

Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

24/4/2019

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

Problema 1

Si consideri una particella a che decade isotropicamente nel suo sistema di riposo emettendo una particella b di massa m con una velocità u' . Se ora la particella a si sta muovendo nel sistema del laboratorio con una velocità v , a che equazione soddisfano le componenti del momento della particella b in tale sistema? Si discuta brevemente a che curva corrisponde tale equazione e se ne diano le caratteristiche principali.

Problema 2

Calcolare la minima energia che deve avere un fotone inviato su di un elettrone fermo affinché sia possibile che nel processo di collisione anelastica si produca una coppia e^+e^- , ovvero che succeda $\gamma + e^- \rightarrow e^-e^+e^-$

Problema 3

In un sistema di riferimento inerziale sono presenti un campo elettrico \vec{E} ed un campo magnetico \vec{B} costanti, uniformi e paralleli tra di loro, ed una particella carica di massa m e carica q . Calcolare la componente della velocità lungo la direzione dei campi in funzione del tempo proprio τ della particella, sapendo che all'istante iniziale la componente della velocità lungo tale direzione è 0.

Problema 4

Sia $T_{\mu\nu}$ il tensore canonico energia-impulso di un campo scalare $\phi(x)$. Si consideri il tensore modificato

$$T'_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + a (\partial_\mu \partial_\nu - g_{\mu\nu} \square) \phi^2,$$

con a parametro costante.

a) Mostrare che, se $T_{\mu\nu}$ è conservato, anche $T'_{\mu\nu}$ lo è, e le cariche associate a $T_{\mu\nu}$ e $T'_{\mu\nu}$ sono le stesse.

b) Si supponga ora che il campo scalare $\phi(x)$ soddisfi la Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{\lambda}{4} \phi^4$$

con λ costante. Determinare a in modo che la traccia di $T'_{\mu\nu}$ sia nulla.