Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

16/7/2019

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportali solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

Problema 1

Si consideri una galassia in moto radiale rispetto alla Terra.

a) Calcolare in quale verso e a quale velocità la galassia si sta muovendo se una particolare linea di emissione, di lunghezza d'onda λ_0 se misurata da una sorgente ferma, viene misurata al valore λ, per la galassia in questione.

b) Calcolare la velocità per $\lambda_0 = 550$ nm e $\lambda = 700$ nm e dirne il verso.

P.S. Come sempre, **non** usare nessuna formula preconfezionata, ma ricavare tutto a partire dalle formule di trasformazione generali dei tetravettori.

Problema 2

Una particella di massa sconosciuta M, in volo nel laboratorio, decade in due corpi. Vengono misurate le masse m_1 e m_2 dei prodotti di decadimento, così come le loro energie E_1 ed E_2.

a) Illustrare come sia possibile determinare la massa M, qualora sia noto l'angolo θ_1 tra la direzione della prima particella e la direzione di volo della particella iniziale.

b) Risolvere lo stesso problema nel caso in cui non sia possibile misurare m_2, ma risulti noto l'angolo θ_2 che la seconda particella forma con la direzione della particella iniziale.

Problema 3

Un fotone incide su di un neutrone fermo nel sistema del laboratorio e dà origine al processo

$$\gamma + n \to p + \pi^-$$

Assumendo che le masse del protone e del neutrone siano approssimativamente uguali, indicate con m, e che la massa del pione sia m_π:

a) Determinare l'energia minima che deve avere il fotone affinché il processo avvenga.

b) In corrispondenza di tale energia, calcolare la velocità del π^- nel sistema di riferimento del laboratorio.

c) Inoltre, calcolarne la vita media, sapendo che la vita media nel sistema a riposo del π^- vale $\tau_0 = 2.6 \times 10^{-8}$ s. Si assuma $m = 1.7 \times 10^{-27}$ Kg, $m_\pi = 140$ MeV.

Se necessario, la carica elettronica $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C.

Problema 4

In un sistema di riferimento inerziale è presente un campo elettrico $\bar{\mathbf{E}}$ uniforme e costante parallelo all'asse x. Sia data una particella di carica q e massa m che all'istante $t = 0$ si trova nel punto $\bar{\mathbf{r}}_\mathbf{0} = (x_0, y_0, 0)$, con momento relativistico $\bar{\mathbf{p}}_\mathbf{0} = (p_{0x}, p_{0y}, 0)$. Risolvere le equazioni del moto relativistiche e ricavare la legge oraria, ovvero $x(t)$ e $y(t)$.

Problema 5

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per i due campi scalari ϕ (reale) e ψ (complesso)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\,\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}M^2\phi^2 + \partial_\mu\psi^*\,\partial^\mu\psi - m^2\psi^*\psi - \mu\,\phi\,\psi^*\psi$$

dove M, m e μ sono parametri dimensionati.

a) Ricavare le dimensioni dei campi ϕ e ψ e dei parametri M, m e μ, in unità naturali ($c = 1$ e $\hbar = 1$), a partire da considerazioni generali sulle dimensioni della densità Lagrangiana e delle derivate.

b) Scrivere le equazioni del moto per i due campi.

c) Applicando il teorema della Noether a seguito dell'invarianza per trasformazione di fase del campo ψ, scrivere la corrente conservata.

d) Verificare esplicitamente che la corrente così scritta sia conservata.