20 giugno 2002

Si consideri il processo

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \to \gamma(k) + Z^0(q) \tag{1}$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi).

1. Si scrivano i diagrammi di Feynman rilevanti per il processo, e si scriva l'espressione delle ampiezze corrispondenti. Si consideri trascurabile la massa dell'elettrone.

2. La sezione d'urto invariante impolarizzata per il processo (1) è

$$2(g_V^2 + g_A^2)\frac{u^2 + t^2 + 2s(s+t+u)}{tu},$$

dove g_V e g_A sono gli accoppiamenti vettoriale e assiale dell'elettrone alla Z^0, e

$$s = (p_1 + p_2)^2 \quad t = (p_1 - k)^2 \quad u = (p_2 - k)^2.$$

Si calcoli la sezione d'urto per il processo (1) in funzione dell'energia totale e dell'angolo di scattering del fotone nel sistema di riferimento del centro di massa della coppia e^+e^-.

24 luglio 2002

Si consideri il processo

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \to H(q) + Z^0(k) \tag{2}$$

dove H è lo scalare di Higgs del modello standard, e i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi.

1. Si dimostri che il diagramma dominante per il processo (2) dà luogo alla sezione d'urto invariante impolarizzata

$$\frac{\sqrt{2}G_F m_Z^2\,(g_V^2 + g_A^2)}{2}\frac{1}{(s - m_Z^2)^2}\left[(m_Z^2 - t)(m_Z^2 - u) + s m_Z^2\right]$$

dove

- m_Z e m_H sono le masse del bosone vettoriale Z^0 e dello scalare H;
- g e g' sono le costanti di accoppiamento di gauge del modello standard;
- g_V e g_A sono gli accoppiamenti vettoriale e assiale dell'elettrone con la Z^0;

- $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - k)^2$, $u = (p_2 - k)^2$.

Si consideri trascurabile la massa dell'elettrone, e si dia per scontato che non appare alcun termine proporzionale a $g_V g_A$.

2. Si calcoli la sezione d'urto per il processo (2) in funzione dell'energia totale e dell'angolo di scattering della Z^0 nel sistema di riferimento del centro di massa della coppia e^+e^-.

23 giugno 2003

Si consideri il decadimento del quark *top* in un bosone W e un quark *bottom*:

$$t(p) \to W(q) + b(k)$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi).

1. Si calcoli la larghezza totale di decadimento, nell'approssimazione in cui la massa del quark b è trascurabile.
2. Si calcolino le larghezze di decadimento parziali corrispondenti ai diversi stati di polarizzazione del bosone W.

14 luglio 2003

Si consideri il decadimento del bosone di Higgs H in una coppia di bosoni vettoriali Z^0:

$$H(p) \to Z^0(k_1) + Z^0(k_2)$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi).

1. Si calcoli la larghezza totale di decadimento.
2. Si calcolino le larghezze di decadimento parziali corrispondenti ai diversi stati di polarizzazione dei bosoni Z^0.

25 settembre 2003

Si consideri il processo

$$e^-(p)\, e^+(p') \to f(k)\, \bar{f}(k') \tag{3}$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi), dove f è un qualunque fermione diverso dall'elettrone. Siano g_V, g_A gli accoppiamenti vettoriale e assiale dell'elettrone con il bosone Z^0, e G_V, G_A gli accoppiamenti vettoriale e assiale del fermione f con il bosone Z^0.

1. Si calcoli la sezione d'urto differenziale
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta},$$
per il processo (3), dove θ é l'angolo formato dalla direzione dell'elettrone incidente e quella del fermione f prodotto nel sistema di riferimento del centro di massa del sistema e^+e^-. Si assuma che l'energia totale dello stato iniziale sia prossima alla massa del bosone Z^0, e si trascurino tutte le masse fermioniche.

2. Si calcoli l'asimmetria
$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}$$
dove
$$\sigma_F = \int_0^1 d\cos\theta\, \frac{d\sigma}{d\cos\theta} \qquad \sigma_B = \int_{-1}^0 d\cos\theta\, \frac{d\sigma}{d\cos\theta}.$$
nel caso in cui il fermione f sia il leptone μ^-, e si scriva il risultato in funzione dell'angolo θ_W.

