Teoria e fenomenologia delle interazioni fondamentali

Carlo Oleari

22/07/2013

Problema I

Si esprima l'elemento di volume $d\Phi_2$ di spazio delle fasi di produzione di due particelle massive, di massa diversa, in funzione di due sole variabili indipendenti

$$d\Phi_2 = \frac{d^3p_1}{2E_1(2\pi)^3}\,\frac{d^3p_2}{2E_2(2\pi)^3}\,(2\pi)^4\,\delta^4(q-p_1-p_2)$$

con

$$q^2 = s, \qquad p_1^2 = m_1^2, \qquad p_2^2 = m_2^2.$$

Problema II

Nel calcolo del contributo di un loop massivo di quark al propagatore di un fotone o di un gluone, si deve risolvere il seguente integrale scalare

$$B_0\left(p^2, m^2\right) = \int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d}\,\frac{1}{\left[\ell^2 - m^2 + i\eta\right]\left[(\ell+p)^2 - m^2 + i\eta\right]}$$

con $p^2 \neq 0$, in $d = 4 - 2\epsilon$, nel limite $\epsilon \to 0$.

1. Si calcoli l'integrale per $p^2 \equiv -Q^2 < 0$, fino all'ordine ϵ^0 compreso.
2. Continuare analiticamente il risultato nella regione cinematica in cui $p^2 > 4m^2$

Si assuma per dimostrata la seguente identità

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{d^d\ell}{(2\pi)^d}\,\frac{1}{\left[(\ell+p_1)^2 - m_1^2 + i\eta\right]\left[(\ell+p_{12})^2 - m_2^2 + i\eta\right]\ldots\left[(\ell+p_{12\ldots n})^2 - m_n^2 + i\eta\right]} \\ &= (-1)^n \frac{i}{(4\pi)^{\left(\frac{d}{2}\right)}}\,\Gamma\left(n - \frac{d}{2}\right)\int_0^1 \prod_{i=1}^n d\alpha_i\,\frac{\delta(1-\sum_{i=1}^n \alpha_i)}{D^{n-\frac{d}{2}}}\,, \end{aligned}$$

dove

$$D = -\sum_{i>j} \alpha_i\,\alpha_j\,s_{ij} + \sum_{i=1}^n \alpha_i\,m_i^2 - i\eta\,,$$

e s_{ij} è il quadrato del momento che fluisce attraverso il taglio i-j del diagramma di Feynman che rappresenta I.