

Relatività

Carlo Oleari

20/1/2020

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

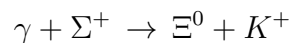
Problema 1

Siano dati due sistemi di riferimento inerziali \mathcal{S} ed \mathcal{S}' in moto con velocità relativa v , connessi da una trasformazione speciale di Lorentz.

- Calcolare la velocità u , relativa a \mathcal{S} , del piano sul quale, istante per istante, gli orologi situati nei due sistemi di riferimento continuano a segnare lo stesso tempo $t = t'$.
- Mostrare che $u < v$ e trovare la relazione tra le rispettive rapidità.

Problema 2

Un fotone incide su di un barione Σ^+ fermo nel sistema del laboratorio e dà origine al processo



Si indichi con M la massa del Σ^+ , e con m_1 ed m_2 le masse del Ξ^0 e del K^+ , rispettivamente.

- Determinare l'energia minima che deve avere il fotone affinché il processo avvenga.
- In corrispondenza di tale energia, calcolare la vita media τ del K^+ nel sistema di riferimento del laboratorio, sapendo che la vita media in quiete vale τ_0 .
- Valutare numericamente τ , sapendo che
 $M = 1190 \text{ MeV}$, $m_1 = 1315 \text{ MeV}$, $m_2 = 495 \text{ MeV}$ e $\tau_0 = 1.2 \times 10^{-8} \text{ s}$

Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale è presente un campo magnetico $\vec{\mathbf{B}}$, parallelo all'asse delle z , uniforme e costante.

- Si ricavino le equazioni del moto di una particella di massa m e carica q in tale sistema, sapendo che all'istante iniziale $t = 0$ la particella si trova nel punto $\vec{\mathbf{r}}_0 = (x_0, y_0, z_0)$, con velocità $\vec{\mathbf{v}}_0 = (v_{0x}, 0, v_{0z})$.
- Si discuta la traiettoria di tale particella e se ne calcolino la velocità angolare ω e il raggio R di curvatura della traiettoria.

- c) Si calcolino ω ed R per un elettrone in un campo magnetico di 1 T, e avente velocità iniziale $\bar{\mathbf{v}}_0 = c \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right)$. Si ricorda che $m = 0.5$ MeV.

Problema 4

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per i due campi scalari ϕ (reale) e ψ (complesso)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\alpha \phi) (\partial^\alpha \phi) - \frac{1}{2} M^2 \phi^2 - (\partial_\alpha \partial^\alpha \psi^*) \psi - m^2 \psi^* \psi - \lambda \phi^2 \psi^* \psi$$

con M , m e λ parametri reali.

- Scrivere le equazioni del moto per i due campi.
- Applicando il teorema della Noether a seguito dell'invarianza per trasformazione di fase del campo ψ , scrivere la corrente conservata.
- Verificare esplicitamente che la corrente così scritta sia conservata.