20 Ottobre 2003

1. Individuare i diagrammi di Feynman che contribuiscono, all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni, ai due processi
$$e^-(p) + \nu_\mu(k) \to e^-(p') + \nu_\mu(k')$$
$$e^-(p) + \bar{\nu}_\mu(k) \to e^-(p') + \bar{\nu}_\mu(k')$$
e scrivere le corrispondenti ampiezze.

2. Calcolare la sezione d'urto differenziale
$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta},$$
per ciascuno dei due processi (θ é l'angolo formato dalla direzione dell'elettrone incidente e quella dell'elettrone prodotto nel sistema del centro di massa). Si trascuri la massa dell'elettrone.

3. Calcolare il rapporto tra le sezioni d'urto totali per i due processi suddetti in funzione dell'angolo θ_W, assumendo che sia

$$s = (p+k)^2 \ll m_Z^2.$$

1 dicembre 2003

Si calcoli la sezione d'urto differenziale per il processo

$$\nu_\mu(k) + d(p) \to \mu^-(k') + u(p')$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi). Si trascurino tutte le masse fermioniche.

25 febbraio 2004

Si consideri il decadimento del bosone di Higgs H in una coppia di bosoni vettoriali W:

$$H(p) \to W^+(k_1) + W^-(k_2)$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi).

1. Si calcoli la larghezza totale di decadimento.

2. Si calcolino le larghezze di decadimento parziali corrispondenti ai diversi stati di polarizzazione dei bosoni W.

23 giugno 2004

Si consideri il processo

$$\nu_e(p_1) + \bar{\nu}_e(p_2) \to W^+(k_1) + W^-(k_2)$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi).

1. Identificare i grafici di Feynman per il processo in questione all'ordine più basso in teoria delle perturbazioni.

2. Calcolare le corrispondenti ampiezze nel caso in cui entrambi i W nello stato finale sono polarizzati longitudinalmente, e discuterne l'andamento nel limite $s = (p_1 + p_2)^2 \gg m_W^2$.

3. Calcolare la sezione d'urto impolarizzata.

15 luglio 2004

1. Calcolare la sezione d'urto differenziale $d\sigma/d\cos\theta$ per il processo

$$u(p) + \bar{d}(p') \to e(k) + \bar{\nu}_e(q)$$

per un generico valore dell'invariante $s = (p + p')^2$ (tetra-impulsi in parentesi; θ è l'angolo formato dalla direzione dell'elettrone uscente con la direzione delle particelle incidenti nel sistema baricentrale; masse trascurabili).

2. Per $\sqrt{s} = 60$ GeV, calcolare la frazione di eventi per i quali la componente dell'impulso dell'elettrone ortogonale alla direzione delle particelle incidenti è maggiore di 15 GeV.

15 settembre 2004

Calcolare la sezione d'urto differenziale $d\sigma/d\cos\theta$ e la sezione d'urto totale per i processi

$$\nu_e(k) + d(p) \to \nu_e(k') + d(p')$$
$$\bar{\nu}_e(k) + d(p) \to \bar{\nu}_e(k') + d(p')$$

per un generico valore dell'invariante $s = (p + k)^2$ (tetra-impulsi in parentesi; θ è l'angolo formato dalla direzione del neutrino uscente con la direzione delle particelle incidenti nel sistema baricentrale; masse trascurabili).

19 novembre 2004

Si consideri il decadimento di un bosone di Higgs H di quadri-impulso p in una coppia di bosoni vettoriali Z^0 con quadri-impulsi k_1, k_2 e polarizzazioni ϵ_1, ϵ_2:

$$H(p) \to Z^0(k_1, \epsilon_1) + Z^0(k_2, \epsilon_2).$$

1. Sotto quali condizioni questo processo può avere luogo?

2. Scrivere le espressioni dei quadri-impulsi delle particelle coinvolte in un sistema di riferimento a vostra scelta.

3. Calcolare la larghezza totale di decadimento.

4. Elencare i possibili stati di polarizzazione dei bosoni Z^0 nello stato finale.

5. Per ciascuno degli stati finali identificati al punto precedente, calcolare la corrispondente larghezza di decadimento parziale, e verificare che la somma coincida con la larghezza totale.

