

Relatività

Carlo Oleari

2/11/2020

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

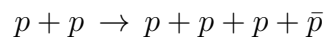
Problema 1

In un sistema di riferimento inerziale \mathcal{S} , si abbia un fotone con componenti spaziali solo lungo l'asse delle z , ovvero il suo quadrimomento sia $p = E(1, 0, 0, 1)$. Esiste una classe speciale di trasformazioni di Lorentz, chiamata "piccolo gruppo di p ", che lascia le componenti di p invariate. Per esempio, una qualunque rotazione attorno all'asse z appartiene a questa classe.

- a) Calcolare una sequenza di boost e rotazioni il cui prodotto appartenga al piccolo gruppo di p , ma che **non** sia una semplice rotazione attorno all'asse delle z . Per ricavare ciò si seguano i seguenti suggerimenti.
 - I) Applicare un generico boost nel piano x - y (sfruttare l'arbitrarietà nel decidere l'allineamento degli assi x e y).
 - II) Fare una opportuna rotazione che riallinei il momento del fotone lungo l'asse delle z .
 - III) Determinare un nuovo boost che riporti il fotone ad avere le componenti iniziali.
- b) Scrivere esplicitamente la trasformazione di Lorentz trovata e verificare che **non** si tratta di una pura rotazione.

Problema 2

Un modo per produrre antiprotoni (\bar{p}) è quello di fare scontrare due fasci di protoni (p) con sufficiente energia da dare origine a questa reazione:



- I) Calcolare l'energia minima che ognuno dei due protoni incidenti deve avere per far avvenire tale reazione nel sistema del centro di massa. Giustificare la risposta.
- II) Calcolare l'energia minima che deve avere il protone incidente nel sistema del laboratorio, in cui il secondo protone può considerarsi fermo. Giustificare la risposta.

Esprimere i risultati in termini della massa m del protone.

Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale sia data una particella di massa m e carica q , con velocità iniziale $\mathbf{v}(0) = (v_x(0), v_y(0), v_z(0))$. Siano inoltre presenti un campo elettrico \mathbf{E} , parallelo all'asse delle y , e un campo magnetico \mathbf{B} , parallelo all'asse delle z , entrambi costanti, omogenei e tali che $|\mathbf{E}| = |\mathbf{B}|$ in unità naturali.

Calcolare l'andamento del quadrimomento p^μ in funzione del tempo proprio τ e della velocità iniziale.

Problema 4

Derivare l'equazione di Eulero-Lagrange per un campo scalare ϕ avente densità Lagrangiana $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi, \partial_\mu\partial_\nu\phi, \partial_\mu\partial_\nu\partial_\rho\phi)$, contenente quindi anche le derivate seconde e terze dei campi ϕ .