

Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

27/06/2016

Risolvere, in sequenza, i seguenti problemi.

Problema

Ricordando le trasformate di Lorentz che connettono le coordinate di un evento visto da un sistema S a quelle in un sistema S' in moto con velocità v lungo l'asse delle ascisse

$$\begin{cases} x'_0 = \gamma(x_0 - v x_1) \\ x'_1 = \gamma(x_1 - v x_0) \\ x'_2 = x_2 \\ x'_3 = x_3 \end{cases}$$

con

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$$

dimostrare esplicitamente che

$$\delta^{(4)}(x - y) = \delta^{(4)}(x' - y')$$

ovvero che $\delta^{(4)}$ è un invariante relativistico

Problema

Si consideri il decadimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ nel sistema del laboratorio, dove il π^0 ha velocità \bar{v} . Calcolare l'angolo α tra i due fotoni nel sistema del laboratorio, in funzione dell'angolo θ che i fotoni formano con la direzione del moto del laboratorio, nel sistema di riferimento del centro di massa.

Problema

Nel processo di annichilazione $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$, visto nel sistema di riferimento del laboratorio, in cui l'elettrone è fermo e il positrone possiede energia E , può accadere che uno dei due fotoni venga emesso ad angolo retto rispetto alla direzione di incidenza del positrone. Calcolare, in tale caso, l'energia e l'angolo di scattering dell'altro fotone.

Problema

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per i due campi scalari ϕ (reale) e ψ (complesso)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} M^2 \phi^2 + \partial_\mu \psi^* \partial^\mu \psi - m^2 \psi^* \psi - \mu \phi \psi^* \psi$$

dove M , m e μ sono parametri aventi le dimensioni di una massa.

1. Scrivere le equazioni del moto per i due campi
2. Applicando il teorema della Noether a seguito dell'invarianza per trasformazione di fase del campo ψ , scrivere la corrente conservata
3. Verificare esplicitamente che la corrente così scritta sia conservata.

Problema

Dato un arbitrario tensore elettromagnetico $F^{\mu\nu}$, dimostrare che

$$\det F^{\mu}_{\nu} = - (\bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{E}})^2$$

Discutere il carattere invariante di tale uguaglianza.

N.B. Dato un generico tensore $F^{\mu\nu}$, applicare prima una opportuna trasformazione di Lorentz tale che il calcolo del determinante sia reso più semplice.

Problema

Si consideri una particella di massa m e carica q in un campo magnetico $\bar{\mathbf{B}}$ costante e uniforme. Sia $\bar{\mathbf{v}}_0$ la velocità iniziale della particella. Risolvere le equazioni del moto e determinare la forma della traiettoria.

Problema

Costruire il tensore energia-impulso per un sistema relativistico di particelle non interagenti e mostrare esplicitamente che si conserva.

NB: Scrivere in modo chiaro e leggibile. Siete vivamente pregati di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.