Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

11/06/2018

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportali solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

Problema 1

Un razzo, partendo dalla terra, se ne allontana sottoposto ad una accelerazione a costante nel sistema di riferimento di quiete istantanea del razzo stesso.

a) Ricavare la legge del moto, ovvero la dipendenza della distanza del razzo dalla terra, in funzione del tempo t terrestre.

b) Mostrare che esiste un tempo massimo T dopo la partenza, dopo il quale risulta impossibile inviare da terra messaggi in grado di raggiungere il razzo. Calcolare la dipendenza di T da a

Problema 2

Si consideri il decadimento del bosone di Higgs (massa m) in due fotoni, $H \to \gamma\gamma$, nel sistema del laboratorio, dove il bosone H ha velocità $\bar{\mathbf{v}}$. Calcolare l'angolo α tra i due fotoni nel sistema del laboratorio, in funzione dell'angolo θ che i fotoni formano con la direzione del moto del laboratorio, nel sistema di riferimento del centro di massa.

Problema 3

Un fotone incide su di un neutrone fermo nel sistema del laboratorio e dà origine al processo

$$\gamma + n \,\to\, p + \pi^-$$

Assumendo che le masse del protone e del neutrone siano approssimativamente uguali, indicate con m, e che la massa del pione sia m_π:

a) Determinare l'energia minima che deve avere il fotone affinché il processo avvenga.

b) In corrispondenza di tale energia, calcolare la vita media del π^- nel sistema di riferimento del laboratorio, sapendo che la vita media in quiete vale τ_0.

Problema 4

In un sistema di riferimento inerziale S è data una particella di massa m e carica q che si muove con velocità $\bar{\mathbf{u}}$ in una campo elettrico $\bar{\mathbf{E}}$ e in un campo magnetico $\bar{\mathbf{B}}$. Sappiamo che le equazioni della dinamica relativistica che descrivono il moto del quadrimomento $p^\mu = (\mathcal{E}, \bar{\mathbf{p}})$ sono le seguenti:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dt} &= q\,\bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{E}} \\ \frac{d\bar{\mathbf{p}}}{dt} &= q\left(\bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{u}} \times \bar{\mathbf{B}}\right) \end{aligned}$$

In base ad uno dei principi della relatività speciale di Einstein, la forma delle equazioni che descrivono una legge fisica deve rimanere invariata in tutti i sistemi di riferimento inerziale. Questo vuol dire che, in un sistema di riferimento inerziale S' in moto con velocità v lungo l'asse delle x, devono valere le stesse equazioni precedenti, ma con tutte le grandezze primate.

Alla luce di ciò, ricavare la legge di trasformazione dei campi elettrici e magnetici, nel passare da S ad S', sapendo solo le leggi di trasformazioni delle coordinate e dei momenti tra i due sistemi inerziali.

Problema 5

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per un campo vettoriale Z^α

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} Z^\beta \left(\partial_\alpha \partial^\alpha Z_\beta - \partial_\beta \partial^\alpha Z_\alpha\right) + k \left(\partial_\alpha Z^\alpha\right)^2$$

dove k è un parametro reale.

1. Si ricavi dapprima, l'equazione di campo per una generica Lagrangiana $\mathcal{L}\left(\phi, \partial_\alpha \phi, \partial_\alpha \partial_\beta \phi\right)$ che dipende da un campo, e dalle sue derivate prime e seconde.

2. Scrivere l'equazione del moto per il campo Z^α, senza fare alcuna manipolazione della densità Lagrangiana.

3. Ricordando che è l'azione, ovvero l'integrale della densità Lagrangiana, la vera quantità da estremare, riscrivere la densità data in modo tale che non compaiano le derivate seconde dei campi.

4. Utilizzando la densità ricavata al punto precedente, derivare nuovamente le equazioni del moto.