

COMPITINO II
Dicembre 2006

A Esercizi

A1. Calcolare i seguenti integrali

1)
$$\int_0^{\infty} \frac{x^{1/3}}{x^2 + 1} dx$$

2)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ipx}}{x^4 + 1} dx \quad p \in \mathbb{R}$$

A2. Data la funzione

$$f(z) = \frac{\cos(\alpha/z)}{(\alpha - 1)z + i} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- a) classificare le singolarità
- b) dire per quali valori di α l'integrale $I(\alpha) = \int_{|z|=3} f(z) dz$ è ben definito
- c) calcolare $I(0)$ e $I(1)$
- d) calcolare il valore di $I(\alpha)$ per ogni α

B. Teoria

Discutere brevemente i teoremi di Cauchy riguardanti gli integrali sui cammini di funzioni olomorfe. Discutere in particolare l'esistenza e le proprietà di monodromia della primitiva di una funzione olomorfa definita in un'arbitraria regione del piano complesso.

Dato l'integrale

$$F(z) = \int_0^z \frac{w}{w - 3} dw$$

su un cammino aperto da 0 a z nel piano complesso

- 1) dire se $F(z)$ dipende dalla scelta del cammino
- 2) dire se $F(z)$ è una funzione monodroma o polidroma
- 3) dare il/i valore/i di $F(z)$ nel punto $z = 4$