4 marzo 2005

Calcolare la larghezza di decadimento per i processi

$$\begin{aligned} &W^-(p) \to b(k_1) + \bar{c}(k_2) \\ &Z^0 \to \mu^+(k_1)\mu^-(k_2) \end{aligned}$$

senza trascurare le masse dei fermioni negli stati finali.

15 giugno 2005

Si calcoli la sezione d'urto differenziale per il processo

$$u(p_1) + \bar{d}(p_2) \to \nu_\mu(k_1) + \mu^+(k_2)$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi). Si trascurino tutte le masse fermioniche.

27 giugno 2005

Si assuma che il bosone di Higgs H del modello standard abbia una massa di 175 GeV.

1. Quali sono i possibili canali di decadimento?

2. Si calcoli la larghezza parziale di decadimento per uno a scelta fra i canali ammessi.

3. Assumendo che le masse dei fermioni del modello standard siano tutte nulle eccetto quelle di b, t e τ, si calcoli la larghezza totale.

8 luglio 2005

Si consideri il processo

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \to V_1(k_1, \epsilon_1) + V_2(k_2, \epsilon_2)$$

dove V_1, V_2 sono due bosoni vettoriali (γ, Z^0 o $W^\pm$). Impulsi e polarizzazioni sono indicati in parentesi.

1. Elencare le possibili scelte della coppia V_1, V_2.

2. Per ciascuno dei processi elencati al punto precedente, mostrare i diagrammi di Feynman che contribuiscono al calcolo della sezione d'urto in approssimazione semiclassica.

3. Calcolare la sezione d'urto differenziale nel caso $V_1 = V_2 = \gamma$ trascurando la massa dell'elettrone.

4. Calcolare la sezione d'urto totale per il processo del punto precedente.

22 luglio 2005

Si consideri il processo

$$b(p) \to u(k) + e^-(p_1) + \bar{\nu}_e(p_2)$$

dove b è un quark bottom e u è un quark up. I tetra-impulsi sono indicati in parentesi.

1. Scrivere l'espressione della larghezza di decadimento differenziale per il processo in questione in funzione dell'ampiezza e dello spazio delle fasi invariante.

2. Indicare i diagrammi di Feynman rilevanti in approssimazione semiclassica e calcolare la relativa ampiezza.

3. Scrivere l'espressione dello spazio delle fasi a tre corpi nel limite in cui le masse delle particelle nello stato finale sono trascurabili.

4. Calcolare il modulo quadrato dell'ampiezza nel limite in cui le masse delle particelle nello stato finale sono trascurabili.

23 settembre 2005

Si calcoli la sezione d'urto differenziale per il processo

$$\nu_\mu(p) + d(p') \to \mu^-(k) + u(k')$$

(i tetra-impulsi delle particelle sono indicati in parentesi). Si trascurino tutte le masse fermioniche.

1 dicembre 2005

Si consideri il processo

$$d(p) + \bar{u}(p') \to \mu(k) + \bar{\nu}_\mu(q)$$

1. Calcolare la sezione d'urto differenziale $d\sigma/d\cos\theta$ per un generico valore dell'invariante $s = (p+p')^2$ (tetra-impulsi in parentesi; θ è l'angolo formato dalla direzione del muone uscente con la direzione delle particelle incidenti nel sistema baricentrale; si trascurino le masse di tutte le particelle).

2. Per $\sqrt{s} = 50$ GeV, calcolare la frazione di eventi per i quali l'impulso trasverso del muone (componente dell'impulso ortogonale alla direzione delle particelle incidenti) è maggiore di 10 GeV.

4 maggio 2006

Si consideri il processo di scattering elastico elettrone-protone, nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica.

- Individuare i grafici di Feynman rilevanti nell'approssimazione semiclassica e ricavare le ampiezze ad essi associate.

- Dimostrare che l'energia dell'elettrone diffuso, nel sistema di riferimento di quiete del protone nello stato iniziale, è data da

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{2E}{M}\sin^2\frac{\theta}{2}},$$

  dove E è l'energia dell'elettrone incidente, M la massa del protone, θ l'angolo di diffusione dell'elettrone.

