + i\eta] [(\ell + p_{12})^2 - m_2^2 + i\eta] \dots [(\ell + p_{12\dots n})^2 - m_n^2 + i\eta]} \\
 &= (-1)^n \frac{i}{(4\pi)^{\left(\frac{d}{2}\right)}} \Gamma\left(n - \frac{d}{2}\right) \int_0^1 \prod_{i=1}^n d\alpha_i \frac{\delta(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i)}{D^{n - \frac{d}{2}}},
 \end{aligned}$$

dove

$$D = - \sum_{i>j} \alpha_i \alpha_j s_{ij} + \sum_{i=1}^n \alpha_i m_i^2 - i\eta,$$

e s_{ij} è il quadrato del momento che fluisce attraverso il taglio i - j del diagramma di Feynman che rappresenta I .