Relatività

Carlo Oleari

14/9/2020

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportali solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

Problema 1

In un sistema di riferimento inerziale, si indichi con α l'angolo che la luce proveniente da una stella lontana forma con l'asse delle ascisse. Lo stesso raggio di luce, visto in un sistema di riferimento in moto rispetto al primo con una velocità v lungo l'asse delle ascisse, forma un angolo α' col suddetto asse.

Calcolare $d\alpha'/d\alpha$ in funzione dei soli angoli α e α'.

Problema 2

Si consideri l'urto di un pione di massa m_π ed energia $\mathcal{E}$ contro un nucleone fermo di massa m_N.

a) Calcolare la minima energia che il pione deve avere perché possa dare origine, dopo l'urto, ad un sistema di particelle formato dal nucleone più n pioni ($n > 1$).

b) Se la vita media del pione è τ_0, calcolare la vita media del pione incidente in corrispondenza del valore minimo di energia del punto a).

c) Calcolare numericamente i valori precendenti per $m_\pi = 140$ MeV, $m_N = 1$ GeV e $n = 5$.

Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale S è data una particella di massa m e carica q che si muove con velocità $\bar{\mathbf{u}}$ in una campo elettrico $\bar{\mathbf{E}}$ e in un campo magnetico $\bar{\mathbf{B}}$. Sappiamo che le equazioni della dinamica relativistica che descrivono il moto del quadrimomento $p^\mu = (\mathcal{E}, \bar{\mathbf{p}})$ sono le seguenti:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathcal{E}}{dt} = q\,\bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{E}} \\ \dfrac{d\bar{\mathbf{p}}}{dt} = q\left(\bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{u}} \times \bar{\mathbf{B}}\right) \end{cases}$$

In base ad uno dei principi della relatività speciale di Einstein, la forma delle equazioni che descrivono una legge fisica deve rimanere invariata in tutti i sistemi di riferimento inerziale. Questo vuol dire che, in un sistema di riferimento inerziale S' in moto con velocità v lungo l'asse delle x, devono valere le stesse equazioni precedenti, ma con tutte le grandezze primate.

Alla luce di ciò, ricavare la legge di trasformazione dei campi elettrici e magnetici, nel passare da S ad S', sapendo solo le leggi di trasformazioni delle coordinate e dei momenti tra i due sistemi inerziali.

Problema 4

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per i due campi scalari A (reale) e B (complesso)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\,\partial_\mu A\,\partial^\mu A - \frac{1}{2}M^2 A^2 + \partial_\mu B^*\,\partial^\mu B - m^2 B^* B - \mu\,A\,B^* B$$

dove M, m e μ sono parametri aventi le dimensioni di una massa.

1. Scrivere le equazioni del moto per i due campi.
2. Applicando il teorema della Noether a seguito dell'invarianza per trasformazione di fase del campo B, scrivere la corrente conservata.
3. Verificare esplicitamente che la corrente così scritta è conservata.