Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

17/9/2019

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportali solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

Problema 1

Mostrare esplicitamente, partendo dalle trasformate di Lorentz tra due sistemi inerziali in moto con velocità v lungo l'asse delle ascisse, che l'operatore

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

è invariante.

Problema 2

In un sistema di riferimento inerziale $\mathcal{S}$, un'asta, di lunghezza a riposo ℓ_0, forma un angolo θ con l'asse x e si muove a velocità costante u nella direzione y, mantenendosi parallela a se stessa.

a) Calcolare la lunghezza ℓ' dell'asta e l'angolo θ' che essa forma con l'asse delle ascisse in un sistema di riferimento $\mathcal{S}'$ in moto con velocità v nella direzione x rispetto al sistema $\mathcal{S}$.

b) Valutare numericamente il rapporto ℓ'/ℓ_0 e θ' per

$$\theta = \frac{\pi}{4} \qquad\qquad u = \sqrt{\frac{2}{3}} \qquad\qquad v = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

Problema 3

Nel sistema del centro di massa di una particella, si consideri il suo decadimento in tre corpi, aventi quadrimomento p_1, p_2 e p_3, rispettivamente. Si definisca il quadrivettore

$$L_\mu = \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\, p_1^\alpha\, p_2^\beta\, p_3^\gamma\,.$$

Si deduca che conseguenze ha sui momenti delle tre particelle l'imporre l'annullamento di L^2.

Problema 4

In un sistema di riferimento inerziale S è data una particella di massa m e carica q che si muove con velocità $\bar{\mathbf{u}}$ in una campo elettrico $\bar{\mathbf{E}}$ e in un campo magnetico $\bar{\mathbf{B}}$. Sappiamo che le equazioni della dinamica relativistica che descrivono la variazione del quadrimomento $p^\mu = (\mathcal{E}, \bar{\mathbf{p}})$ sono le seguenti

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dt} &= q\,\bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{E}} \\ \frac{d\bar{\mathbf{p}}}{dt} &= q\left(\bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{u}} \times \bar{\mathbf{B}}\right) \end{aligned}$$

In base ad uno dei principi della relatività speciale di Einstein, la forma delle equazioni che descrivono una legge fisica deve rimanere invariata in tutti i sistemi di riferimento inerziale. Questo vuol dire, per esempio, che, in un sistema di riferimento inerziale S' in moto con velocità v lungo l'asse delle x, devono valere le stesse equazioni precedenti, ma con tutte le grandezze primate.

Alla luce di ciò, ricavare la legge di trasformazione dei campi elettrici e magnetici, nel passare da S ad S', sapendo solo le leggi di trasformazioni delle coordinate e dei momenti tra i due sistemi inerziali.