- Dimostrare che la sezione d'urto differenziale per questo processo è data dalla formula

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^4\frac{\theta}{2}}\frac{E'}{E}\left(\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M}\sin^2\frac{\theta}{2}\right),$$

  dove $d\Omega$ è l'elemento infinitesimo di angolo solido, $q = k - k'$ è il tetra-impulso trasferito dell'elettrone (k, k' sono rispettivamente i tetraimpulsi iniziale e finale dell'elettrone), $\alpha = e^2/(4\pi)$.

Si assuma che il protone si comporti come una particella puntiforme, e si trascuri la massa dell'elettrone.

22 giugno 2006

Si consideri il processo di scattering elastico elettrone-elettrone,

$$e^-(p) + e^-(p') \to e^-(k) + e^-(k').$$

- Individuare i grafici di Feynman rilevanti nell'approssimazione semiclassica, nell'ambito del modello standard delle interazioni elettrodeboli.
- Ricavare le ampiezze associate a ciascun diagramma.
- Calcolare la sezione d'urto differenziale per il processo in questione, tenendo conto delle sole interazioni elettromagnetiche, senza trascurare la massa dell'elettrone.

26 luglio 2006

Consideriamo la produzione di una coppia fotone-Z^0 in collisioni elettrone-positrone

$$e^-(p) + e^+(p') \to Z^0(k, \epsilon) + \gamma(k', \epsilon')$$

(tetra-impulsi e vettori di polarizzazione in parentesi). Sia $s = (p + p')^2$, e si assuma $s \gg m_e^2$ (m_e massa dell'elettrone).

1. Individuare i due grafici di Feynman rilevanti nell'approssimazione semiclassica, nell'ambito del modello standard delle interazioni elettrodeboli.
2. Ricavare le ampiezze $\mathcal{M}_1$ e $\mathcal{M}_2$ associate ai due diagrammi.
3. Scritta l'ampiezza nella forma

   $$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = \mathcal{M}^{\mu\nu}\, \epsilon^*_\mu\, \epsilon'^*_\nu,$$

   dimostrare che, nel limite $m_e = 0$,

   $$k_\mu\, \mathcal{M}^{\mu\nu} = 0.$$

4. Scrivere l'espressione esplicita dei tetra-impulsi delle particelle coinvolte, nel sistema di riferimento del centro di massa delle particelle incidenti, in funzione dell'energia totale nel centro di massa $\sqrt{s}$ e dell'angolo di scattering θ dello Z^0 rispetto alla direzione degli impulsi delle particelle incidenti.
5. Ricavare l'espressione della misura di spazio delle fasi.
6. Calcolare la sezione d'urto impolarizzata per il processo in questione, differenziale rispetto all'angolo θ.

Suggerimenti per il calcolo del quadrato dell'ampiezza:

1. È conveniente parametrizzare la regola di Feynman per il vertice elettrone-elettrone-Z nella forma
$$\gamma^\mu \, (g_V + g_A \gamma_5).$$

2. Calcolate dapprima $|\mathcal{M}_1|^2$, sfruttando sistematicamente le relazioni di mass-shell, la relazione di conservazione del tetra-impulso e le relazioni di commutazione tra le matrici γ. Il valore di $|\mathcal{M}_2|^2$ si ricava facilmente da questo senza ulteriori calcoli.

3. Calcolate uno dei due termini di interferenza, e ottenete l'altro per coniugazione complessa.

5 settembre 2006

Si consideri il processo

$$u(p_1) + \bar{u}(p_2) \to \mu^-(k_1) + \mu^+(k_2)$$

dove u è il quark *up*, e gli impulsi sono indicati in parentesi. Si trascurino le masse delle particelle coinvolte.

1. Individuare i due grafici di Feynman rilevanti nell'approssimazione semiclassica, nell'ambito del modello standard delle interazioni elettrodeboli, e ricavare le ampiezze associate ai due diagrammi.

2. Scrivere l'espressione esplicita dei tetra-impulsi delle particelle coinvolte, nel sistema di riferimento del centro di massa delle particelle dello stato iniziale, in funzione dell'energia totale nel centro di massa $\sqrt{s}$ e dell'impulso trasverso k_T del μ^- rispetto alla direzione degli impulsi delle particelle incidenti.

3. Ricavare l'espressione della misura di spazio delle fasi nelle variabili del punto precedente.

4. Calcolare la sezione d'urto impolarizzata per il processo in questione, differenziale rispetto a k_T, nel limite in cui s è molto vicino a m_Z^2.