

Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

18/09/2017

Risolvere i seguenti problemi tenendo presente che risultati non semplificati o non ridotti ai minimi termini non saranno ritenuti validi.

Scrivere in modo chiaro e leggibile. Si consiglia di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.

Problema 1

Un osservatore riceve un impulso luminoso da una sorgente in moto con velocità v . Nel momento dell'emissione, l'angolo tra v e la linea sorgente-osservatore sia θ . Se l'osservatore non vede alcun effetto di spostamento verso il rosso o verso il blue della radiazione ricevuta, quanto vale θ in funzione di v ? Esistono dei valore di v per i quali non esiste un tale angolo?

Problema 2

Determinare l'immagine ottica (*lunghezza apparente*) di un proiettile, di lunghezza a riposo L , che si muove con velocità relativistica v lungo l'asse delle x , assumendo che un osservatore situato nell'origine riceva dalla sbarra segnali luminosi.

Ovvero: immaginate che dietro al proiettile, parallelamente alla sua direzione, si trovi un metro (ovvero un'asta millimetrata) fermo nel sistema del laboratorio. Quanta parte di questo metro l'osservatore vedrà coperta dal proiettile?

Problema 3

Si consideri lo scattering Compton inverso, nel quale una particella carica, avente energia E nel sistema del laboratorio, collide frontalmente con un fotone di energia E_γ . Si indichi con m la massa a riposo della particella.

1. Calcolare la massima energia che il fotone può avere dopo lo scattering. Giustificare con calcoli la risposta.
2. Ricavare un'approssimazione della formula precedente valida nel caso in cui

$$E \gg m \gg E_\gamma$$

3. Sapendo che lo spazio è riempito da radiazione cosmica di fondo (radiazione di corpo nero) alla temperatura di 3 K, e che i protoni nei raggi cosmici arrivano ad energie fino a 10^{20} eV, quanta energia, al massimo, un protone di energia 10^{20} eV può trasferire ad un fotone di 3 K?

Costante di Boltzmann = 8.6×10^{-5} eV K⁻¹, massa protone ≈ 1 GeV

Problema 4

In un sistema di riferimento \mathcal{S} , lungo l'asse z si hanno una densità di cariche statiche λ , costante ed omogenea, ed una corrente continua I .

Si consideri un altro sistema di riferimento \mathcal{S}' in moto rispetto ad \mathcal{S} con una velocità costante v diretta lungo z .

1. Mostrare che, a seconda che I sia maggiore o minore di un certo valore I_0 , da determinare, è possibile scegliere il riferimento \mathcal{S}' in modo tale che in esso il campo sia puramente magnetico o puramente elettrico.
2. Scrivere i campi \mathbf{E}' e \mathbf{B}' nel sistema \mathcal{S}' in funzione di \mathbf{E} , \mathbf{B} e I/I_0 .

Problema 5

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per un campo vettoriale B^μ , in interazione con un campo scalare complesso ϕ

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} B^\nu (\partial_\mu \partial^\mu B_\nu - \partial_\nu \partial^\mu B_\mu) + a (\partial_\mu B^\mu)^2 - \phi^* \partial_\mu \partial^\mu \phi + i b B^\mu (\phi^* \partial_\mu \phi - \partial_\mu \phi^* \phi)$$

dove a e b sono due parametri reali arbitrari.

1. Scrivere le equazioni del moto per i campi B^μ , ϕ e ϕ^* , senza fare alcuna manipolazione della densità Lagrangiana. Giustificare con calcoli le risposte e le formule utilizzate.
2. Utilizzando una nota proprietà delle densità Lagrangiane, riscrivere la densità data in modo tale che non compaiano le derivate seconde dei campi.
3. Utilizzando la densità ricavata al punto precedente, derivare le equazioni del moto per i campi coinvolti.