

# I Compitino di Matematica per la Fisica

Silvia Penati, Carlo Oleari

18/4/2011

1. Individuare le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z^2}}}{(z-2)(z^4+3z^2)}$$

e calcolare i residui ai poli.

2. Si determini l'espansione in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{2i}{(z^2+a^2)}$$

a) attorno ai punti di singolarità

b) nella regione  $|z| < |a|$

c) nella regione  $|z| > |a|$

3. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ikx}}{x^4+1} dx \quad , \quad k > 0$$

4. Data la funzione  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{\tanh x}{x^a(x+2)^{\frac{a}{4}}}$$

si stabilisca per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$

a)  $f \in L^1(0, +\infty)$

b)  $f \in L^2(0, +\infty)$

5. Calcolare

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}(1+x^2)} dx$$

usando il teorema dei residui.