

Compitino di Matematica per la Fisica

Silvia Penati, Carlo Oleari

23/4/2012

1. Data la funzione

$$f(z) = \frac{\cos \alpha/z}{(\alpha - 1)z + i}$$

con α parametro reale,

- indicarne gli zeri e le singolarità. Darne uno sviluppo in serie di potenze in un intorno di z_∞ e discuterne accuratamente la dipendenza dai possibili valori di α .
- Detta σ la circonferenza di centro nell'origine e raggio 3, percorsa in senso antiorario, si consideri l'integrale

$$I(\alpha) = \int_{\sigma} dz f(z)$$

Dire per quali valori di α , $I(\alpha)$ è definito e calcolare $I(0)$ e $I(1)$.

2. Risolvere il seguente integrale per $y \in (-\infty, \infty)$ e disegnare, su di un piano cartesiano, la funzione $f(y)$

$$f(y) = \int_{-10}^{10} dx x^2 \delta(5x^2 - 15y + 10y^2)$$

3. Calcolare, utilizzando la teoria dei residui (eventualmente sfruttando un'opportuna uguaglianza trigonometrica e/o cambi di variabile) l'integrale

$$I = \int_0^{\pi} d\theta \frac{1}{2 + \sin^2 \theta}$$

4. Calcolare il seguente integrale

$$f(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\cos(kx)}{x^2 - x + 3}$$

con k parametro reale. Disegnare, in modo approssimativo, $f(k)$ su di un piano cartesiano.

5. Calcolare, utilizzando la teoria dei residui, il seguente integrale

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x^{3/2}}{1 + x^3}$$